

УДК 550.3

doi 10.26089/NumMet.v19r323

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ: ВЛИЯНИЕ СВЯЗНОСТИ ТРЕЩИН НА ПОГЛОЩЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

М. А. Новиков<sup>1</sup>, Я. В. Базайкин<sup>2</sup>, В. В. Лисица<sup>3</sup>, А. А. Козяев<sup>4</sup>

Затухание сейсмических волн может служить критерием наличия развитой трещиноватости в пласте и его флюидонасыщения. Однако актуальной задачей является определение связности систем трещин, ведь именно протяженные кластеры трещин, образующие непрерывные пути миграции флюида, и представляют интерес в промышленной геофизике. Для анализа влияния связности систем трещин на сейсмические волновые поля в настоящей статье разработан и реализован алгоритм статистического моделирования для построения моделей трещиноватых сред с заданной степенью связности. Алгоритм основан на методе дискретных систем трещин, связность которых обеспечивается минимизацией функционала перколяции в методе имитации отжига. На основе численных экспериментов по моделированию сейсмических полей в трещиновато-пористых средах показано, что связность трещин и формирование ими вытянутых структур влияет на интенсивность перетоков флюида из трещин во вмещающую породу и, как следствие, интенсивность затухания сейсмических волн зависит от степени связности. Однако перетоки флюидов между трещинами имеют локальный характер и проявляются в фиксированном диапазоне частот, зависящем от индивидуальных размеров трещин. Этот эффект в еще большей степени выражен для сред с низкопроницаемой вмещающей породой — карбонатных пород. В этом случае перетоки флюидов из трещин во вмещающую среду отсутствуют и, как следствие, поглощение сейсмической энергии пренебрежимо мало и не зависит от связности системы трещин.

**Ключевые слова:** уравнения Био, конечно-разностные схемы, сейсмические волны, трещиновато-пористые среды, поглощение сейсмической энергии, статистическое моделирование, метод имитации отжига, дискретные системы трещин.

**1. Введение.** Выделение устойчивых проявлений флюидонасыщения пласта в его сейсмических и акустических атрибутах является одной из основных и наиболее актуальных задач современной петрофизики. При этом интерес представляет не сам факт флюидонасыщения, а мобильность флюида и транспортные свойства резервуара. В настоящее время большое внимание уделяется исследованию флюидопотоков, индуцированных волновыми полями (WIFF — Wave-Induced Fluid Flow). Такие потоки возникают в трещиновато-пористых средах в процессе распространения сейсмических волн из-за перепада давления во фронте волны [11, 34, 35, 38]. Выделяют два основных типа потоков: первый — переток флюида из трещин во вмещающую породу (FB-WIFF — Fracture-to-Background WIFF) и второй — локальный переток флюида по системе связанных трещин (FF-WIFF — Fracture-to-Fracture WIFF). Потоки первого типа характерны при распространении низкочастотных сигналов, поскольку большой период колебания позволяет сформироваться потокам даже в низкопроницаемой вмещающей породе. Интенсивность таких потоков и их влияние на сейсмический сигнал определяется, в основном, контрастом проницаемости материала трещин и вмещающей породы. Потоки второго типа проявляются при распространении высокочастотных сигналов и определяются свойствами материала трещин и их локальной связностью [20–22, 26, 37, 38]. При этом теоретические исследования описанных эффектов ограничиваются относительно простыми случаями (две системы ортогональных трещин), и учитываются только попарные пересечения [26]. Аналогичный критерий связности системы трещин используется и в численных экспериментах [7, 25, 26,

<sup>1</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, просп. Коптюга, 3, 630090, Новосибирск; мл. науч. сотр., e-mail: NovikovMA@ipgg.sbras.ru

<sup>2</sup> Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, просп. Коптюга, 4, 630090, Новосибирск; зав. лаб., e-mail: bazaikin@math.nsc.ru

<sup>3</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, просп. Коптюга, 3, 630090, Новосибирск; зав. лаб., e-mail: Lisitsavv@ipgg.sbras.ru

<sup>4</sup> Институт нефти и газа Сибирского федерального университета, просп. Свободный, 82, 660041, Красноярск; аспирант, e-mail: aa.kozyaev@gmail.com

38] за исключением работы [23], где применялось статистическое моделирование трещиноватых сред с последующей оценкой связности системы. Более того, в указанных работах зачастую численное моделирование проводится в квазистатической постановке, что, с одной стороны, позволяет проводить оценку эффективных параметров на низких частотах. С другой стороны, квазистатическая постановка полностью исключает влияние рассеяния волновой энергии, которое проявляется на частотах близких к частотам, характерным для FF-WIFF. Поэтому задача численного моделирования волновых полей в трещиновато-пористых флюидозаполненных средах и последующая оценка эффективных скоростей распространения волн и поглощения сейсмической энергии является чрезвычайно актуальной.

Важно отметить, что транспортные свойства трещиноватых коллекторов определяются наличием протяженных связных систем трещин, т.е. связность это — не локальное свойство, определяемое попарным пересечением трещин, — трещины должны формировать протяженные кластеры. Для построения моделей таких трещиноватых сред применяется метод дискретных систем трещин [33, 44, 45] — объектный метод статистического моделирования, в котором задаются распределения положений, ориентаций, длин и раскрытости трещин, полученных либо с обнажений, либо с образцов породы [18, 19]. При этом такие свойства, как перколяция системы трещин или ее связность в различных определениях, являются вторичными, т.е. либо просто оцениваются для полученной модели [14, 36, 45], либо применяются в методе имитации отжига. Последний метод относится к прямым методам минимизации функционалов, когда в текущую реализацию входных параметров вносится случайное возмущение и в случае уменьшения значения функционала возмущенный набор принимается. На этом принципе основан ряд подходов к построению дискретных систем трещин [40, 44].

В настоящей статье приводится полный цикл численного моделирования процессов распространения сейсмических волн в трещиновато-пористых флюидозаполненных средах с последующей оценкой эффективных скоростей и затуханий сейсмических волн в зависимости как от физических свойств материалов, так и от геометрии и связности систем трещин. Для построения систем трещин нами предложен подход, основанный на методе имитации отжига с целевым функционалом, учитывающим вероятность перколяции системы на заданном расстоянии, существенно превышающем размер единичной трещины. Формирование таких систем, особенно при выборе предельного расстояния, на котором рассматривается перколяция, приводит к выделению второго масштаба в модели. В этой связи для характеристики полученных систем трещин и построения количественных оценок характерных размеров применяются методы вычислительной геометрии, в частности алгоритм Форчуна, известный также как метод заметания плоскости [13]. Для каждой реализации модели трещиноватой среды проводится численное моделирование распространения волн на основе решения системы уравнений Био–Джонсона [15, 24] с широким диапазоном изменения свойств материалов, заполняющих трещины, и вмещающей породы, после чего проводится оценка затухания волны при прохождении через трещиновато-пористый слой. Отметим, что алгоритмы статистического моделирования и геометрического анализа реализованы с применением библиотек OMP (Open Multi-Processing), при этом статистическое моделирование распараллелено по реализациям с использованием MPI (Message Passing Interface) библиотек. Алгоритм численного моделирования волновых процессов реализован на основе метода конечных разностей, в частности схемы на разнесенных сетках [7, 30, 31], с применением метода баланса для модификации коэффициентов схемы в окрестности разрывов [10, 42]. Поскольку в нашей статье проводится моделирование волновых полей в пороупругих средах в двумерной постановке, то использование метода декомпозиции расчетной области в параллельной реализации алгоритма [1, 2, 5] нецелесообразно. Однако для построения оценок поглощения сейсмической энергии в исследуемом диапазоне частот необходимо решать серию однотипных задач с разными функциями источников, поэтому целесообразным является применение библиотек MPI для распараллеливания по задачам [7, 8].

## 2. Построение модели трещиноватой среды.

**2.1. Метод дискретных систем трещин.** Построение модели трещиноватой среды проводилось на основе статистического моделирования с использованием метода дискретных систем трещин. Ключевыми параметрами, определяющими модель в этом подходе, являются распределение центров трещин в пространстве, распределение ориентаций трещин, их длин, раскрытости (ширины) и концентрации. Для того чтобы результаты настоящей статьи можно было сравнивать с предыдущими исследованиями по анализу волновых полей в трещиновато-пористых средах [7, 38], рассматривается система трещин со следующими параметрами.

- 1) Распределение трещин в пространстве — равномерное и не зависящее от ориентации трещин.
- 2) Два семейства трещин  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_x \cup \mathcal{F}_z$ , ориентированных строго в направлениях координатных осей, т.е. ортогональных друг другу. Вероятность того, что трещина принадлежит одному из семейств,

равна 0.5, т.е.  $P(\phi \in \mathcal{F}_x) = 0.5$  и  $P(\phi \in \mathcal{F}_z) = 0.5$ .

- 3) Длина трещины вне зависимости от семейства, к которому она принадлежит, равна 30 мм, ширина или раскрытость 4 мм.
- 4) Объемная концентрация трещин 15%. Отметим, что более распространенным является использование такого параметра: число трещин на единицу длины, однако для решаемого класса задач удобнее использовать именно объемную концентрацию, поскольку именно она входит в теоретические оценки интенсивности затухания волн в трещиновато-пористых средах [22].

Приведенных выше параметров достаточно для статистического моделирования трещиноватой среды. Пример такого моделирования приведен на рис. 1, на котором видно, что трещины в основном не пересекаются, а длина перколяции системы не превышает длины трещины. Для построения моделей сред с большей степенью связности используется метод имитации отжига.

**2.2. Метод имитации отжига.** Один из наиболее распространенных подходов, используемых для построения дискретной системы трещин, — это метод имитации отжига, т.е. метод прямого поиска глобального экстремума [40] целевого функционала  $f$ . Параметры модели, используемые в методе: координаты центров трещин  $(x_i, z_i)$ , где  $i = 1, \dots, N_{\text{frac}}$  и  $N_{\text{frac}}$  — общее число трещин в области. Поскольку необходимо построить трещиноватые среды с сильной связностью трещин, то целевой функционал должен зависеть от параметра, отражающего степень этой связности. В нашей работе предлагается использовать вероятность перколяции, т.е. существования на некотором участке модели непрерывного пути по трещинам, проходящего через весь участок. Рассматриваемая прямоугольная область имеет размеры  $1 \times 4$  м. Степень связности трещин в области оценивается по формуле

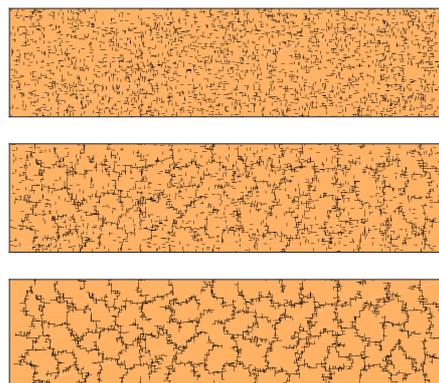


Рис. 1. Трещиноватые модели, построенные методом имитации отжига. Связность трещин растет от верхней модели к нижней

$$f_P = \frac{1}{2} (P_{\text{total}}^x + P_{\text{total}}^z),$$

где  $P_{\text{total}}^x$  и  $P_{\text{total}}^z$  — оценки перколяции в направлении осей  $x$  и  $z$ . Для каждого направления вся область пробегается  $N_w$  прямоугольными окнами с шагом 2 мм по обоим направлениям. Размер  $i$ -го окна ( $i = 0, \dots, N_w - 1$ ) в направлении измерения перколяции равен

$$l_i = \frac{1+i}{2} l_{\text{frac}}, \tag{1}$$

где  $l_{\text{frac}}$  — длина мелкомасштабной трещины. Другая сторона прямоугольного окна равна 25 см. Например, пробегаемые  $i$ -м окном участки трещиноватой модели с целью проверки перколяции в направлении  $x$  имеют размеры  $l_i$  по  $x$  и 25 см по  $z$ . Очевидно, вероятность перколяции в  $i$ -м окне по направлению оси  $x$  равна отношению числа  $N_{\text{perc}_i}^x$  таких участков, в которых существует непрерывный путь по трещинам между границами, перпендикулярными оси  $x$ , к числу  $N_i^x$  всех участков таких размеров в рассматриваемой области:

$$P_i^x = \frac{N_{\text{perc}_i}^x}{N_i^x}. \tag{2}$$

Обозначим через  $P^{x*}$  целевое значение вероятности перколяции по  $x$ , определенное для всех окон. Тогда общая оценка перколяции по направлению оси  $x$  для всей области определяется по формуле

$$P_{\text{total}}^x = \sqrt{\sum_{i=0}^{N_w-1} w_i \left( \frac{P^{x*} - P_i^x}{P^{x*}} \right)^2 \frac{1}{N_w}}.$$

Здесь  $w_i$  ( $i = 0, \dots, N_w - 1$ ) — весовые коэффициенты, имеющие вид

$$w_i = \frac{N_w - i}{N_w} \frac{2}{N_w + 1}.$$

В ходе построения моделей полагается, что  $P^{x*} = 1$ . Аналогичным образом определяется оценка перколяции по направлению оси  $z$ , целевое значение  $P^{z*} = 1$ .

Кроме увеличения степени связности в ходе построения моделей методом имитации отжига также осуществлялся контроль за равномерностью распределения трещин. Существует множество различных подходов к характеристике распределения объектов в пространстве, в частности вычисление фрактальной размерности множества этих объектов [3, 4, 43]. В целевую функцию при имитации отжига входит оценка фрактальной размерности множества центров трещин. Количество трещин  $N_{\text{frac}}$  известно для каждой промежуточной модели в ходе действия алгоритма. Трещиноватая область делится на  $N$  квадратных ячеек  $\Omega_j$  ( $j = 1, \dots, N$ ). Если  $N_c(\Omega_j)$  — число центров трещин, попавших в ячейку  $\Omega_j$ , то вероятность выбора из всего множества центров трещин такого, который попадает в ячейку  $\Omega_j$ , равна

$$P_j = \frac{N_c(\Omega_j)}{N_{\text{frac}}}. \quad (3)$$

Фрактальная размерность  $D_2$  множества центров трещин в области  $\Omega$  определяется по формуле

$$D_2 = \lim_{d \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln d} \ln \sum_{j=1}^N P_j^2 \right), \quad (4)$$

где  $d$  — размер стороны ячейки.

В применяемом алгоритме при вычислении целевой функции рассматриваются два разбиения на  $N_1$  и  $N_2$  ячеек со сторонами  $d_1 = 25$  см и  $d_2 = 50$  см соответственно. Обозначим через  $P_{1j}$  ( $j = 1, \dots, N_1$ ) и  $P_{2k}$  ( $k = 1, \dots, N_2$ ) вероятности, определяемые формулой (3) для этих разбиений. Фрактальная размерность (4) приближенно вычисляется по формуле

$$\tilde{D}_2 = \frac{1}{\ln d_2 - \ln d_1} \left| \ln \sum_{k=1}^{N_2} P_{2k}^2 - \ln \sum_{j=1}^{N_1} P_{1j}^2 \right|.$$

Известно, что равномерному распределению точек в рассматриваемой области соответствует  $D_2^* = 2$ . Таким образом, оценка степени равномерности распределения трещин в моделях входит в целевую функцию в виде

$$f_D = \left| \frac{\tilde{D}_2 - 2}{2} \right|.$$

Наконец, минимизируемая в ходе построения модели методом имитации отжига целевая функция имеет вид

$$f = 0.8f_P + 0.2f_D.$$

В качестве начальной модели берется описанная выше модель с равномерным распределением трещин двух наборов. В модели случайным образом изменяется положение 1% всех трещин, т.е. принимаются новые случайные значения для координат их центров. Отметим, что новое состояние модели незначительно отличается от предыдущего. Для новой модели вычисляется изменение значения целевой функции  $\Delta f$ . Если изменение модели привело к уменьшению целевой функции, то новая модель принимается с вероятностью 1 и далее заново проводится случайное слабое изменение модели. В противном случае новая модель принимается с заданной вероятностью  $P_{\text{acc}}$ :

$$P_{\text{acc}}(T) = e^{-\Delta f/T}.$$

Здесь  $T$  — параметр, определяющий скорость убывания вероятности, с которой принимается новая модель, увеличивающая целевую функцию. При генерации трещиноватых моделей использовалось значение  $T = 0.001$ . В качестве критерия останова алгоритма используется условие

$$f < 0.02.$$

С использованием описанного алгоритма были построены 10 наборов трещиноватых моделей, включая промежуточные модели с равномерным шагом по значению целевой функции  $f$ . Рассматриваются модели 6 различных значений  $f$ . Будем называть соответствующие значениям  $f$  модели моделями различных стадий перколяции. Итого построено 60 моделей трещиноватой среды для шести различных стадий

перколяции. Для наглядной демонстрации формирования трещиноватой среды в ходе имитации отжига модели одной реализации, соответствующие трем стадиям перколяции, изображены на рис. 1. Нетрудно видеть, что формируются кластеры пересекающихся трещин, представляющие неоднородности второго масштаба наряду с мелкомасштабными трещинами.

Изменение осредненной по 10 реализациям зависимости вероятности  $P_i^x$  (2) от размера  $l_i$  (1) с уменьшением целевой функции продемонстрировано на рис. 2. Результаты свидетельствуют о том, что начальная модель практически не перколирует на расстояниях, больших  $l_{frac}$ . Видно, что в ходе имитации отжига возникающие в модели среды пересечения трещин с достаточно большой вероятностью обеспечивают перколяцию на расстояниях вплоть до максимального размера окна. Можно заключить, что используемый метод построения моделей приводит к постепенному росту вероятности перколяции на все больших и больших расстояниях.

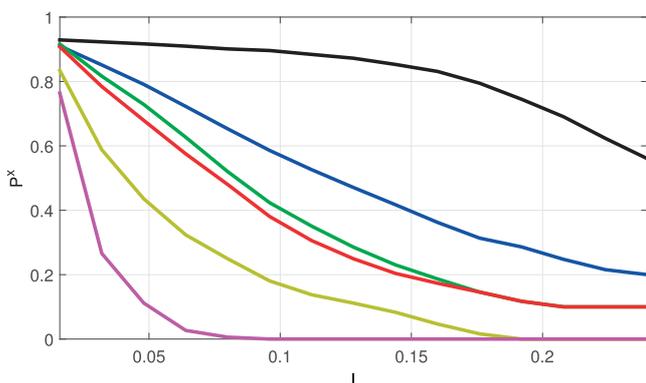


Рис. 2. Осредненная по 10 реализациям зависимость вероятности перколяции в направлении оси  $x$  от размера окна по  $x$  в метрах.

Цвета соответствуют 6 различным значениям целевого функционала, отражающего степень связности трещин:  
 $f_P = 0.23$  (розовый),  $f_P = 0.37$  (желтый),  $f_P = 0.46$  (красный),  
 $f_P = 0.48$  (зеленый),  $f_P = 0.58$  (синий),  $f_P = 0.66$  (черный)

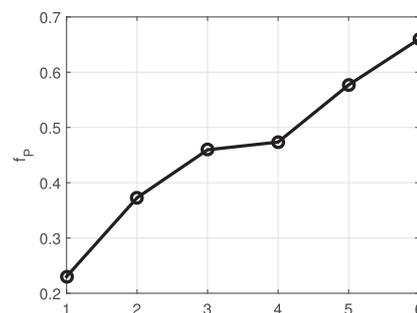


Рис. 3. Значение оценки степени связности трещин  $f_P$  для шести рассматриваемых стадий перколяции

На рис. 3 показаны осредненные значения оценок  $f_P$  для каждой из шести рассматриваемых стадий перколяции. Наблюдается монотонный рост  $f_P$ , близкий к линейному. Таким образом, все рассматриваемые стадии перколяции удобно использовать для анализа влияния роста связности трещин, характерного размера кластеров пересекающихся трещин на затухание и дисперсию сейсмических волн, проходящих в этих трещиноватых средах.

**3. Анализ геометрических характеристик систем трещин.** В полученных трещиноватых моделях наблюдается формирование неоднородностей второго масштаба, представленных кластерами пересекающихся трещин. В связи с этим необходимо более детально определить образовавшуюся двумасштабную структуру. Для исследования изменения структуры построенных трещиноватых моделей в зависимости от индекса связности применяется статистический анализ их геометрических характеристик.

Основной интерес представляют характерные размеры кластеров трещин, а также преимущественная ориентация кластеров, так как эти характеристики оказывают существенное влияние на дисперсию и затухание волны в неоднородной среде [22]. Для статистического анализа вместо трещин рассматривается некоторая упрощенная структура, сохраняющая важные для нашего исследования геометрические параметры исходной трещиноватой модели. В качестве такой структуры используется внутренний скелет системы трещин, являющийся частным случаем понятия множества раздела. Скелетизация применяется в технологиях распознавания текста [6, 39]. Вначале дискретная система трещин аппроксимируется полигональной областью минимального периметра. Затем для полученной полигональной области методом заматающей прямой [13] строится внутренний скелет — множество точек внутри полигональной области, имеющих не менее двух ближайших точек на границе полигональной области. Скелет затем корректируется путем удаления ломаных, которые не имеют ветвлений хотя бы на одном конце, длина и количество прямолинейных отрезков которых не превышает пороговых значений. Построенный внутренний скелет системы трещин представляет собой множество ветвящихся ломаных линий. Пример скелета участка системы трещин изображен на рис. 4.

Построенные скелеты систем трещин затем были разбиты на ломаные участки без ветвлений (далее

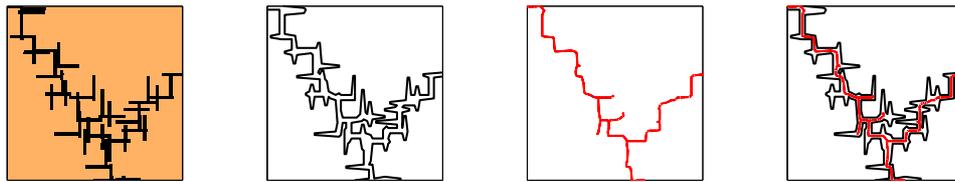


Рис. 4. Этапы построения скелета полигональной области. Слева направо изображены: исходная модель, полигональная область (черная жирная линия — граница), скелет, а также полигональная область и скелет одновременно

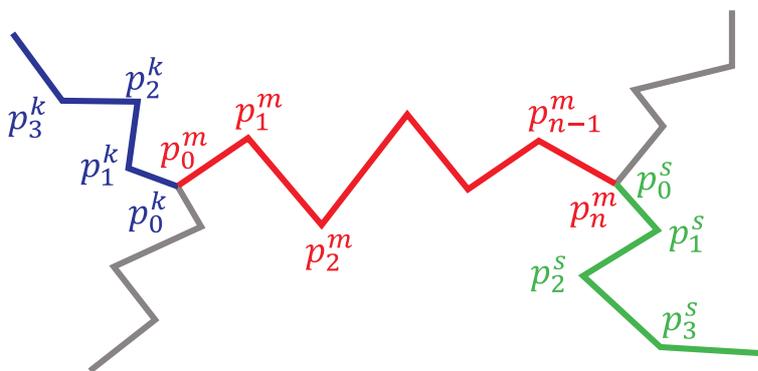


Рис. 5. Схематичное изображение разбиения скелета системы трещин на плечи. Различными цветами показаны отдельные плечи

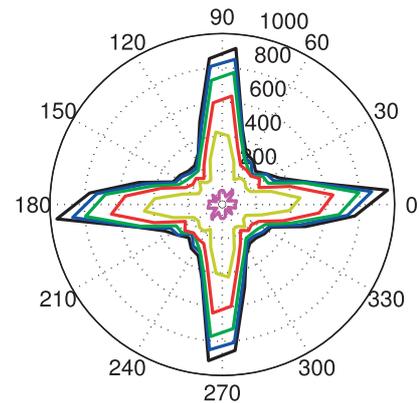


Рис. 6. Среднее число плеч в зависимости от ориентации (см. текст статьи)

мы называем их плечами скелета), схематическое изображение плеча приведено на рис. 5. Для каждого плеча скелета  $I_m$ , разбитого на последовательные прямые отрезки вершинами  $p_{j-1}^m, \dots, p_j^m, j = 0, \dots, N^m$ , рассматривались следующие геометрические характеристики.

1. Длина плеча, определяемая формулой

$$R^m = \int_{s \in I_m} ds = \sum_{j=1}^{N^m} |\overline{p_{j-1}^m, p_j^m}|,$$

где  $s$  — длина дуги и  $\overline{p_{j-1}^m, p_j^m}$  — отрезок, соединяющий точки  $p_j^m$  и  $p_{j-1}^m$ .

2. Расстояние между концами плеча:  $Q^m = |\overline{p_0^m, p_{N^m}^m}|$ .
3. Извилистость плеча — отношение длины плеча к расстоянию между его концами:  $\phi^m = R^m/Q^m$ . Формально этот параметр не является геометрической характеристикой, но он часто используется при анализе поровой структуры и трещиноватости. Более того, он явно входит в уравнения Био-Джонсона.
4. Ориентация плеча — угол между прямой, соединяющей концы плеча и осью  $x$ , в дальнейшем будем обозначать  $\beta$ .
5. Интегральная кривизна плеча:

$$K^m = \int_{s \in I} |k(s)| ds \approx \sum_{j=1}^{N^m-1} \arccos \frac{(p_{j-1}^m, p_j^m, p_j^m, p_{j+1}^m)}{|\overline{p_{j-1}^m, p_j^m}| |\overline{p_j^m, p_{j+1}^m}|},$$

где  $k(s)$  — кривизна кривой.

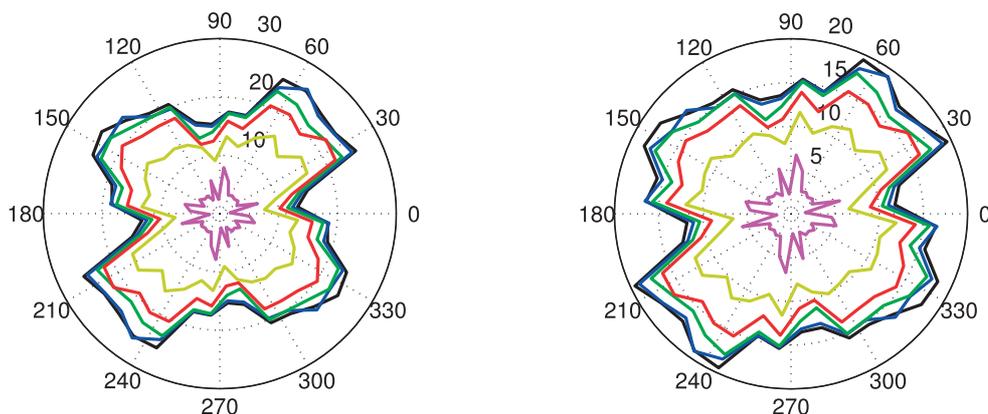


Рис. 7. Средние длина плеч (слева) и расстояние между концами плеч (справа) в зависимости от ориентации. Цвета соответствуют 6 различным значениям целевого функционала, отражающего степень связности трещин:  $f_P = 0.23$  (розовый),  $f_P = 0.37$  (желтый),  $f_P = 0.46$  (красный),  $f_P = 0.48$  (зеленый),  $f_P = 0.58$  (синий),  $f_P = 0.66$  (черный)

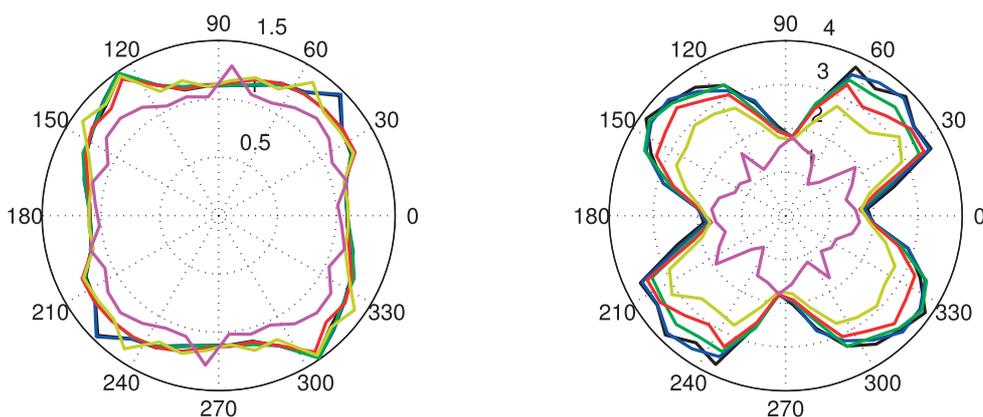


Рис. 8. Средние извилистость (слева) и интегральная кривизна (справа) плеч в зависимости от ориентации. Цвета соответствуют 6 различным значениям целевого функционала, отражающего степень связности трещин:  $f_P = 0.23$  (розовый),  $f_P = 0.37$  (желтый),  $f_P = 0.46$  (красный),  $f_P = 0.48$  (зеленый),  $f_P = 0.58$  (синий),  $f_P = 0.66$  (черный)

Дальнейший статистический анализ параметров удобно проводить в зависимости от направления плеча, чтобы определить наличие анизотропии геометрических характеристик модели, которая, в свою очередь, приводит к анизотропии сейсмических характеристик среды. Все введенные выше параметры рассматривались зависящими от направления, после чего они осреднялись в окне  $10^\circ$ , т.е. рассчитывались значения

$$\langle P(\beta_0) \rangle = \frac{18}{\pi} \int_{\beta_0 - \pi/18}^{\beta_0 + \pi/18} P(\beta) d\beta,$$

где  $P(\beta)$  — любой из перечисленных выше параметров. В дополнение к ним рассматривался еще один параметр — среднее число плеч, ориентированных в заданном направлении, которое обозначается  $\langle N(\beta_0) \rangle$ . Заметим, что для каждой степени перколяции система рассматривалась 10 статистических реализаций, поэтому  $\langle P(\beta_0) \rangle$  предполагает также осреднение по статистическим реализациям. Результаты анализа осредненных величин представлены на рис. 6–8. По средним значениям количества плеч определенной ориентации (рис. 6) видно, что для всех стадий перколяции преобладающая ориентация плеч совпадает

с ориентацией мелкомасштабных трещин (соответственно 0 и 90 градусов). На рис. 6 цвета соответствуют 6 различным значениям целевого функционала, отражающего степень связности трещин:  $f_P = 0.23$  (розовый),  $f_P = 0.37$  (желтый),  $f_P = 0.46$  (красный),  $f_P = 0.48$  (зеленый),  $f_P = 0.58$  (синий),  $f_P = 0.66$  (черный).

Однако, если обратить внимание на распределение средних длины и расстояния между концами плеч в зависимости от ориентации (рис. 7), становится ясно, что второй масштаб неоднородностей формируется в основном плечами, расположенными под углом  $\pm 45$  градусов. Это, скорее всего, вызвано выбором целевой функции в методе имитации отжига. Средние значения интегральной кривизны (рис. 8) тоже указывают на основную ориентацию сформированных цепочек связанных трещин. Извилистость в зависимости от ориентации варьируется незначительно, однако для более длинных цепочек трещин больше. Отметим, что при низком уровне перколяции увеличение связности существенно влияет на изменение геометрии системы трещин. При высокой перколяции структура трещиноватой среды меняется незначительно.

**4. Моделирование волновых полей в трещиновато-пористых средах.** Распространение волн в пористой флюидонасыщенной среде описывается следующей моделью Био [15–17, 29–31]:

$$\rho_f \frac{T}{\phi} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\eta}{k_0} \mathbf{v} = -\nabla p - \rho_f \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial t}, \tag{5}$$

$$\rho \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{n} - \rho_f \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} = (\lambda_u \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \alpha M \nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} + \mu [\nabla \boldsymbol{\sigma} + (\nabla \boldsymbol{\sigma})^T] + S, \tag{7}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = M(\alpha \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \nabla \cdot \mathbf{v}) + S_f. \tag{8}$$

Здесь  $\boldsymbol{\sigma}$  — скорость смещения частиц твердой фазы,  $\mathbf{v}$  — относительная скорость порового флюида,  $\mathbf{n}$  — тензор напряжений в упругом скелете,  $p$  — давление флюида,  $\phi$  — пористость скелета,  $\rho_f$  — плотность флюида,  $\rho$  — плотность двухфазного материала,  $T$  — извилистость порового пространства,  $\eta$  — вязкость флюида,  $k_0$  — проницаемость скелета,  $\lambda_u$  — параметр Ламе для двухфазного материала,  $\mu$  — модуль сдвига. Правые части  $S$  и  $S_f$  — функции источника в упругой среде и флюиде соответственно. Величины  $M$  и  $\alpha$  выражаются через объемные модули упругости для двухфазного материала и упругого скелета без флюида, а также через объемный модуль упругости материала, из которого образован скелет.

Для численного решения системы уравнений (5)–(8) в двумерном случае используется конечно-разностная схема на разнесенной сетке [7, 30, 41]. Применяемая схема явная, условно устойчивая и имеет второй порядок по времени и пространству. Различные компоненты векторов скоростей, тензора напряжений и давление определяются в разных узлах сетки, как показано на рис. 9.

В узлах сетки  $(i\Delta x, j\Delta z, (n+1/2)\Delta t)$  при целых  $i, j, n$  определены нормальные компоненты тензора напряжений  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$ , давление флюида  $p$  и все используемые физические параметры, а касательные напряжения  $\sigma_{xz}$  определяются в узлах

$\left( \left( i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left( j + \frac{1}{2} \right) \Delta z, \left( n + \frac{1}{2} \right) \Delta t \right)$ .

В узлах  $\left( \left( i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j\Delta z, n\Delta t \right)$  и  $\left( i\Delta x, \left( j + \frac{1}{2} \right) \Delta z, n\Delta t \right)$  хранятся  $x$ -компоненты  $v_x$ ,  $q_x$  и  $z$ -компоненты  $v_z$ ,  $q_z$  скоростей обеих фаз.

Применяемая конечно-разностная схема имеет вид

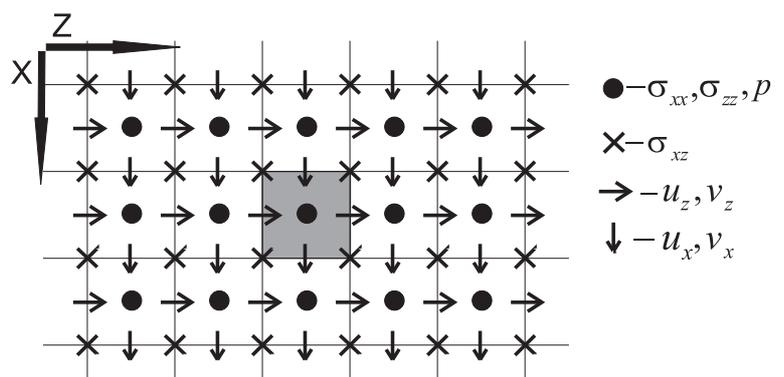


Рис. 9. Схематическое изображение разнесенной сетки

$$\begin{aligned}
 D_t[q_x]_{i+1/2j}^{n-1/2} &= (C_1)_{i+1/2j} \left( D_x[\sigma_{xx}]_{i+1/2j}^{n-1/2} + D_z[\sigma_{xz}]_{i+1/2j}^{n-1/2} \right) + \\
 &+ (C_2)_{i+1/2j} D_x[p]_{i+1/2j}^{n-1/2} + A_x \left[ \frac{\eta}{k_0} \right]_{i+1/2j}^{n-1/2} C_2 A_t[q_x]_{i+1/2j}^{n-1/2},
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 D_t[q_z]_{ij+1/2}^{n-1/2} &= (C_3)_{i+j/2} \left( D_x[\sigma_{xz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} + D_z[\sigma_{zz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} \right) + \\
 &+ (C_4)_{i+j/2} D_z[p]_{ij+1/2}^{n-1/2} + A_z \left[ \frac{\eta}{k_0} \right]_{ij+1/2}^{n-1/2} C_4 A_t[q_z]_{ij+1/2}^{n-1/2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_t[v_x]_{i+1/2j}^{n-1/2} &= (C_5)_{i+1/2j} \left( D_x[\sigma_{xx}]_{i+1/2j}^{n-1/2} + D_z[\sigma_{xz}]_{i+1/2j}^{n-1/2} \right) - \\
 &- (C_1)_{i+1/2j} D_x[p]_{i+1/2j}^{n-1/2} - A_x \left[ \frac{\eta}{k_0} \right]_{i+1/2j}^{n-1/2} C_1 A_t[q_x]_{i+1/2j}^{n-1/2},
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 D_t[v_z]_{ij+1/2}^{n-1/2} &= (C_6)_{i+j1/2} \left( D_x[\sigma_{xz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} + D_z[\sigma_{zz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} \right) - \\
 &- (C_3)_{i+j1/2} D_z[p]_{ij+1/2}^{n-1/2} - A_z \left[ \frac{\eta}{k_0} \right]_{ij+1/2}^{n-1/2} C_3 A_t[q_z]_{ij+1/2}^{n-1/2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_t[\sigma_{xx}]_{ij}^n &= (\lambda_u + 2\mu)_{ij} D_x[v_x]_{ij}^n + (\lambda_u)_{ij} D_z[v_z]_{ij}^n + \\
 &+ \alpha_{ij} M_{ij} (D_x[q_x]_{ij}^n + D_z[q_z]_{ij}^n), \\
 D_t[\sigma_{zz}]_{ij}^n &= (\lambda_u)_{ij} D_x[v_x]_{ij}^n + (\lambda_u + 2\mu)_{ij} D_z[v_z]_{ij}^n + \\
 &+ \alpha_{ij} M_{ij} (D_x[q_x]_{ij}^n + D_z[q_z]_{ij}^n),
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 D_t[\sigma_{xz}]_{i+1/2j+1/2}^n &= \tilde{\mu}_{i+1/2j+1/2} \left( D_z[v_x]_{i+1/2j+1/2}^n + D_x[v_z]_{i+1/2j+1/2}^n \right), \\
 D_t[p]_{ij}^n &= -\alpha_{ij} M_{ij} (D_x[v_x]_{ij}^n + D_z[v_z]_{ij}^n) + M_{ij} (D_x[q_x]_{ij}^n + D_z[q_z]_{ij}^n).
 \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь  $D_x$ ,  $D_z$  и  $D_t$  — разностные операторы центральных разностей, аппроксимирующие производные по  $x$ ,  $z$  и  $t$  соответственно со вторым порядком. Разностные операторы  $A_x$ ,  $A_z$  осредняют коэффициенты системы уравнений по соответствующим пространственным координатам. Оператор  $A_t$  представляет осреднение по времени. Для коэффициентов, присутствующих в схеме, используются обозначения

$$\begin{aligned}
 (C_1^{-1})_{i+1/2j} &= A_x[\rho_f]_{i+1/2j} - \frac{A_x[\rho]_{i+1/2j} A_x[T]_{i+1/2j}}{A_x[\phi]_{i+1/2j}}, \\
 (C_2^{-1})_{i+1/2j} &= \frac{(A_x[\rho_f]_{i+1/2j})^2}{A_x[\rho]_{i+1/2j}} - \frac{A_x[\rho_f]_{i+1/2j} A_x[T]_{i+1/2j}}{A_x[\phi]_{i+1/2j}}, \\
 (C_3^{-1})_{ij+1/2} &= A_z[\rho_f]_{ij+1/2} - \frac{A_z[\rho]_{ij+1/2} A_z[T]_{ij+1/2}}{A_z[\phi]_{ij+1/2}}, \\
 (C_4^{-1})_{ij+1/2} &= \frac{(A_z[\rho_f]_{ij+1/2})^2}{A_z[\rho]_{ij+1/2}} - \frac{A_z[\rho_f]_{ij+1/2} A_z[T]_{ij+1/2}}{A_z[\phi]_{ij+1/2}}, \\
 (C_5^{-1})_{i+1/2j} &= A_x[\rho]_{i+1/2j} - \frac{A_x[\rho_f]_{i+1/2j} A_x[\phi]_{i+1/2j}}{A_x[T]_{i+1/2j}}, \\
 (C_6^{-1})_{ij+1/2} &= A_z[\rho]_{ij+1/2} - \frac{A_z[\rho_f]_{ij+1/2} A_z[\phi]_{ij+1/2}}{A_z[T]_{ij+1/2}}.
 \end{aligned}$$

Модуль сдвига  $\tilde{\mu}_{i+1/2j+1/2}$  в уравнении (11) осредняется по формулам среднего гармонического [32, 42]:

$$\tilde{\mu}_{i+1/2j+1/2}^{-1} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\mu_{ij}} + \frac{1}{\mu_{i+1j}} + \frac{1}{\mu_{ij+1}} + \frac{1}{\mu_{i+1j+1}} \right).$$

**5. Численные эксперименты.** Для оценки влияния связности трещин на поглощение сейсмической энергии моделировалось распространение плоской продольной волны в трещиновато-пористой флюидонасыщенной среде с использованием схемы (9)–(12).

Рассматривалась прямоугольная область, заполненная однородной средой, в которую вводился трещиноватый слой. Во всех рассматриваемых случаях материал в трещинах обладал большей пористостью и проницаемостью в сравнении с вмещающей средой.

Расчетная область схематически изображена на рис. 10. Используемые в численных экспериментах шаги сетки по обоим направлениям  $\Delta x = \Delta z = 2$  мм. Размер области в направлении оси  $x$  — 1 м для всех экспериментов. Размер области по  $z$  ( $L_z$ ) меняется в зависимости от центральной частоты исходного сигнала. На границах  $x = 0$  м и  $x = 1$  м заданы периодические граничные условия, а на границах  $z = 0$  м и  $z = L_z$  построены слабоотражающие граничные условия — идеально согласованные слои [12, 28]. В расчетной области расположены линия источников, две линии приемников по обе стороны от трещиноватого участка. Положение этих линий, а также положение трещиноватого слоя и его мощность в направлении  $z$  определяются в зависимости от центральной частоты исходного сигнала. Исходный сигнал, выходящий из источников, — это импульс Рикера, задаваемый формулой

$$S(t) = \left( 1 - 2 \left[ \pi \nu_0 \left( t - \frac{3}{\nu_0} \right) \right]^2 \right) \exp \left\{ - \left[ \pi \nu_0 \left( t - \frac{3}{\nu_0} \right) \right]^2 \right\}.$$

Здесь  $\nu_0$  — центральная частота сигнала. В численных экспериментах  $\nu_0$  варьируется от 1 кГц до 10 кГц с шагом 1 кГц.

Для оценки возникающего в трещиноватом участке затухания волны применяется деконволюция сигналов, зарегистрированных на линиях приемников, расположенных перед трещиноватым слоем и за ним. Обозначим  $z$ -координаты расположения линий приемников через  $z = z_1$  и  $z = z_2 = z_1 + L$  соответственно. Поскольку мы рассматриваем распространение плоской волны в направлении оси  $z$ , то осредненные по оси  $x$  сигналы, зарегистрированные на линиях приемников, можно представить в виде

$$\langle v(t, x, z_1) \rangle_x = v(t, z_1) = v_0 e^{i\omega(t - z_1/c(\omega))}, \quad \langle v(t, x, z_2) \rangle_x = v(t, z_2) = v(t, z_1) e^{-i\omega L/c(\omega)}.$$

Здесь  $c(\omega)$  — комплекснозначная частотно-зависимая фазовая скорость волны. Ясно, что при переходе в частотную область мы получим такие же соотношения. Поэтому величину  $s(\omega) = c^{-1}(\omega)$ , обратную к фазовой скорости волны, можно найти из выражения

$$v(\omega, z_2) = v(\omega, z_1) e^{-i\omega L \Re(s)} e^{\omega L \Im(s)}.$$

В частности, мнимая ее часть  $\Im(s)$  определяется формулой

$$\Im(s) = \frac{1}{2\omega L} \ln \frac{|v(\omega, z_2)|}{|v(\omega, z_1)|}.$$

Поскольку вещественная часть  $\Re(s)$  входит в аргумент отношения  $|v(\omega, z_2)|/|v(\omega, z_1)|$ , она определяется неоднозначно. В связи с этим для выбора аргумента, соответствующего главному значению логарифма, используется оценка скорости распространения волны

$$V_p^0 = \frac{L}{t_2 - t_1}.$$

Здесь  $t_1$  и  $t_2$  — моменты времени, в которые амплитуда волны достигается на первой и второй линиях приемников соответственно. С помощью  $V_p^0$  определяется условие выбора  $\Re(s)$ :

$$\left| \Re(s) - \frac{\omega L}{V_p^0} \right| < \pi.$$

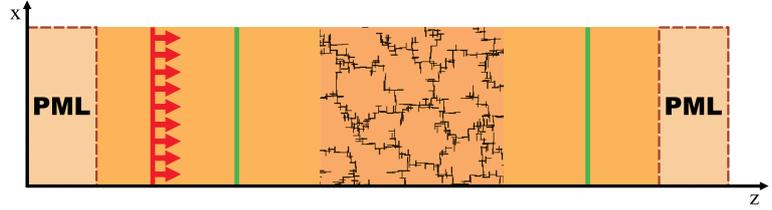


Рис. 10. Схематическое изображение расчетной области. Красной линией изображена линия источников, красными стрелками показано направление распространения волны. Зеленые линии — линии приемников

В итоге затухание волны, проходящей между двумя линиями приемников, оценивается через величину  $Q^{-1}$ , обратную добротности волны, вычисляющейся по формуле

$$Q = \frac{|\Re(c^2)|}{|\Im(c^2)|}.$$

**5.1. Высокопроницаемая вмещающая порода.** Первый ряд численных экспериментов направлен на исследование влияния флюидопотоков в системе трещин, заполненных материалом, обладающим высокой проницаемостью. Физические свойства флюида и пороупругого скелета обоих материалов представлены в табл. 1. Как видно из табл. 1, между двумя материалами наблюдается сильный контраст упругих свойств и характеристик порового пространства.

Таблица 1

Параметры трещиноватой среды

Параметр	Вмещающая среда	Материал в трещинах
Параметры жидкости		
Плотность $\rho_f$ , кг/м <sup>3</sup>	1090	1090
Динамическая вязкость $\eta$ , Па·с	0.001	0.001
Параметры осушенного скелета		
Пористость $\phi$	0.1	0.5
Проницаемость $k_0$ , м <sup>2</sup>	$10^{-13}$	$10^{-9}$
Извилистость $T$	1.83	1.83
Параметры флюидонасыщенного скелета		
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	2494	1870
Постоянная Ламе $\lambda_u$ , ГПа	7.159	4.251
Модуль сдвига $\mu$ , ГПа	30.969	0.01
Параметр Био $B$	0.2141	0.9958
Коэффициент Био-Уиллиса $\alpha$	0.2962	0.9995
$M$ , ГПа	20.102	4.2423

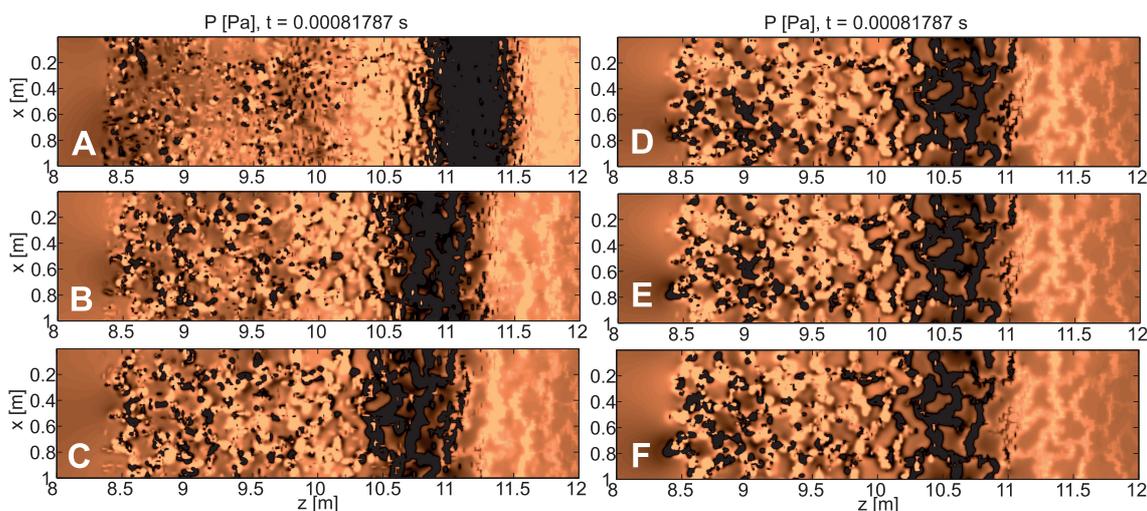


Рис. 11. Поле давления во флюиде для моделей с разной степенью связности трещин при центральной частоте волны 3 кГц: А)  $f_P = 0.23$ ; В)  $f_P = 0.37$ ; С)  $f_P = 0.46$ ; D)  $f_P = 0.48$ ; E)  $f_P = 0.58$ ; F)  $f_P = 0.66$

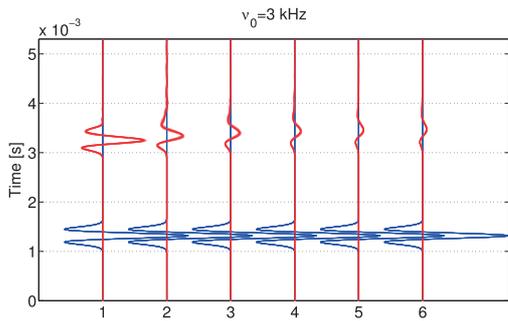


Рис. 12. Трассы, зарегистрированные на линиях приемников для шести степеней связности трещин:

- 1)  $f_P = 0.23$ , 2)  $f_P = 0.37$ , 3)  $f_P = 0.46$ ,
- 4)  $f_P = 0.48$ , 5)  $f_P = 0.58$ , 6)  $f_P = 0.66$ .

Синим цветом изображены исходные сигналы. Красные тонкие линии соответствуют трассам со второй линии приемников для отдельных реализаций. Жирными красными линиями показаны осредненные трассы со второй линии приемников

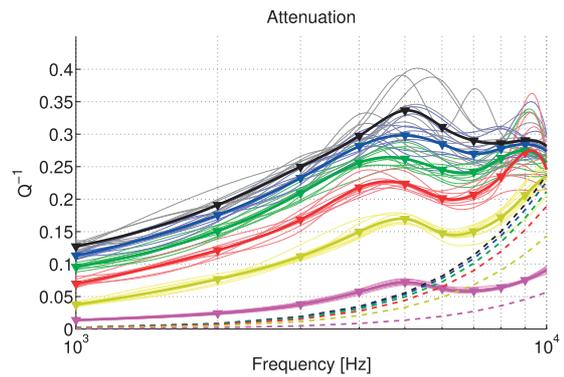


Рис. 13. Зависимость затухания волны в среде с трещинами, заполненными высокопроницаемым материалом. Цвета соответствуют 6 различным значениям целевого функционала, отражающего степень связности трещин:  $f_P = 0.23$  (розовый),  $f_P = 0.37$  (желтый),  $f_P = 0.46$  (красный),  $f_P = 0.48$  (зеленый),  $f_P = 0.58$  (синий),  $f_P = 0.66$  (черный). Тонкими линиями показаны оценки затухания для отдельных реализаций. Жирные линии с треугольниками — осредненные оценки. Пунктирными линиями показаны теоретические оценки затухания

В результате расчетов получены волновые поля в рассматриваемой области. На рис. 11 показаны поле давления флюида в фиксированный момент времени при центральной частоте зондирующего сигнала 3 кГц для моделей с разной связностью трещин.

Из моментальных снимков волнового поля видно, что связность трещин существенно влияет на дисперсию волны и ее затухание. Возникающие на границах раздела двух материалов перепады давления приводят к возникновению потоков флюидов из трещин во вмещающую породу, о чем свидетельствует распределение давления в окрестности трещин. Видно, что системы трещин с высокой степенью связности значительно замедляют волну и приводят к сильному ее затуханию.

Для более наглядной демонстрации влияния связности трещин на затухание проходящей волны на рис. 12 показаны зарегистрированные на двух линиях приемников осредненные по направлению  $x$  трассы. На графике приведены как трассы для всех 10 реализаций, так и их осреднения для шести рассматриваемых степеней связности. На данной частоте трассы для отдельных реализаций почти не различаются, что свидетельствует о достаточном размере трещиноватой области, который является представительным для данной задачи. По полученным трассам также видно, что рост степени связности трещин приводит к сильному уменьшению амплитуды волны. Кроме того, наблюдается падение скорости распространения волны.

Осредненные трассы были использованы для получения оценок затухания волны в трещиноватой

Таблица 2  
Параметры трещиноватой среды до и после воздействия углекислоты

Параметр	До	После
Параметры жидкости		
Плотность $\rho_f$ , кг/м <sup>3</sup>	1000	1000
Динамическая вязкость $\eta$ , Па·с	0.001	0.001
Параметры осушенного скелета		
Пористость $\phi$	0.1425	0.225
Проницаемость $k_0$ , м <sup>2</sup>	$5.3 \times 10^{-13}$	$1.414 \times 10^{-10}$
Извилистость $T$	1.83	1.17
Параметры флюидонасыщенного скелета		
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	2458	2318
Постоянная Ламе $\lambda_u$ , ГПа	15.042	9.333
Модуль сдвига $\mu$ , ГПа	19.995	11.517
Параметр Био $B$	0.2706	0.4172
Коэффициент Био–Уиллиса $\alpha$	0.5444	0.7845
$M$ , ГПа	14.104	9.0486

среде методом, описанным в разделе 5. На рис. 13 изображены оценки затухания для всех рассматриваемых реализаций, а также осредненные по реализациям оценки для шести степеней связности трещин в среде. Кроме того, на рис. 13 представлены осредненные по реализациям теоретические оценки затухания волны, обусловленные рассеянием [9].

Полученные оценки интенсивности затухания для систем трещин с разной степенью связности свидетельствуют о том, что увеличение связности приводит к усилению затухания. Однако основным физическим механизмом, определяющим этот эффект, является переток флюида из трещин во вмещающую породу. Локальные максимумы затухания на частотах близких к 3 кГц связаны с перетоком флюида между трещинами. То, что положение этих максимумов не зависит от степени связности, подтверждает сформулированное в работе [38] предположение о локальности таких потоков и их зависимости только от размеров непосредственно пересекающихся трещин и свойств заполняющего их материала.

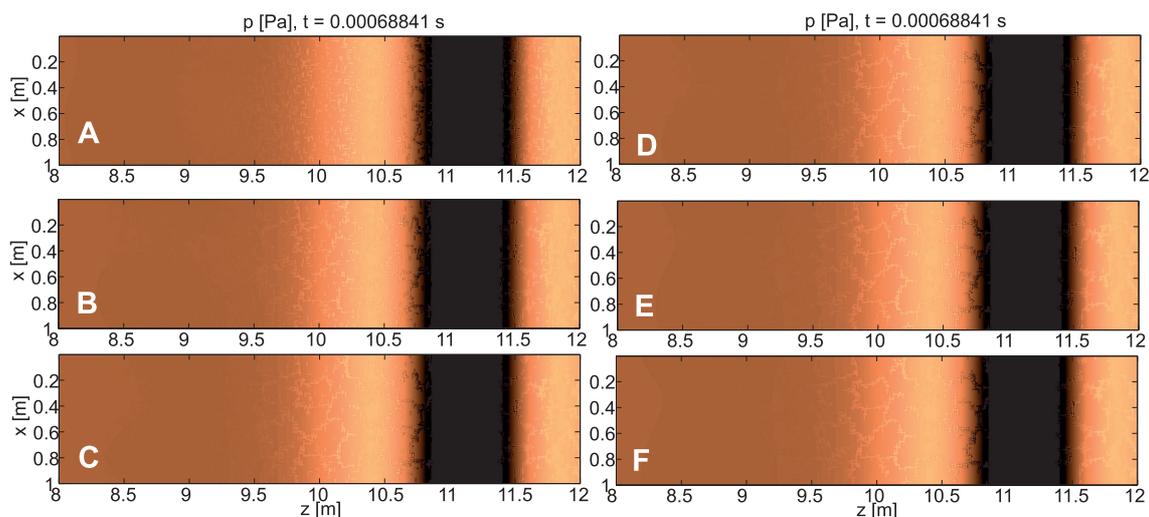


Рис. 14. Поля давлений в трещиноватых моделях с разной степенью связности трещин (до воздействия углекислотой) при центральной частоте волны 3 кГц. Связность трещин увеличивается от А) к F):  
 А)  $f_P = 0.23$ , В)  $f_P = 0.37$ , С)  $f_P = 0.46$ , D)  $f_P = 0.48$ , E)  $f_P = 0.58$ , F)  $f_P = 0.66$

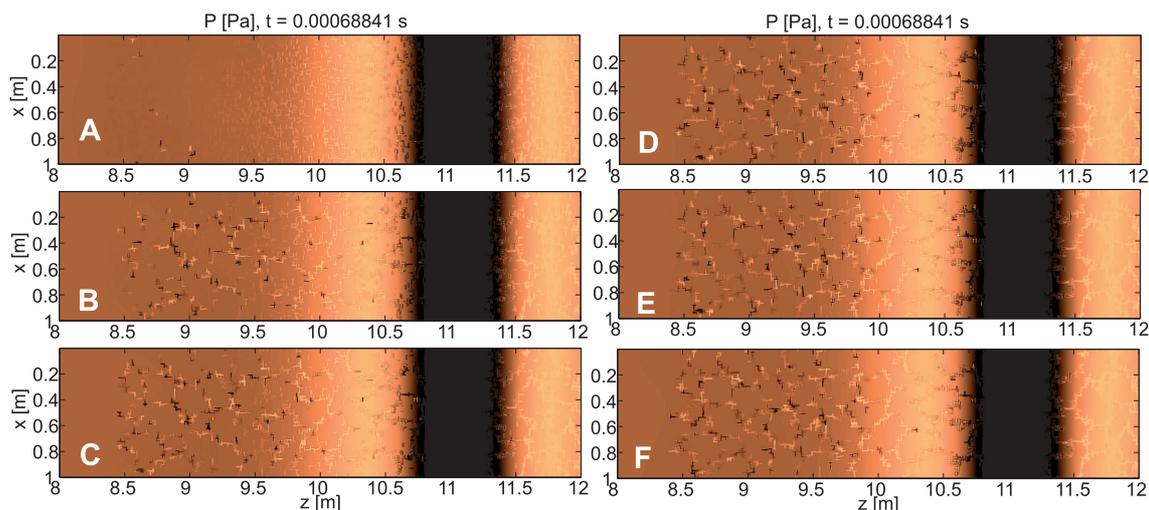


Рис. 15. Поля давлений в трещиноватых моделях с разной степенью связности трещин (после воздействия углекислотой) при центральной частоте волны 3 кГц. Связность трещин увеличивается от А) к F):  
 А)  $f_P = 0.23$ , В)  $f_P = 0.37$ , С)  $f_P = 0.46$ , D)  $f_P = 0.48$ , E)  $f_P = 0.58$ , F)  $f_P = 0.66$

**5.2. Низкопроницаемая вмещающая порода: карбонаты.** Для подтверждения предположения о независимости перетоков флюидов в системе пересекающихся трещин от макромасштаба и перколяции системы в целом были проведены эксперименты, в которых вмещающая порода выбиралась чрезвычайно слабо проницаемой, т.е.  $\kappa = 10^{-15}$ , остальные параметры вмещающей породы совпадают с параметрами

из предыдущего эксперимента. Такая модель соответствует мало нарушенному доломиту — карбонатной породе, часто выступающей в качестве коллектора.

В качестве материала, заполняющего трещины, рассматривалось две модели. Первая модель соответствует трещиноватому пласту до воздействия на него углекислотой, вторая — материал трещин после закачки в пласт  $\text{CO}_2$  и частичного растворения материала трещин. Иными словами, во втором случае существенно ниже пористость материал, ниже его прочностные характеристики и выше проницаемость. Полный список параметров модели приведен в табл. 2 по экспериментальным данным, представленным в работе [27].

На моментальных снимках волнового поля, приведенных на рис. 14 и 15, изменение давления жидкости прослеживается только в трещинах, т.е. низкая проницаемость вмещающей породы исключает переток флюида из трещин во вмещающую среду. В результате затухание сейсмической энергии (рис. 16) в рассматриваемом диапазоне частот чрезвычайно низкое — коэффициент добротности  $Q$  выше 1000, т.е. его влиянием на волновой процесс можно пренебречь. Незначительное повышение поглощения на частотах, близких к 3 кГц, свидетельствует о наличии локальных потоков в пересекающихся трещинах. Повышение поглощения на высоких частотах связано с рассеянием и определяется контрастом упругих свойств материалов в трещине и во вмещающей породе, а не их транспортными характеристиками.

**6. Заключение.** В настоящей статье представлен численный анализ влияния связности систем трещин на поглощение энергии сейсмических волн при распространении в трещиновато-пористой флюидонасыщенной среде. Для проведения численного моделирования был разработан и реализован алгоритм статистического моделирования при построении моделей трещиноватых сред с заданной степенью связности. Алгоритм основан на методе дискретных систем трещин, связность которых обеспечивается минимизацией функционала перколяции в методе имитации отжига. Расчет волновых полей в полученных моделях проводился методом конечных разностей. На основе численных экспериментов показано, что связность трещин и формирование ими вытянутых структур влияет на интенсивность перетоков флюида из трещин во вмещающую породу; как следствие, интенсивность затухания сейсмических волн зависит от степени связности. Однако перетоки флюидов между трещинами имеют локальный характер и проявляются в фиксированном диапазоне частот, зависящем от индивидуальных размеров трещин. Этот эффект в еще большей степени выражен для сред с низкопроницаемой вмещающей породой — карбонатных пород. В этом случае перетоки флюидов из трещин во вмещающую среду отсутствуют; как следствие, поглощение сейсмической энергии пренебрежимо мало и не зависит от связности системы трещин.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 17-35-50043, 16-05-00800, 18-05-00031, 18-01-00579, 18-41-540016). Расчеты проводились на кластере НКС-30Т Сибирского суперкомпьютерного центра и на кластере “Ломоносов” Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоносов М.А., Костов К., Решетова Г.В., Соловьев С.А., Чеверда В.А. Организация параллельных вычислений для моделирования сейсмических волн с использованием аддитивного метода Шварца // Вычислительные методы и программирование. 2012. **13**. 525–535.
2. Вишневецкий Д.М., Лисица В.В., Решетова Г.В. Численное моделирование распространения сейсмических волн в средах с вязкоупругими включениями // Вычислительные методы и программирование. 2013. **14**. 155–165.

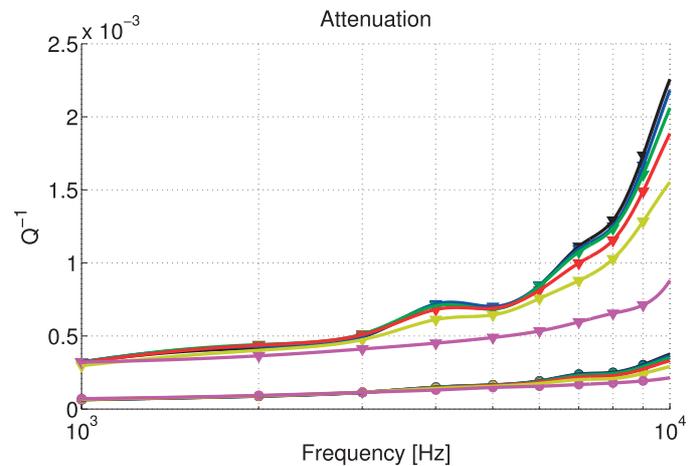


Рис. 16. Затухание продольной волны для различных степеней связности трещин. Цвета соответствуют 6 различным значениям целевого функционала, отражающего степень связности трещин:  $f_P = 0.23$  (розовый),  $f_P = 0.37$  (желтый),  $f_P = 0.46$  (красный),  $f_P = 0.48$  (зеленый),  $f_P = 0.58$  (синий),  $f_P = 0.66$  (черный).  
Линии с треугольными маркерами соответствуют породе после воздействия углекислоты, с круглыми маркерами — до воздействия

3. Демьянов В.В., Савельева Е.А. Геостатистика: теория и практика. М.: Наука, 2010.
4. Короленко П.В., Маганова М.С., Меснянкин А.В. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004.
5. Костин В.И., Лисица В.В., Решетова Г.В., Чеверда В.А. Конечно-разностный метод численного моделирования распространения сейсмических волн в трехмерно-неоднородных разномасштабных средах // Вычислительные методы и программирование. 2011. **12**. 321–329.
6. Местецкий Л.М. Непрерывный скелет бинарного растрового изображения. Тр. Международной конференции “Графикон-98”. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. 71–78.
7. Новиков М.А., Лисица В.В., Козяев А.А. Численное моделирование волновых процессов в трещиновато-пористых флюидонаполненных средах // Вычислительные методы и программирование. 2018. **19**. 130–149.
8. Решетова Г.В., Хачкова Т.С. Численный метод оценки эффективных упругих характеристик горной породы по двумерным и трехмерным цифровым изображениям ядра // Вычислительные методы и программирование. 2017. **18**. 416–433.
9. Рытов С.М., Кравицов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
10. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.
11. Amalokwu K., Best A.I., Sothcott J. Water saturation effects on elastic wave attenuation in porous rocks with aligned fractures // Geophysical Journal International. 2014. **197**, N 2. 943–947.
12. Berenger J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // J. Comput. Phys. 1994. **114**, N 2. 185–200.
13. de Berg M., Cheong O., van Kreveld M., Overmars M. Computational geometry: algorithms and applications. Santa Clara: Springer, 2008.
14. Berkowitz B. Analysis of fracture network connectivity using percolation theory // Mathematical Geology. 1995. **27**, N 4. 467–483.
15. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956. **28**, N 2. 168–178.
16. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956. **28**, N 2. 179–191.
17. Carcione J.M., Morency C., Santos J.E. Computational poroelasticity — a review // Geophysics. 2010. **75**, N 5. 75A229–75A243.
18. Deng H., Fitts J.P., Peters C.A. Quantifying fracture geometry with x-ray tomography: Technique of iterative local thresholding (TILT) for 3D image segmentation // Computational Geosciences. 2016. **20**, N 1. 231–244.
19. Grechishnikova A. Niobrara discrete fracture networks: from outcrop surveys to subsurface reservoir models // SEG Technical Program Expanded Abstracts. 2017. 3267–3271.
20. Guo J., Rubino J.G., Barbosa N.D., Glubokovskikh S., Gurevich B. Seismic dispersion and attenuation in saturated porous rocks with aligned fractures of finite thickness: theory and numerical simulations — Part 1: P-wave perpendicular to the fracture plane // Geophysics. 2018. **83**, N 1. WA49–WA62.
21. Guo J., Rubino J.G., Barbosa N.D., Glubokovskikh S., Gurevich B. Seismic dispersion and attenuation in saturated porous rocks with aligned fractures of finite thickness: theory and numerical simulations — Part 2: Frequency-dependent anisotropy // Geophysics. 2018. **83**, N 1. WA63–WA71.
22. Guo J., Rubino J.G., Glubokovskikh S., Gurevich B. Effects of fracture intersections on seismic dispersion: theoretical predictions versus numerical simulations // Geophysical Prospecting. 2017. **65**, N 5. 1264–1276.
23. Hunziker J., Favino M., Caspari E., et al. Seismic attenuation and stiffness modulus dispersion in porous rocks containing stochastic fracture networks // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2018. **123**, N 1. 125–143.
24. Johnson D.L., Koplik J., Dashen R. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media // Journal of Fluid Mechanics. 1987. **176**. 379–402.
25. Kong L., Gurevich B., Müller T.M., Wang Y., Yang H. Effect of fracture fill on seismic attenuation and dispersion in fractured porous rocks // Geophysical Journal International. 2013. **195**, N 3. 1679–1688.
26. Kong L., Gurevich B., Zhang Y., Wang Y. Effect of fracture fill on frequency-dependent anisotropy of fractured porous rocks // Geophysical Prospecting. 2017. **65**, N 6. 1649–1661.
27. Lebedev M., Zhang Y., Sarmadivaleh M., et al. Carbon geosequestration in limestone: pore-scale dissolution and geomechanical weakening // International Journal of Greenhouse Gas Control. 2017. **66**. 106–119.
28. Martin R., Komatitsch D., Ezziani A. An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for seismic wave propagation in poroelastic media // Geophysics. 2008. **73**, N 4. T51–T61.
29. Masson Y.J., Pride S.R. Poroelastic finite difference modeling of seismic attenuation and dispersion due to mesoscopic-scale heterogeneity // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2007. **112**. doi 10.1029/2006JB004592.
30. Masson Y.J., Pride S.R., Nihei K.T. Finite difference modeling of Biot’s poroelastic equations at seismic frequencies // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2006. **111**. doi 10.1029/2006JB004366.
31. Masson Y.J., Pride S.R. Finite-difference modeling of Biot’s poroelastic equations across all frequencies // Geophysics.

2010. **75**, N 2. N33–N41.
32. *Moczo P., Kristek J., Vavrycuk V., Archuleta R.J., Halada L.* 3D heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2002. **92**, N 8. 3042–3066.
  33. *Montemagno C.D., Pyrak-Nolte L.J.* Fracture network versus single fractures: measurement of fracture geometry with X-ray tomography // *Physics and Chemistry of the Earth. Part A: Solid Earth and Geodesy*. 1999. **24**, N 7. 575–579.
  34. *Morozov I.B., Deng W.* Macroscopic framework for viscoelasticity, poroelasticity, and wave-induced fluid flows — Part 1: General linear solid // *Geophysics*. 2016. **81**, N 1. L1–L13.
  35. *Müller T.M., Gurevich B., Lebedev M.* Seismic wave attenuation and dispersion resulting from wave-induced flow in porous rocks — a review // *Geophysics*. 2010. **75**, N 5. 75A147–75A164.
  36. *Robinson P.C.* Connectivity of fracture systems — a percolation theory approach // *J. Phys. A: Math. Gen.* 1983. **16**, N 3. 605–614.
  37. *Rubino J.G., Milani M., Holliger K., Müller T.M., Guarracino L.* Can we use seismic waves to detect hydraulic connectivity between fractures? // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2014. 2894–2898.
  38. *Rubino J.G., Müller T.M., Guarracino L., Milani M., Holliger K.* Seismoacoustic signatures of fracture connectivity // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2014. **119**, N 3. 2252–2271.
  39. *Tänase M., Veltkamp R.C.* Polygon decomposition based on the straight line skeleton // *Proceedings of the 19th Annual Symposium on Computational Geometry*. 2003. 58–67.
  40. *Tran N.H.* Simulated annealing technique in discrete fracture network inversion: optimizing the optimization // *Computational Geosciences*. 2007. **11**, N 3. 249–260.
  41. *Virieux J.* P–SV wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method // *Geophysics*. 1986. **51**, N 4. 889–901.
  42. *Vishnevsky D., Lisitsa V., Tcheverda V., Reshetova G.* Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves // *Geophysics*. 2014. **79**, N 4. T219–T232.
  43. *Xie H., Wang J.-A., Kwaśniewski M.A.* Multifractal characterization of rock fracture surfaces // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 1999. **36**, N 1. 19–27.
  44. *Xu C., Dowd P.* A new computer code for discrete fracture network modelling // *Computers and Geosciences*. 2010. **36**, N 3. 292–301.
  45. *Xu C., Dowd P.A., Mardia K.V., Fowell R.J.* A connectivity index for discrete fracture networks // *Mathematical Geology*. 2006. **38**, N 5. 611–634.

Поступила в редакцию  
26.05.2018

---

## Numerical Modeling of Wave Propagation in Fractured Porous Fluid-Saturated Media

M. A. Novikov<sup>1</sup>, Ya. V. Bazaikin<sup>2</sup>, V. V. Lisitsa<sup>3</sup>,  
and A. A. Kozyaev<sup>4</sup>

<sup>1</sup> *Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences; prospekt Koptyuga 3, Novosibirsk, 630090, Russia; Junior Scientist, e-mail: NovikovMA@ipgg.sbras.ru*

<sup>2</sup> *Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences; prospekt Koptyuga 4, Novosibirsk, 630090, Russia; Dr. Sci., Head of Laboratory, e-mail: bazaikin@math.nsc.ru*

<sup>3</sup> *Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences; prospekt Koptyuga 3, Novosibirsk, 630090, Russia; Ph.D., Associate Professor, Head of Laboratory, e-mail: lisitsavv@ipgg.sbras.ru*

<sup>4</sup> *Institute of Petroleum and Natural Gas Engineering, Siberian Federal University; prospekt Svobodny 82, Krasnoyarsk, 660041, Russia; Graduate Student, e-mail: aa.kozyaev@gmail.com*

Received May 26, 2018

**Abstract.** Seismic attenuation may indicate the fluid saturation of a fractured reservoir. However, an important issue for the exploration geophysics is to determine the fracture connectivity from seismic data, because the large-scale fracture clusters support fluid flows. In this paper, we present an algorithm for the statistical modeling of connected fracture systems. The algorithm is based on the discrete fracture network method in combination with the simulated annealing method. Based on the numerical simulation of wave

propagation in fractured-porous media, we show that an increase of fracture connectivity leads to an increase of fracture-to-background wave-induced fluid flows; as a result, an increase of seismic attenuation is observed. However, the fracture-to-fracture flows are local and dependent only on the sizes of individual fractures and, hence, cannot be used as a reliable criterion for estimating the fracture connectivity.

**Keywords:** Biot's equations, finite-difference schemes, seismic waves, fractured porous media, seismic energy absorption, statistical modeling, simulated annealing method, discrete fracture network.

### References

1. M. A. Belonosov, K. Kostov, G. V. Reshetova, et al., "Parallel Computations for the Simulation of Seismic Waves on the Basis of the Additive Schwartz Method," *Vychisl. Metody Programm.* **13**, 525–535 (2012).
2. D. M. Vishnevsky, V. V. Lisitsa, and G. V. Reshetova, "Numerical Simulation of Seismic Wave Propagation in Media with Viscoelastic Intrusions," *Vychisl. Metody Programm.* **14**, 155–165 (2013).
3. V. V. Dem'yanov and E. A. Savel'eva, *Geostatistics: Theory and Practice* (Nauka, Moscow, 2010) [in Russian].
4. P. V. Korolenko, M. S. Maganova, and A. V. Mesniankin, *New Methods for the Analysis of the Stochastic Processes and Structures in Optics. The Fractal and Multifractal Methods and Wavelet Transformations* (Mosk. Gos. Univ., Moscow, 2004) [in Russian].
5. V. I. Kostin, V. V. Lisitsa, G. V. Reshetova, and V. A. Tcheverda, "A Finite-Difference Method for the Numerical Simulation of Seismic Wave Propagation through Multiscale Media," *Vychisl. Metody Programm.* **12**, 321–329 (2011).
6. L. M. Mestetskii, "The Continuous Skeleton of a Binary Raster Image," in *Proc. Int. Conf. Graphicon-98, Moscow, Russia, September 7–11, 1998* (Mosk. Gos. Univ., Moscow, 1998), pp. 71–78.
7. M. A. Novikov, V. V. Lisitsa, and A. A. Kozyaev, "Numerical Modeling of Wave Processes in Fractured Porous Fluid-Saturated Media," *Vychisl. Metody Programm.* **19**, 130–149 (2018).
8. G. V. Reshetova and T. S. Khachkova, "A Numerical Method to Estimate the Effective Elastic Moduli of Rocks from Two- and Three-Dimensional Digital Images of Rock Core Samples," *Vychisl. Metody Programm.* **18**, 416–433 (2017).
9. S. M. Rytov, Yu. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii, *Principles of Statistical Radiophysics, Vol. 2. Correlation Theory of Random Processes* (Nauka, Moscow, 1978; Springer, Berlin, 1987).
10. A. A. Samarskii, *The Theory of Difference Schemes* (Nauka, Moscow, 1983; Marcel Dekker, New York, 2001).
11. K. Amalokwu, A. I. Best, J. Sothcott, et al., "Water Saturation Effects on Elastic Wave Attenuation in Porous Rocks with Aligned Fractures," *Geophys. J. Int.* **197** (2), 943–947 (2014).
12. J.-P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," *J. Comput. Phys.* **114** (2), 185–200 (1994).
13. M. de Berg, O. Cheong, M. van Kreveld, and M. Overmars, *Computational Geometry: Algorithms and Applications* (Springer, Santa Clara, 2008).
14. B. Berkowitz, "Analysis of Fracture Network Connectivity Using Percolation Theory," *Math. Geol.* **27** (4), 467–483 (1995).
15. M. A. Biot, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range," *J. Acoust. Soc. Am.* **28** (2), 168–178 (1956).
16. M. A. Biot, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. II. Higher Frequency Range," *J. Acoust. Soc. Am.* **28** (2), 179–191 (1956).
17. J. M. Carcione, C. Morency, and J. E. Santos, "Computational Poroelasticity — A Review," *Geophysics* **75** (5), 75A229–75A243 (2010).
18. H. Deng, J. P. Fitts, and C. A. Peters, "Quantifying Fracture Geometry with X-Ray Tomography: Technique of Iterative Local Thresholding (TILT) for 3D Image Segmentation," *Comput. Geosci.* **20** (1), 231–244 (2016).
19. A. Grechishnikova, "Niobrara Discrete Fracture Networks: From Outcrop Surveys to Subsurface Reservoir Models," SEG Technical Program Expanded Abstracts 2017. 3267–3271.
20. J. Guo, J. G. Rubino, N. D. Barbosa, et al., "Seismic Dispersion and Attenuation in Saturated Porous Rocks with Aligned Fractures of Finite Thickness: Theory and Numerical Simulations — Part 1: P-wave Perpendicular to the Fracture Plane," *Geophysics* **83** (1), WA49–WA62 (2018).
21. J. Guo, J. G. Rubino, N. D. Barbosa, et al., "Seismic Dispersion and Attenuation in Saturated Porous Rocks with Aligned Fractures of Finite Thickness: Theory and Numerical Simulations — Part 2: Frequency-Dependent Anisotropy," *Geophysics* **83** (1), WA63–WA71 (2018).

22. J. Guo, J. G. Rubino, S. Glubokovskikh, and B. Gurevich, "Effects of Fracture Intersections on Seismic Dispersion: Theoretical Predictions Versus Numerical Simulations," *Geophys. Prospect.* **65** (5), 1264–1276 (2017).
23. J. Hunziker, M. Favino, E. Caspari, et al., "Seismic Attenuation and Stiffness Modulus Dispersion in Porous Rocks Containing Stochastic Fracture Networks," *J. Geophys. Res. Solid Earth* **123** (1), 125–143 (2018).
24. D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, "Theory of Dynamic Permeability and Tortuosity in Fluid-Saturated Porous Media," *J. Fluid Mech.* **176**, 379–402 (1987).
25. L. Kong, B. Gurevich, T. M. Müller, et al., "Effect of Fracture Fill on Seismic Attenuation and Dispersion in Fractured Porous Rocks," *Geophys. J. Int.* **195** (3), 1679–1688 (2013).
26. L. Kong, B. Gurevich, Y. Zhang, and Y. Wang, "Effect of Fracture Fill on Frequency-Dependent Anisotropy of Fractured Porous Rocks," *Geophys. Prospect.* **65** (6), 1649–1661 (2017).
27. M. Lebedev, Y. Zhang, M. Sarmadivaleh, et al., "Carbon Geosequestration in Limestone: Pore-Scale Dissolution and Geomechanical Weakening," *Int. J. Greenh. Gas Con.* **66**, 106–119 (2017).
28. R. Martin, D. Komatitsch, and A. Ezziiani, "An Unsplit Convolutional Perfectly Matched Layer Improved at Grazing Incidence for Seismic Wave Propagation in Poroelastic Media," *Geophysics* **73** (4), T51–T61 (2008).
29. Y. J. Masson and S. R. Pride, "Poroelastic Finite Difference Modeling of Seismic Attenuation and Dispersion Due to Mesoscopic-Scale Heterogeneity," *J. Geophys. Res. Solid Earth* **112** (2007). doi 10.1029/2006JB004592
30. Y. J. Masson, S. R. Pride, and K. T. Nihei, "Finite Difference Modeling of Biot's Poroelastic Equations at Seismic Frequencies," *J. Geophys. Res. Solid Earth* **111** (2006). doi 10.1029/2006JB004366
31. Y. J. Masson and S. R. Pride, "Finite-Difference Modeling of Biot's Poroelastic Equations across All Frequencies," *Geophysics* **75** (2), N33–N41 (2010).
32. P. Moczo, J. Kristek, V. Vavryčuk, et al., "3D Heterogeneous Staggered-Grid Finite-Difference Modeling of Seismic Motion with Volume Harmonic and Arithmetic Averaging of Elastic Moduli and Densities," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **92** (8), 3042–3066 (2002).
33. C. D. Montemagno and L. J. Pyrak-Nolte, "Fracture Network Versus Single Fractures: Measurement of Fracture Geometry with X-Ray Tomography," *Phys. Chem. Earth Part A* **24** (7), 575–579 (1999).
34. I. B. Morozov and W. Deng, "Macroscopic Framework for Viscoelasticity, Poroelasticity, and Wave-Induced Fluid Flows — Part 1: General Linear Solid," *Geophysics* **81** (1), L1–L13 (2016).
35. T. M. Müller, B. Gurevich, and M. Lebedev, "Seismic Wave Attenuation and Dispersion Resulting from Wave-Induced Flow in Porous Rocks — A Review," *Geophysics* **75** (5), 75A147–75A164 (2010).
36. P. C. Robinson, "Connectivity of Fracture Systems — a Percolation Theory Approach," *J. Phys. A: Math. Gen.* **16** (3), 605–614 (1983).
37. J. G. Rubino, M. Milani, K. Holliger, et al., "Can We Use Seismic Waves to Detect Hydraulic Connectivity between Fractures?," *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2014. 2894–2898.
38. J. G. Rubino, T. M. Müller, L. Guarracino, et al., "Seismoacoustic Signatures of Fracture Connectivity," *J. Geophys. Res. Solid Earth* **119** (3), 2252–2271 (2014).
39. M. Tănase and R. C. Veltkamp, "Polygon Decomposition Based on the Straight Line Skeleton," in *Proc. 19th Annual Symposium on Computational Geometry, San Diego, USA, June 8–10, 2003* (ACM Press, New York, 2003), pp. 58–67.
40. N. H. Tran, "Simulated Annealing Technique in Discrete Fracture Network Inversion: Optimizing the Optimization," *Comput. Geosci.* **11** (3), 249–260 (2007).
41. J. Virieux, "*P–SV* Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity–Stress Finite-Difference Method," *Geophysics* **51** (4), 889–901 (1986).
42. D. Vishnevsky, V. Lisitsa, V. Tcheverda, and G. Reshetova, "Numerical Study of the Interface Errors of Finite-Difference Simulations of Seismic Waves," *Geophysics* **79** (4), T219–T232 (2014).
43. H. Xie, J.-A. Wang, and M. A. Kwaśniewski, "Multifractal Characterization of Rock Fracture Surfaces," *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **36** (1), 19–27 (1999).
44. C. Xu and P. Dowd, "A New Computer Code for Discrete Fracture Network Modelling," *Comput. Geosci.* **36** (3), 292–301 (2010).
45. C. Xu, P. A. Dowd, K. V. Mardia, and R. J. Fowell, "A Connectivity Index for Discrete Fracture Networks," *Math. Geol.* **38** (5), 611–634 (2006).