УДК 519.688 doi 10.26089/NumMet.v19r436

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ В СИСТЕМАХ ТРЕЩИН С КАВЕРНАМИ

А. В. Блонский[1]

Представлен программный комплекс для математического моделирования течений в дискретных системах трещин. Описана математическая модель течения, приведено краткое изложение вычислительных алгоритмов и сформулированы особенности программной реализации. Рассмотрена структура разработанного программного комплекса, обсуждаются аналогичные программные комплексы и указаны их отличия от представленного в настоящей статье. На ряде задач продемонстрирована работоспособность предложенных в статье математической модели, алгоритмов и программного комплекса.

Ключевые слова: дискретные системы трещин, многофазные течения.

1. Введение. В настоящее время значительная часть запасов промышленных углеводородов относится к категории трудноизвлекаемых. Среди последних особое место занимают трещиноватые и трещиновато-поровые коллекторы. В отличие от традиционных коллекторов, образованных в основном сравнительно однородной пористой матрицей, в поровом пространстве которой находится пластовый флюид, трещиноватые коллекторы, как это следует из названия, характеризуются наличием в матрице развитой системы трещин, которая существенно влияет на характер течения флюида в ходе разработки месторождения. Прежде всего, это связано с разномасштабностью процессов, протекающих в трещиноватых коллекторах: с одной стороны, бо́льшая часть углеводородов находится в матрице, которая обладает сравнительно низкой проницаемостью, а с другой стороны — течение флюида в основном происходит в трещинах, которые имеют малый объем, но высокую проницаемость.

Для математического моделирования течений в поровом пространстве пород-коллекторов используются специальные программы-симуляторы [1]. Большинство из них предназначены для традиционных коллекторов и не пригодны для анализа течений в трещиноватых коллекторах с развитой системой крупномасштабных трещин. Наиболее существенной особенностью моделирования течений в трещиноватых коллекторах является математическая модель и способ описания геометрии системы трещин. Одной из распространенных моделей, применяемых для анализа процессов вытеснения в трещиноватых системах, является модель DFN (Discrete Fracture Network), в которой геометрия трещин и процесс течения в них разрешаются явно. Другие математические модели и способы описания течений в трещиноватых коллекторах представлены в работе [2].

В настоящее время существуют программные комплексы, разработанные в специализированных институтах [3, 4], и коммерческие симуляторы, например [5], в которых реализована модель DFN. Программный комплекс CSMP++ (Continuous System Modeling Program) [3] разработан группой из четырех университетов: ETH Zürich (Switzerland), Montanuniversitaet Leoben (Austria), Heriot Watt University, Edinburgh (UK) и The University of Melbourne (Australia). В программном комплексе CSMP++ реализована модель DFN, которая позволяет моделировать двухфазное течение жидкости в трещиновато-поровых коллекторах. Трещины геометрически описываются двумерными поверхностями, а пористая матрица представляется в виде некоторого объема среды, в котором течение полностью отсутствует, но при этом присутствует переток между трещинами и матрицей под действием капиллярных и гравитационных сил. Течение в трещинах двумерное, при этом капиллярные силы не учитываются, а матрица учитывается в виде источника притока жидкости к трещинам и описывается набором “виртуальных ячеек”. Вычислительные алгоритмы построены на основе метода конечных элементов/конечных объемов.

Программный комплекс, описанный в работе [4], разработан в Reservoir Engineering Research Institute (Palo Alto, California, USA). В рамках этого симулятора реализована модель DFN, которая позволяет моделировать двухфазное течение несжимаемой жидкости в трещиновато-поровых коллекторах. Трещины описываются набором плоскостей, на которых строится треугольная сетка, а матрица описывается сеткой

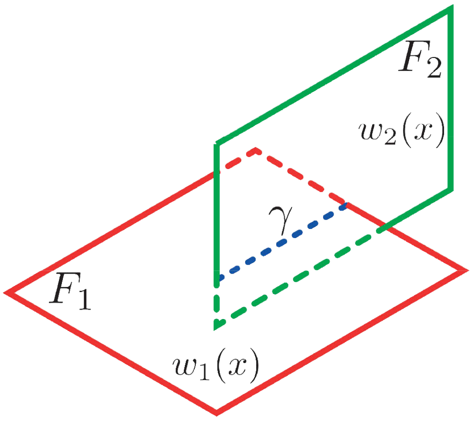
[1] Инжиниринговый центр МФТИ по трудноизвлекаемым полезным ископаемым, Институтский пер., д. 9, Московская обл., г. Долгопрудный, 141701; руководитель проектов, e-mail: blonsky.av@cet-mipt.ru

тетраэдров, построенной геометрически согласованно с сеткой на трещинах. Вычислительные алгоритмы построены на основе метода конечных элементов/конечных объемов.

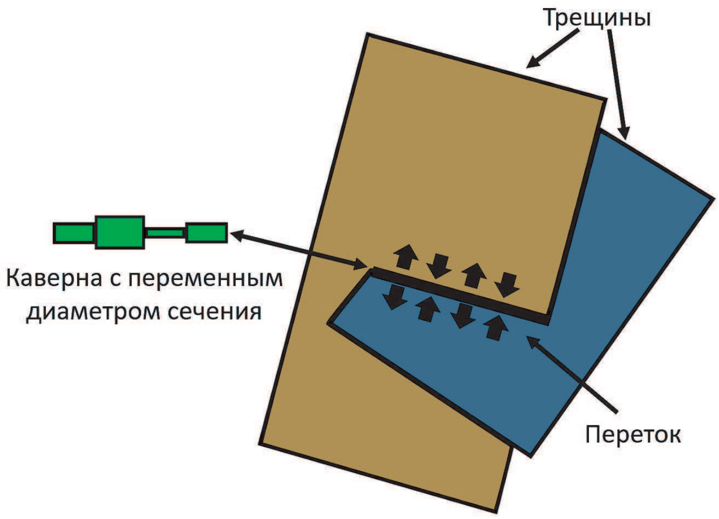
Коммерческий симулятор KAPPA Rubis [5] является многофункциональным программным обеспечением, которое предназначено для моделирования течений в трещиновато-поровых коллекторах в масштабе сектора месторождения. Расчетная сетка в симуляторе представляется в виде диаграммы Вороного системы точек, аппроксимирующей геометрию расчетной области с учетом ее геометрических особенностей, в частности трещин, которые описываются вертикальными плоскостями. Модель течения жидкости трехфазная (нефть, газ, вода). Вычислительные алгоритмы построены на основе метода конечных объемов.

В настоящей статье рассматривается программный комплекс, в котором реализована модель DFN [2, 6]. В нашем симуляторе трещины описываются плоскостями в пространстве, которые могут произвольным образом располагаться в пространстве и пересекаться. Предполагается, что течение во вмещающей среде (матрице) и переток между трещинами и матрицей отсутствуют. Течение в трещинах двумерное и двухфазное (вода, нефть). Капиллярные силы учитываются в соответствии с моделью Юнга–Лапласа. Отличительной особенностью рассматриваемого программного комплекса является использованная в нем математическая модель, которая учитывает одномерное течение вдоль каналов (каверн), отнесенных к линиям пересечения трещин. В частности, это позволяет применять разработанный симулятор к анализу течений в образцах керна горных пород.

В рамках нашей статьи описана физико-математическая модель течения в трещинах и кавернах, численная схема, применяемая для решений уравнений модели, а также особенности вычислительных алгоритмов и программной реализации. Приведены результаты расчетов, которые демонстрируют пригодность симулятора для решения рассматриваемого класса задач.



a)



b)

Рис. 1. Пример расчетной области: a) две трещины $\mathcal{F}_{1,2}$ и линия их пересечения γ, b) две трещины $\mathcal{F}_{1,2}$ и каверна на линии их пересечения γ

2. Математическая модель и вычислительные алгоритмы. В качестве геометрической модели среды будет рассматриваться локально двумерная связная область $\mathcal{F}$, которая представляет собой объединение некоторого числа (пересекающихся) трещин:

$$\mathcal{F} = \bigcup_{n=1}^{N_f} \mathcal{F}_n,$$

где N_f — число трещин. Каждая отдельная трещина $\mathcal{F}_n$ представляет собой двумерное многообразие (поверхность) с краем. Пример множества $\mathcal{F}$ для случая двух трещин показан на рис. 1.

Предполагается, что

— трещины плоские либо слабо искривлены (средний радиус кривизны существенно больше характерного линейного размера трещины); при описании течения в трещине справедливо приближение смазочного слоя (см. ниже);

— поверхности $\mathcal{F}_n$ представляют собой срединные поверхности трещин, т.е. математические поверхности, равноудаленные от берегов трещин; раскрытие трещины является функцией точки срединной поверхности трещины: $w = w_0(x)$, $x \in \mathcal{F}$, где $\mathcal{F}$ — срединная поверхность трещины;

— любые две трещины $\mathcal{F}_i$ и $\mathcal{F}_j$ либо не имеют общих точек, либо пересекаются по отрезку $\gamma_{ij} = \mathcal{F}_i \cap \mathcal{F}_j$ конечной длины;

— два отрезка пересечения γ_{ij} и γ_{kl} имеют не более одной общей точки.

Отрезок γ_{ij} будем называть *каверной* или *каналом* переменного сечения с известным диаметром $d_{ij}(x)$, $x \in \gamma_{ij}$ (рис. 1). В дальнейшем будем рассматривать отрезки только из множества $\mathcal{A} = \{\gamma_{ij} : \gamma_{ij} = \mathcal{F}_i \cap \mathcal{F}_j \neq \varnothing\}$.

Сформулированные выше ограничения являются естественными при представлении трещин в виде плоских полигонов в рамках модели дискретной системы трещин. Другие виды взаимного расположения трещин (например, пересечение трех отрезков γ_{ij} в одной точке) являются геометрически неустойчивыми, т.е. исчезают при малых "шевелениях" срединной поверхности.

Пусть $\gamma = \gamma(s)$ — каверна конечной длины $L_\gamma = |\gamma|$; s — координата вдоль линии, проходящей в центре каверны, $s \in [0, L_\gamma]$; $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(s)$ — касательный к линии γ вектор единичной длины. Будем считать, что сечение канала в некоторой точке s имеет форму круга с диаметром $d = d(s)$.

Далее предполагается, что справедливы следующие утверждения: течение в каверне существенно одномерное; число Рейнольдса $\mathrm{Re} = d \cdot v / \nu \ll 1$, где v — характерная скорость течения и ν — кинематическая вязкость флюида.

При сделанных допущениях скорость течения можно описать законом Пуазейля для ламинарного течения вязкой жидкости в тонком канале [7]. Согласно данному закону, для скорости течения флюида справедливо следующее выражение:

$$v_v(s) = -\frac{d^2(s)}{32\mu}\,\frac{\partial p_v}{\partial s}\,,$$

где v_v — средняя по сечению каверны скорость течения жидкости, μ — динамическая вязкость флюида, p_v — давление в каверне.

Будем считать, что флюид состоит из двух несмешивающихся фаз $\alpha = W, O$ (W — жидкая водная фаза, O — жидкая углеводородная фаза), состоящих из единственного (псевдо) компонента (w — вода, o — нефть). В дальнейшем фаза будет отождествляться с соответствующим компонентом; фазы являются сжимаемыми, массовая плотность фазы является функцией ее давления p_α: $\rho_\alpha = \rho_\alpha(p_\alpha)$, $\alpha = W, O$.

Дифференциальные уравнения законов сохранения масс компонентов в трещинах и кавернах в рассматриваемых допущениях имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_\alpha w S_\alpha\right) + \operatorname{div} \boldsymbol{Q}_{f,\alpha} = 0, \quad \boldsymbol{x} \in \mathcal{F}, \quad \frac{\partial \rho_\alpha A S_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial Q_{v,\alpha}}{\partial s} = q_\alpha, \quad \boldsymbol{x} \in \gamma_{ij}, \tag{1}$$

где $\alpha = W, O$; q_α — член, отвечающий за массообмен между трещинами и кавернами (будет описан ниже); S_α — насыщенности фаз, такие, что $S_W + S_O = 1$; $\boldsymbol{Q}_{f,\alpha}$ — вектор плотности потока массы компонента в трещине; $Q_{v,\alpha}$ — плотность потока массы компонента в каверне. Определяющие соотношения для последних имеют вид

$$\boldsymbol{Q}_{f,\alpha} = -\rho_\alpha w\,\frac{k_f k^{(f)}_{r,\alpha}}{\mu_\alpha}\left(\nabla p_{f,\alpha} + \rho_\alpha \boldsymbol{g}_n\right), \quad Q_{v,\alpha} = -\rho_\alpha A(s)\,\frac{k_v k^{(v)}_{r,\alpha}}{\mu}\left(\frac{\partial p_{v,\alpha}}{\partial s} + \rho_\alpha g_\tau\right), \tag{2}$$

где $k^{(\beta)}_{r,\alpha} = k^{(\beta)}_{r,\alpha}(S_w)$ — относительные фазовые проницаемости (ОФП), $\beta = f, v$; $p_{f,\alpha}$ и $p_{v,\alpha}$ — давления фаз в трещине и каверне; $\mu_\alpha = \mu_\alpha(p_\alpha)$ — вязкость фазы; $w = w(x)$ — раскрытие трещины; $\boldsymbol{g}_n = \Pi_n \boldsymbol{g}$ — проекция вектора ускорения свободного падения на плоскость трещины, $\Pi_n = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{n} \otimes \boldsymbol{n}$ — соответствующий проектор, I — единичная матрица, $\boldsymbol{n}$ — вектор единичной нормали к трещине, $\boldsymbol{g}$ — ускорение свободного падения; k_f — абсолютная проницаемость, выражение для которой в соответствии с моделью смазочного слоя имеет вид $k_f(x) = w^2(x)/12$, где x — точка расчетной области; k_v — абсолютная проницаемость каверн, определяемая выражением $k_v(s) = d^2(s)/32$; $A = A(s) = \pi d^2(s)/4$ — площадь сечения канала в точке s; $g_\tau = \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{\tau}$ — проекция вектора ускорения свободного падения на вектор $\boldsymbol{\tau}$.

Давления фаз не равны, они связаны капиллярным давлением, которое определяется локально (в точке пространства) моделью, учитывающей раскрытие (диаметр) трещины (каверны) и эффекты смачиваемости:

$$p_{f,c}(x) = (p_{f,O} - p_{f,W})(x) = \frac{2\sigma\cos\theta(x)}{w(x)}\,, \quad p_{v,c}(s) = (p_{v,O} - p_{v,W})(s) = \frac{4\sigma\cos\theta(s)}{d(s)}\,.$$

Здесь θ — контактный угол (является заданной функцией взаимных свойств флюидов и скелета) и σ — поверхностное натяжение.

Условия согласования в модели двухфазного течения принимают следующий вид:

— непрерывность потоков массы в точках отрезка γ_{ij}:

$$q_\alpha = \boldsymbol{Q}_{f,\alpha,i}{}^{(+)} \cdot \boldsymbol{n}_i{}^{(+)} + \boldsymbol{Q}_{f,\alpha,i}{}^{(-)} \cdot \boldsymbol{n}_i{}^{(-)} + \boldsymbol{Q}_{f,\alpha,j}{}^{(+)} \cdot \boldsymbol{n}_j{}^{(+)} + \boldsymbol{Q}_{f,\alpha,j}{}^{(-)} \cdot \boldsymbol{n}_j{}^{(-)} \quad \forall x \in \gamma_{ij}, \quad \alpha = W, O,$$

где $\boldsymbol{n}_{i,j}{}^{(\pm)}$ — единичные нормали к линии пересечения трещин, лежащие в плоскостях трещин $\mathcal{F}_i$ и $\mathcal{F}_j$ (рис. 2);

— непрерывность давления в точках отрезка γ_{ij}: $p_{f,\alpha} = p_{v,\alpha}$ для всех $x \in \gamma_{ij}$, $\alpha = W, O$.

Условие непрерывности давлений фаз в точках отрезков γ_{ij} означает, что капиллярные давления должны быть равны. Будем считать, что капиллярное давление в точках отрезков γ_{ij} определяется из выражения для каверн:

$$p_{f,c}(x) = p_{v,c}(s) = \frac{4\sigma\cos\theta(s)}{d(s)} \quad \forall s \in \gamma_{ij}.$$

Для замыкания системы уравнений (1)–(2) необходимо задать зависимости относительных фазовых проницаемостей в трещинах и кавернах. Будем предполагать, что ОФП $k_{r,\alpha}^{(\beta)}$ задаются линейной зависимостью.

В работе [2] параметрами модели являлись геометрия и раскрытие трещин. Для модели течения, рассматриваемой в данной работе, также необходимо задать радиус каверн, который может быть определен двумя способами: явно, как входной параметр, наравне с раскрытием трещин либо задан как функция раскрытия трещин.

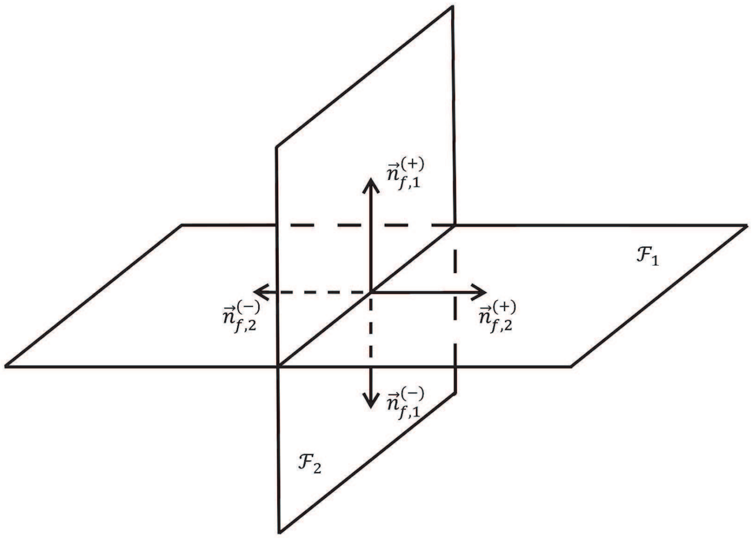


Рис. 2. Нормали к отрезку пересечения трещин

Таким образом, система уравнений (1)–(2) совместно с условиями согласования на границах трещина–каверна, начальными и граничными условиями для давления и насыщенности, а также с уравнениями состояния для плотностей и вязкостей компонентов описывает двухфазное течение жидкости в системе трещин и каверн.

Рассмотрим кратко вычислительные алгоритмы, применяемые для решения задачи. Подробное их описание дано в работах [6, 8]. В трещинах и кавернах, представленных набором полигонов и их пересечений, строится треугольная сетка, согласованная на пересечениях. Для пространственной дискретизации уравнений модели применяется метод Петрова–Галеркина [9]. Базисные функции относятся к узлам треугольной сетки. Для аппроксимации поля давления используются кусочно-линейные базисные функции, для поля насыщенности — кусочно-постоянные. Пробные функции в обоих случаях являются кусочно-постоянными и относятся к контрольным объемам, построенным вокруг вершин треугольной сетки. Для дискретизации уравнений по времени применяются полностью неявные аппроксимации.

В качестве опорных (первичных) неизвестных используются давление нефтяной фазы p_O и насыщенность водной S_W. В результате дискретизации получается система уравнений, которая может быть представлена в следующем виде:

$$A(\boldsymbol{x}) = A^f(\boldsymbol{x}) + A^v(\boldsymbol{x}) = 0, \tag{3}$$

где A^f — соответствует первому уравнению в (1), A^v — второму, а $\boldsymbol{x}$ — вектор неизвестных.

Конечномерная задача (3) является системой нелинейных алгебраических уравнений относительно значений давлений и насыщенностей в узлах сетки. Для ее решения применяется метод Ньютона. Полученная в результате линеаризации система линейных алгебраических уравнений решается с помощью метода BiCGStab (BiConjugate Gradient Stabilized method — стабилизированный метод бисопряженных градиентов) с предобусловливателем $ILUTP$ (неполное LU-разложение с выбором ведущего элемента) [10].

BiCGStab является итерационным методом решения системы линейных алгебраических уравнений крыловского типа. Метод предобусловливания $ILUTP$ является одним из семейства методов, в которых исходная матрица системы линейных алгебраических уравнений представляется в виде произведения нижней треугольной (L) и верхней треугольной (U) матрицы ($LU \approx A$). Данный метод имеет два параметра: первый определяет, какой величины элементы следует учитывать в ходе гауссовского исключения при построении матриц L и U, второй контролирует степень заполнения (число ненулевых элементов) этих матриц.

В процессе расчета временной шаг определяется автоматически: при большом числе (больше 5) итераций метода Ньютона шаг по времени измельчается в $\alpha_{\rm dn}$ раз, а при малом (меньшем или равном 2) увеличивается в $\alpha_{\rm up}$ раз. Параметры $\alpha_{\rm up,dn}$ являются параметрами метода и задаются в пусковом файле. Их типичные значения варьируются в диапазоне $\alpha_{\rm dn} \in [1.5, 4]$, $\alpha_{\rm up} \in [2, 5]$. Такой подход повышает работоспособность программы, в частности повышает устойчивость вычислительных алгоритмов при расчете решения на временны́х слоях. Сходимость метода Ньютона оценивается исходя из величины нелинейной невязки с одновременным контролем значений поправок к давлению $||\Delta p_o/p_o||_\infty$ и насыщенности $||\Delta S_w||_\infty$, где Δp_o, ΔS_w — изменение решения на итерации метода Ньютона.

В представленных ниже расчетах метод Ньютона считался сошедшимся при достижении величины нелинейной невязки значения 10^{-10} и значений поправок к решению величины 10^{-2} для давления и 10^{-3} для насыщенности. Метод бисопряженных градиентов считался сошедшимся, если невязка решения на i-й итерации соответствующей системы линейных алгебраических уравнений удовлетворяла выражению $||r_i||_2 \leqslant r_{\rm tol}||r_0||_2 + a_{\rm tol}$, где $r_{\rm tol} = 10^{-6}$, $a_{\rm tol} = 10^{-10}$, r_0 — невязка начального приближения. После решения системы линейных уравнений на итерации метода Ньютона в случае, если полученные насыщенности не лежат в пределах от 0 до 1, проводится масштабирование вектора поправок к насыщенности, для того чтобы все насыщенности лежали в пределах от 0 до 1. Если масштабирование поправок насыщенности имело место, то независимо от того, сошелся метод Ньютона или нет, делается дополнительная нелинейная итерация. В рассмотренных при тестировании и апробации программного комплекса задачах моделирования течений в трещиноватых средах метод Ньютона в среднем сходился за 3 итерации, а метод BiCGStab за 6 итераций.

3. Программная реализация. Разработанная физико-математическая модель и вычислительные алгоритмы реализованы в виде программного комплекса для Windows 10. Симулятор написан на языке программирования C++ в среде Microsoft Visual Studio 2013. Разработанное программное обеспечение состоит из следующих основных модулей.

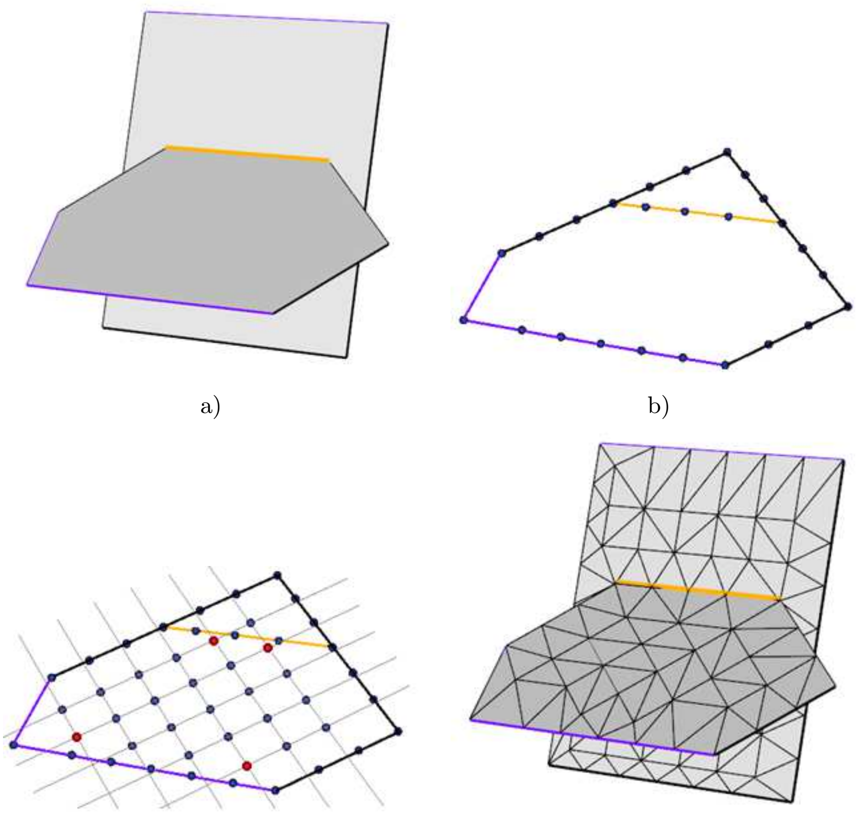
Модуль обработки данных, который отвечает за загрузку параметров геометрии трещин, свойств жидкостей, начальных и граничных условий для расчета задачи двухфазного течения. Указанные данные загружаются в формате YAML (Yet Another Markup Language) [11]. Библиотеки чтения/записи данного формата реализованы в большинстве распространенных языков программирования. Данный формат является легко понятным человеку, а также легким в использовании. Данный модуль обеспечивает выгрузку результатов моделирования в формате VTK (Visualization Toolkit) [12] для последующей визуализации и анализа.

Модуль генерации сетки, который по заданной геометрии трещин строит согласованную на пересечениях трещин треугольную сетку и проводит расчет всех необходимых для вычислительных алгоритмов геометрических параметров сетки, таких как площади ячеек, номера соседних ячеек, площади границ ячеек и координаты квадратурных точек, необходимых для численного интегрирования потоков.

Модуль расчета двухфазного течения в системе трещин и каверн, в котором решается система нелинейных уравнений методом Ньютона. Для вычисления матрицы линеаризованной системы уравнений применялся алгоритм сборки, распространенный при реализации метода конечных элементов [13]. Так как вычислительные алгоритмы расчета течения жидкости по трещинам основаны на методе конечных элементов/конечных объемов, то сборка части матрицы Якоби, отвечающей за течение жидкостей по трещинам, осуществлялась в цикле по треугольникам сетки. При дискретизации уравнений течения жидкости по кавернам предполагалось, что давление описывается линейной функцией между узлами сетки, но сборка части матрицы Якоби, описывающей потоки между узлами сетки, осуществлялась в цикле по границам контрольных объемов.

При реализации модуля построения сетки были разработаны алгоритмы расчета пересечений трещин, пересечения отрезков пересечений трещин, обрезания плоскостей по границам заданной расчетной области, а также алгоритмы генерации точек на границах и внутри полигонов. Создание надежной программной реализации данных алгоритмов является сложной задачей, так как в случае произвольного расположения трещин в пространстве точки пересечений могут располагаться друг к другу очень близко.

Результатом триангуляции такого набора точек могут стать маленькие и вытянутые треугольники, что, в свою очередь, может негативно сказаться на устойчивости вычислительных алгоритмов и сходимости решения. По этой причине набор близколежащих точек необходимо заменять некоторой одной точкой.



a) b)

c) d)

Рис. 3. Алгоритм построения согласованной треугольной сетки:
a) поиск пересечений трещин, b) разбиение отрезка границ трещин и отрезка пересечений, c) заполнение точками области трещины,
d) построение триангуляции

Для построения сетки на системе трещин необходимо учитывать пересечения трещин и пересечения отрезков пересечений. Рассмотрим алгоритм построения согласованной расчетной сетки на примере двух пересекающихся трещин (рис. 3a).

Пространственное положение трещины задается 4 точками в пространстве, которые лежат в одной плоскости и образуют прямоугольник. Алгоритм построения сетки состоит из следующих этапов.

1. Определение пересечений трещин.

2. Последовательное разбиение отрезков пересечений и границ трещины точками на отрезки заданного размера, которые впоследствии используются как ребра сетки.

3. Равномерное заполнение точками областей трещин с ограничением на близость внутренних точек к граничным и к точкам на отрезках пересечений.

4. Построение триангуляции для каждой трещины по заданным каркасам (точкам, отрезкам).

Построенная таким образом сетка полностью охватывает всю двумерную область геометрической модели среды: $\mathcal{F} = \bigcup\limits_{n=1}^{N_e} \omega_n$, где ω_n — n-й треугольник сетки.

Построенная триангуляция является правильной, иными словами: а) любые два треугольника имеют либо пустое пересечение, либо одну общую вершину, либо одно общее ребро; б) границы трещин и отрезки пересечения трещин являются объединением ребер треугольников.

Таким образом, сетка внутри каждой трещины образуется подмножеством треугольников сетки системы трещин: $\mathcal{F}_i = \bigcup\limits_{n \in I_i} \omega_n$, где I_i — множество треугольников, образующих трещину $\mathcal{F}_i$.

Пример сетки для сгенерированной случайным образом системы трещин, построенной по описанному выше алгоритму, представлен на рис. 4.

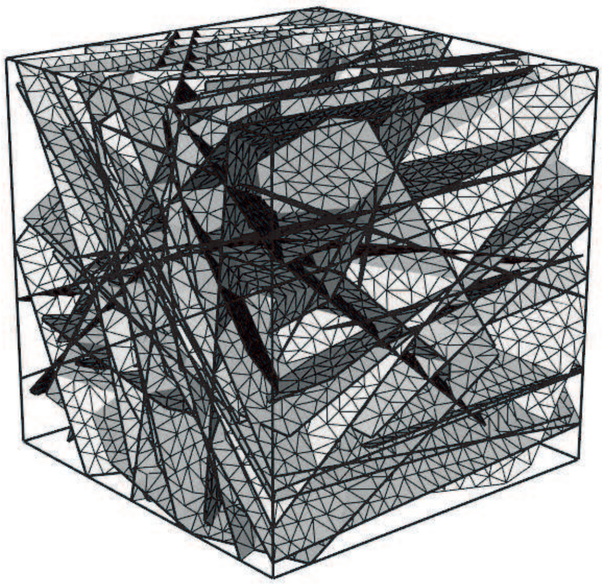


Рис. 4. Пример построенной сетки для системы трещин

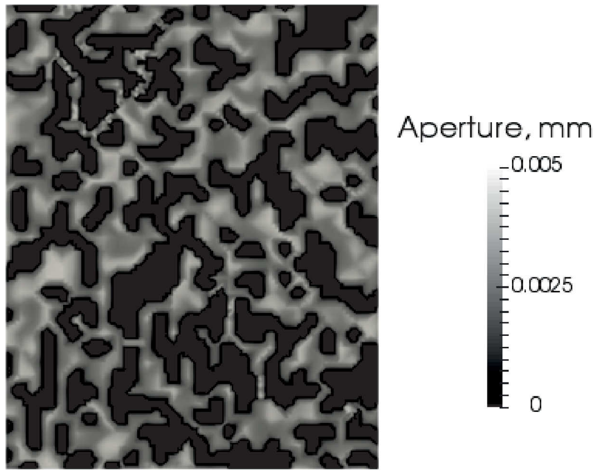


Рис. 5. Поле раскрытия трещины [1, 5] мкм (белый цвет — проводящие каналы, черный цвет — непроницаемые зоны)

4. Примеры применения программного комплекса. Разработанные алгоритмы были верифицированы на большом количестве тестовых задач и показали свою работоспособность на количестве трещин до нескольких тысяч, при этом количество расчетных ячеек было порядка полумиллиона. В данном разделе приводятся примеры работы программы, которые демонстрируют при моделировании возможность учета совместного течения жидкости в трещинах и кавернах, переменного раскрытия трещин и диаметра сечения каверн, а также смачиваемости породы.

4.1. Течение в уединенной трещине с переменным раскрытием. В данном тесте рассматривается трещина с зонами смыкания стенок трещины. Раскрытие проводящих каналов задано равномерным распределением на интервале [1, 5] мкм (рис. 5).

В начальный момент трещина полностью заполнена нефтью. На нижней границе расчетной области задано условие постоянного давления 2.5 бар. На верхней границе задано условие постоянного давления 3 бара и постоянной водонасыщенности $S_W = 1$. Моделирование проводилось до установления течения для различных углов смачиваемости: $\{0°, 45°, 90°, 135°, 180°\}$.

Для углов смачиваемости $\{0°, 90°, 180°\}$ поля насыщенности на различные моменты времени моделирования представлены на рис. 6.

Из представленных результатов видно, что смачиваемость породы и капиллярные силы оказывают значительное влияние как на характер вытеснения нефти водой, так и на интегральные характеристики процесса вытеснения (снижение коэффициента извлечения нефти (КИН) на 30% в предельных случаях). При этом в случае, когда капиллярные силы отсутствуют ($\theta = 90°$), в трещине остается запертая нефть, что обусловлено извилистой структурой проводящих каналов.

4.2. Влияние каверн на динамику течения в системе трещин. В данном тесте рассматривается случайным образом сгенерированная система из 20 трещин, находящаяся внутри расчетной области размером $10 \times 10 \times 10$ метров (рис. 7). Раскрытие трещин было задано с помощью равномерного распределения на интервале [10, 100] мкм. Суммарный объем пустот в трещинах составил 27 литров. Диаметры каверн заданы равномерным распределением на трех различных интервалах: $d_1 = [30,\ 70]$ мкм, $d_2 = [450,\ 750]$ мкм, $d_3 = [2,\ 4]$ мкм. В данном тесте исследуется влияние размера каверн на динамику течения для случаев гидрофильной ($\theta = 0°$) породы. Суммарный объем каверн пренебрежимо мал по сравнению с объемом трещин для всех рассматриваемых случаев. Изначально трещины полностью заполнены нефтью. В качестве граничных условий заданы: постоянный поток 18 литров в час и постоянная водонасыщенность

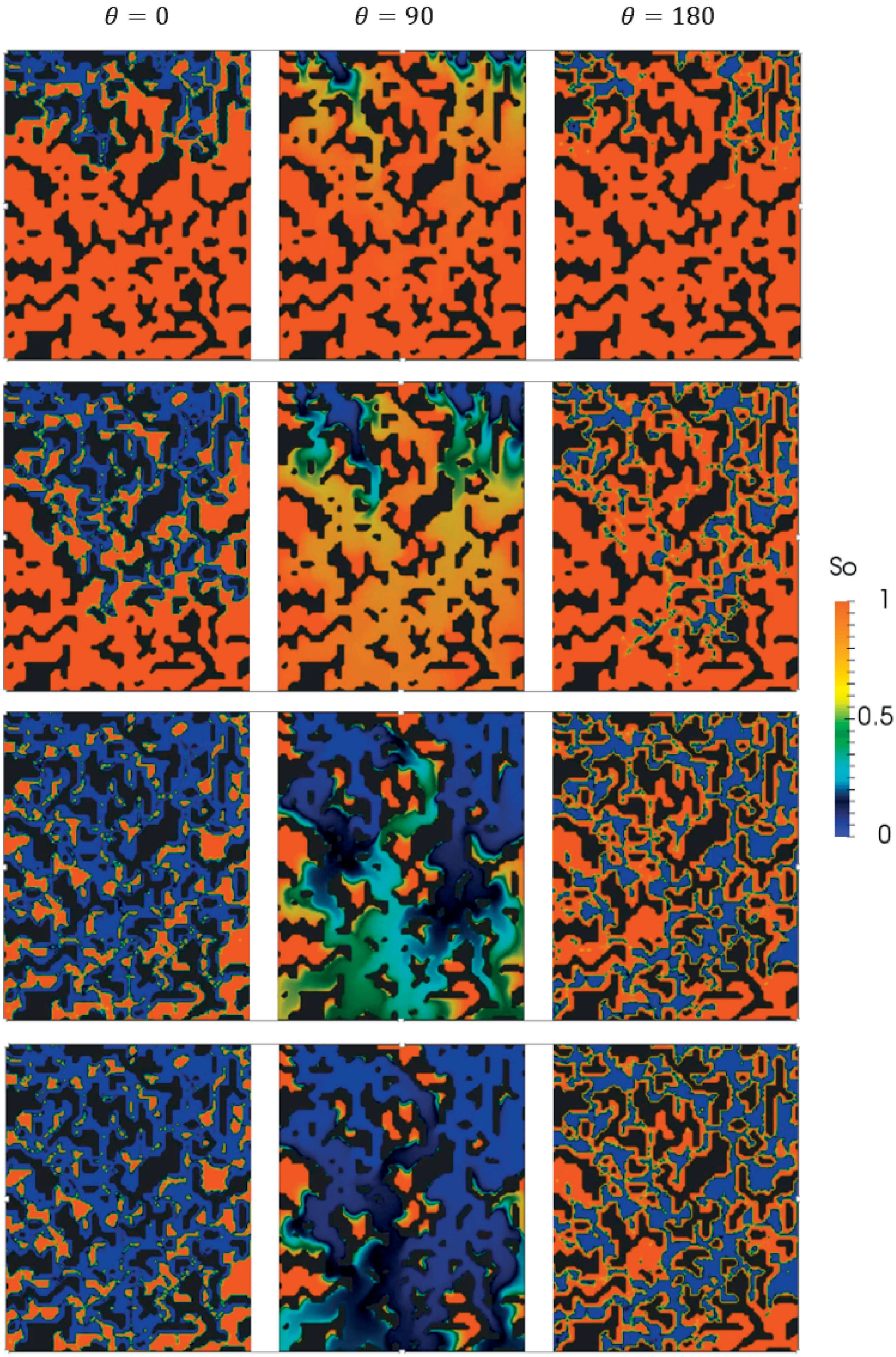


Рис. 6. Динамика вытеснения в трещине с переменным раскрытием

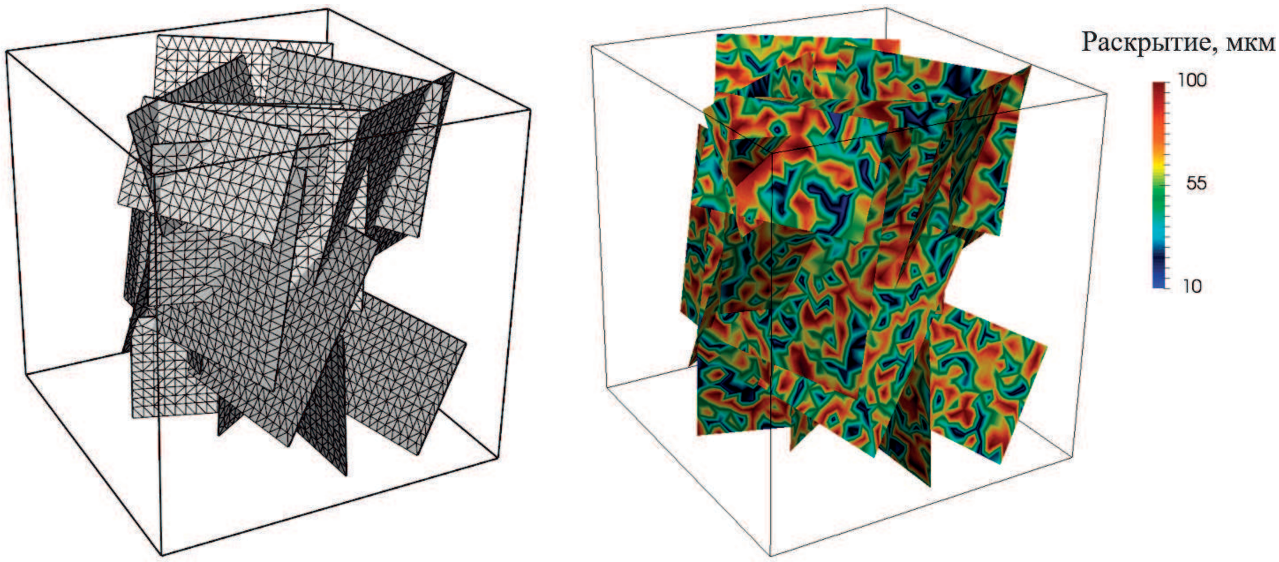


Рис. 7. Сетка для системы трещин и поле раскрытия

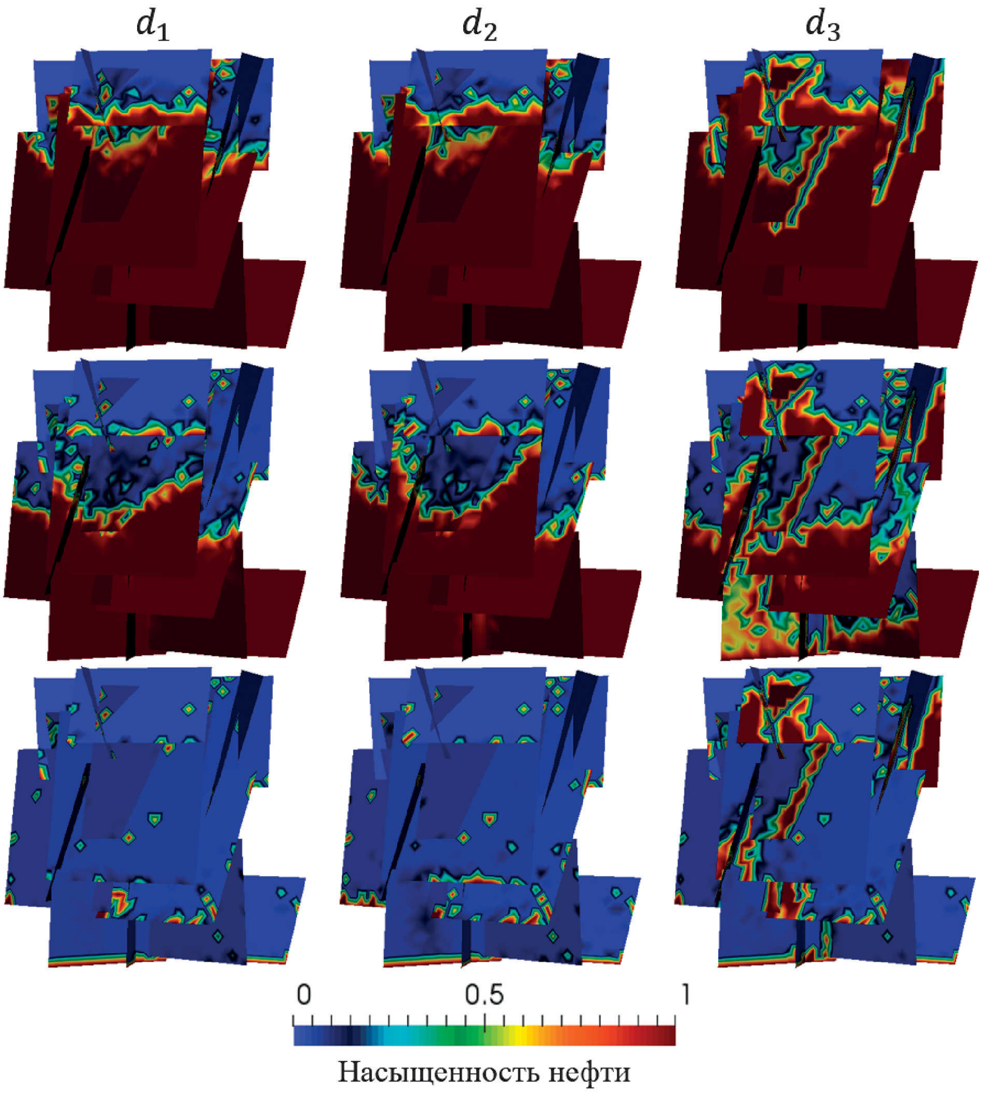


Рис. 8. Динамика вытеснения нефти водой для случая гидрофильной породы

S_W=1 на верхней границе расчетной области, постоянное давление 3 бара на нижней границе. Время закачки жидкости 4 часа.

Динамика вытеснения нефти водой в рассматриваемой системе трещин и каверн представлена на рис. 8. Из представленных результатов видно, что в случаях, когда диаметры каверн заданы на интервалах d_1 и d_2, фронт вытеснения одинаковый. В случае, когда диаметры каверн заданы в интервале d_3, фронт вытеснения продвигается быстрее, но при этом в трещинах за фронтом остается значительное количество нефти. В данном случае система каверн образует путь наименьшего сопротивления для течения воды, так как вода легче проникает в пустоты малого размера.

5. Заключение. В настоящей статье описан программный комплекс, который предназначен для решения задач об анализе течений в системах трещин. В рамках данного симулятора реализована модель DFN (Discrete Fracture Network), в которой трещины описываются плоскостями. Реализованы алгоритмы построения треугольной сетки по заданному набору трещин, произвольно располагающихся в пространстве. Модель, заложенная в симулятор, учитывает двухфазное течение воды и нефти в трещинах и кавернах, а также переток между ними. Кроме того, учитываются сжимаемость жидкости, капиллярные и гравитационные силы. Обсуждаются результаты расчетов ряда задач, которые демонстрируют пригодность разработанной математической модели, вычислительных алгоритмов и программного комплекса для расчета задач в реалистичных постановках.

Автор хотел бы выразить свою признательность Д.А. Митрушкину (ИЦ МФТИ), к.ф.-м.н. Е.Б. Савенкову (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) за советы и полезные обсуждения постановок вычислительных экспериментов, а также к.ф.-м.н. И.Ю. Кудряшову (ИЦ МФТИ) и к.ф.-м.н. Д.Ю. Максимову (ИЦ МФТИ) за конструктивные обсуждения особенностей реализации ряда вычислительных алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Азиз Х., Сеттари Э.* Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982.
2. *Блонский А.В., Митрушкин Д.А., Савенков Е.Б.* Моделирование течений в дискретной системе трещин: физико-математическая модель // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 65.
3. *Unsal E., Matthäi S.K., Blunt M.J.* Simulation of multiphase flow in fractured reservoirs using a fracture-only model with transfer functions // Computational Geosciences. 2010. **14**, N 4. 527–538.
4. *Monteagudo J.E.P., Firoozabadi A.* Control-volume method for numerical simulation of two-phase immiscible flow in two- and three-dimensional discrete-fractured media // Water Resources Research. 2004. **40**, N 7. doi: 10.1029/2003WR002996.
5. Rubis — Multi Purpose Numerical Model. https://www.kappaeng.com/software/rubis/overview?lang=ru.
6. *Блонский А.В., Савенков Е.Б.* Математическая модель и алгоритм расчета течения в дискретной системе трещин с кавернами // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 133.
7. *Milišić V., Quarteroni A.* Analysis of lumped parameter models for blood flow simulations and their relation with 1D models // ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis. 2004. **38**, N 4. 613–632.
8. *Блонский А.В., Митрушкин Д.А., Савенков Е.Б.* Моделирование течений в дискретной системе трещин: вычислительные алгоритмы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 66.
9. *Chen Z., Huan G., Ma Y.* Computational methods for multiphase flows in porous media. Philadelphia: SIAM Press, 2006.
10. *Саад Ю.* Итерационные методы для разреженных линейных систем. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013.
11. YAML Data Serialization Standard. http://yaml.org/.
12. Visualization Toolkit (VTK). https://www.vtk.org/
13. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.* The finite element method: its basis and fundamentals. Oxford: Elsevier, 2013.

Поступила в редакцию
31.08.2018

A Software Package for the Simulation of Fluid Flows in Discrete Fracture Networks with Vugs

A. V. Blonsky[1]

[1] *Moscow Institute of Physics and Technology Center for Engineering and Technology; Institutskii pereulok 9, Dolgoprudny, 141701, Russia; Project Research Manager, e-mail: blonsky.av@cet-mipt.ru*

Received August 31, 2018

Abstract: A software package for the mathematical simulation of fluid flows in discrete fracture networks is proposed. The mathematical model of flows is analyzed, a brief description of the computational algorithms is given, and the features of software implementation are formulated. The structure of the developed software package is considered, a number of similar software packages are discussed, and their differences from the proposed one are shown. A number of model problems are solved to demonstrate the efficiency of the proposed mathematical model, algorithms, and software implementation.

Keywords: discrete fracture networks, multiphase flows.

References

1. K. Aziz and A. Settari, *Petroleum Reservoir Simulation* (Applied Science Publ., London, 1979; Nauka, Moscow, 1982).

2. A. V. Blonsky, D. A. Mitrushkin, and E. B. Savenkov, *Discrete Fracture Network Modelling: Physical and Mathematical Model* Preprint No. 65 (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 2017).

3. E. Unsal, S. K. Matthäi, and M. J. Blunt, "Simulation of Multiphase Flow in Fractured Reservoirs Using a Fracture-Only Model with Transfer Functions," Comput. Geosci. **14** (4), 527–538 (2010).

4. J. E. P. Monteagudo and A. Firoozabadi, "Control-Volume Method for Numerical Simulation of Two-Phase Immiscible Flow in Two- and Three-Dimensional Discrete-Fractured Media," Water Resour. Res. **40** (2004). doi: 10.1029/2003WR002996.

5. Rubis — Multi Purpose Numerical Model. https://www.kappaeng.com/software/rubis/overview?lang=ru. Cited September 25, 2018.

6. A. V. Blonsky and E. B. Savenkov, *Mathematical Model and Computational Algorithms for Flow in Discrete Fracture Network with Vugs* Preprint No. 133 (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 2017).

7. V. Milišić and A. Quarteroni, "Analysis of Lumped Parameter Models for Blood Flow Simulations and Their Relation with 1D models," ESAIM: Math. Model. Numer. Anal. **38** (4), 613–632 (2004).

8. A. V. Blonsky, D. A. Mitrushkin, and E. B. Savenkov, *Discrete Fracture Network Modelling: Computational Algorithms* Preprint No. 66 (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 2017).

9. Z. Chen, G. Huan, and Yu. Ma, *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media* (SIAM, Philadelphia, 2006).

10. Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems* (SIAM, Philadelphia, 2003; Mosk. Gos. Univ., Moscow, 2013).

11. YAML Data Serialization Standard. http://yaml.org/. Cited September 25, 2018.

12. Visualization Toolkit (VTK). https://www.vtk.org/. Cited September 25, 2018.

13. O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, and J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals* (Elsevier, Oxford, 2013).