УДК 550.3

doi 10.26089/NumMet.v19r212

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ ФЛЮИДОЗАПОЛНЕННЫХ СРЕДАХ

М. А. Новиков¹, В. В. Лисица², А. А. Козяев³

Одной из актуальных задач современной прикладной геофизики является выделение характерных признаков наличия развитой трещиноватости в пласте по сейсмическим данным. Более того, необходимо выделять флюидозаполненные системы трещин, образующих связанную систему трещин, способную обеспечивать достаточную гидродинамическую проницаемость резервуара. В настоящей статье представлен численный алгоритм расчета волновых полей в трещиноватых пороупругих средах, основанный на конечно-разностной аппроксимации уравнений Био. На основе численных экспериментов показано, что связность трещин, т.е. наличие систем пересекающихся трещин, существенно повышает поглощение сейсмической энергии, что обусловлено возникновением локальных потоков флюида внутри трещин. Приводится детальный частотный анализ затухания сейсмических волн и обусловленной этим дисперсии.

Ключевые слова: уравнения Био, конечно-разностные схемы, сейсмические волны, трещиноватопористые среды, поглощение сейсмической энергии, связность трещин.

1. Введение. В настоящее время одним из актуальных направлений вычислительной физики горных пород является анализ диффузионных эффектов, возникающих при распространении сейсмических волн, в трещиновато-пористых средах. Распространение сейсмических и акустических волн в среде с системами трещин, заполненных высокопористым флюидонасыщенным материалом, приводит к возникновению потоков флюида, известных как WIFF (Wave Induced Fluid Flow) [33]. Локальный перепад давления, обусловленный прохождением волны, индуцирует переток флюида в область с пониженным давлением, что, в свою очередь, приводит к диссипации сейсмической энергии. Выделяют два типа потоков: переток между материалом трещин и вмещающей средой (FB-WIFF: Fracture-to-Background WIFF) и переток между трещинами (FF-WIFF: Fracture-to-Fracture WIFF). Первый тип оказывает наибольшее влияние на сейсмический сигнал в низкочастотном диапазоне и характеризуется контрастностью транспортных свойств материалов трещин и вмещающей породы. Второй тип потоков проявляется при распространении высокочастотных колебаний вплоть до 10 кГц и характеризуется преимущественно связностью, ориентацией и геометрией систем трещин. В этой связи проявление таких потоков в регистрируемых полях — частотно зависимая анизотропия и поглощение — может быть использовано для оценки транспортных свойств трещиноватых коллекторов углеводородов. Однако в настоящее время исследования WIFF проводятся на теоретическом уровне с последующей верификацией численными экспериментами в квазистатической постановке [23, 34, 37]. При этом не учитывается именно волновая природа процесса, т.е. взаимодействие волн с флюидозаполненными трещинами, и не принимаются во внимание эффекты дифракции и рассеяния энергии на системе трещин, что снижает точность расчета на высоких частотах.

Задачей настоящей работы является разработка алгоритма численного моделирования волновых полей в пороупругих флюидонасыщенных трещиноватых средах с различной геометрией систем трещин и его использование для выделения характерных проявлений WIFF в регистрируемых сейсмо-акустических волновых полях: частотно-зависимая анизотропия скоростей и поглощений в зависимости от ориентации трещин, а также связности и проницаемости заполняющего их пороупругого материала. Распространение сейсмических и акустических волн в пороупругих средах может быть описано рядом математических моделей, среди которых основное место занимает модель Био [14, 15], в которой помимо поля скоростей и напряжений в твердой фазе учитываются еще и поля скоростей и давления в поровом флюиде. Наиболее распространенной модификацией этой модели является модель Био–Джонсона [25], в которой

¹Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, просп. Коптюга, 3, 630090, Новосибирск; мл. науч. сотр., e-mail: NovikovMA@ipgg.sbras.ru

² Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, просп. Коптюга, 3, 630090, Новосибирск; зав. лабораторией, e-mail: Lisitsavv@ipgg.sbras.ru

³ Институт нефти и газа Сибирского федерального университета, просп. Свободный, 82, 660041, Красноярск; аспирант, e-mail: aa.kozyaev@gmail.com

[©] Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова

динамическая проницаемость локализуется и выражается через статическую проницаемость и параметры порового пространства. В результате полученная система дифференциальных уравнений не содержит сверточных членов, что позволяет проводить ее численное решение сеточными методами, например методом конечных разностей [28–30] или разрывным методом Галеркина [20]. При этом именно метод конечных разностей остается предпочтительным при численном моделировании волновых полей, поскольку сочетает в себе достаточную точность с высокой эффективностью, естественной векторизацией вычислений, простотой реализации параллельных алгоритмов как на основе технологий OpenMP [6] и CUDA [24, 32], так и на основе технологий MPI с использованием метода декомпозиции расчетной области [1, 4, 5, 10]. Поэтому в данной работе представлен алгоритм, основанный именно на конечно-разностной аппроксимации системы уравнений Био, который применяется для численного моделирования волновых полей в трещиновато-пористых средах с последующим анализом дисперсии и диссипации волн в зависимости от геометрии трещиноватого пространства. Параметры модели приведены в табл. 1.

Параметры модели					
Параметр	Значение				
Параметры жидкости					
Объемный модуль упругости K_f , ГПа	18				
Плотность $ ho_f,~\kappa г/m^3$	870				
Динамическая вязкость η , Па·с	0.0089				
Параметры минерала					
Объемный модуль упругости K_s , ГПа	37				
Плотность $ ho_s$, кг/м 3	2650				
Модуль сдвига μ_s , ГПа	44				
Параметры осушенного скелета					
Пористость ϕ	0.18				
Проницаемость k_0 , м ²	3.2×10^{-15}				
Извилистость Т	1.83				
Объемный модуль упругости K_d , ГПа	17.901				
Модуль сдвига μ , ГПа	21.288				
Параметр Био <i>В</i>	$\frac{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s}}{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} = 0.8488$				
Коэффициент Био–Уиллиса α	$1 - K_d / K_s = 0.5162$				
Параметры флюидонасыщенного скелета					
Плотность $ ho$, кг/м 3	$(1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f = 2329.6$				
Объемный модуль упругости K_u , ГПа	$\frac{K_d}{1 - B(1 - K_d/K_s)} = 31.861$				
М, ГПа	$BK_u/\alpha = 52.395$				

Таблица 1

2. Модель Био пороупругой среды. Для описания процесса распространения сейсмо-акустических волн в пороупругой среде будем использовать модель Био [15, 16, 28–30]:

$$\rho_f \frac{T}{\phi} \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \frac{\eta}{k_0} \boldsymbol{q} = -\nabla p - \rho_f \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}, \qquad \qquad \rho \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \rho_f \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t},$$
$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial t} = (\lambda_u \nabla \cdot \boldsymbol{v} + \alpha M \nabla \cdot \boldsymbol{q})I + \mu [\nabla \boldsymbol{v} + (\nabla \boldsymbol{v})^{\mathrm{T}}] + S, \quad -\frac{\partial p}{\partial t} = M(\alpha \nabla \cdot \boldsymbol{v} + \nabla \cdot \boldsymbol{q}) + S_f.$$

Здесь ϕ — пористость; v — скорость твердых частиц; $q = \phi(v_f - v)$ — относительная скорость жидкости

 $(v_f -$ абсолютная скорость жидкости); σ и p – тензор напряжений в упругом скелете и давление жидкости соответственно; ρ_f – плотность жидкости; $\rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$ – плотность материала в неосушенном состоянии; T – извилистость (безразмерный параметр, зависящий от геометрии пор); η – вязкость жидкости; k_0 – проницаемость упругого скелета; λ_u – параметр Ламе для неосушенного состояния; μ – модуль сдвига (модули сдвига для осушенного и неосушенного состояний совпадают); S и S_f – функции источника в упругой среде и жидкости соответственно. Величины M и α выражаются через объемные модули упругости K_d и K_u для осушенного и неосушенного состояний, а также через объемный модуль упругости K_s материала твердых частиц, образующих скелет:

$$\lambda_u = K_u - \frac{2\mu}{3} = K_d + \alpha^2 M - \frac{2\mu}{3}, \quad \alpha = \frac{1}{B} \left(1 - \frac{K_d}{K_u} \right), \quad M = \frac{BK_u}{\alpha}$$

Здесь B и K_u имеют вид

$$B = \frac{1/K_d - 1/K_s}{1/K_d - 1/K_s + \phi(1/K_f - 1/K_s)}, \quad K_u = \frac{K_d}{1 - B(1 - K_d/K_s)},$$

где K_f — объемный модуль жидкости. Из этого следует, что $\alpha = 1 - K_d/K_s$.

Важным параметром модели Био является критическая частота ω_J , или частота Био:

$$\omega_J = \frac{\eta \phi}{\rho_f T k_0} \,. \tag{1}$$

На этой частоте начинает появляться вязкий пограничный слой около границы раздела упругой и жидкой фаз, что приводит к распространению медленной продольной волны наряду с быстрой продольной волной.

Отсюда следует, что для использования рассмотренной модели требуется знание большого количества коэффициентов, определяющих свойства материалов (например, здесь требуется знание упругих свойств породы в осушенном и неосушенном состояниях). Все необходимые коэффициенты определяются эмпирически с помощью экспериментов с образцами или с помощью численного анализа [2, 36, 40].

3. Конечно-разностная аппроксимация системы уравнений Био. Для численного решения системы уравнений Био в двумерном случае используется конечно-разностная схема на разнесенной сетке [28, 41], схематично изображенной на рис. 1.

Сетка включает в себя четыре группы узлов, в которых определяются различные компоненты поля. Для целых индексов i и j в узлах (i, j, n), соответствующих $x = i\Delta x$, $z = j\Delta z$, $t = n\Delta t$, находятся нормальные компоненты тензора напряжений σ_{xx} , σ_{zz} и давление жидкости p, а также физические свойства жидкости и упругого скелета, в узлах $\left(i + \frac{1}{2}, j, n\right)$

и $(i, j + \frac{1}{2}, n)$ хранятся компоненты скоростей обеих фаз v_x , q_x и v_z , q_z соответственно. Наконец, в узлах с индексами $(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2})$ хранятся касательные напряжения σ_{xz} . При этом компоненты тензора



ис. 1. Схематическое изооражение разнесенной сетки

напряжений и давление определяются на полуцелых слоях по времени, т.е. при $t = t^{n+1/2} = (n + 1/2)\Delta t$, а компоненты векторов скоростей — на целых слоях $t = t^n = n\Delta t$, где Δt — шаг сетки по времени. Такая сетка позволяет аппроксимировать производные как по пространству, так и по времени с четным порядком. В частности, в нашей работе мы ограничимся рассмотрением схем второго порядка аппроксимации, поскольку схемы повышенного порядка точности [21, 26] и схемы с контролем дисперсии [17] применимы в задачах, в которых дискретизация определяется длиной волны (от 3 до 10 точек на длину волны). В данной работе дискретизация основана на модели, т.е. шаг сетки выбирается так, чтобы с достаточной точностью описать мелкомасштабную структуру среды аналогично [4]. В результате в зависимости от частотного состава сигнала используются дискретизации от 20 точек на длину волны, что обеспечивает достаточную точность решения даже при использовании схем низкого порядка.

Удобно ввести следующие разностные операторы, аппроксимирующие производные со вторым поряд-

KOM:

$$D_t[f]_{IJ}^N = \frac{(f)_{IJ}^{N+1/2} - (f)_{IJ}^{N-1/2}}{\Delta t},$$
(2)

$$D_x[f]_{IJ}^N = \frac{(f)_{I+1/2,J}^N - (f)_{I-1/2,J}^N}{\Delta x},$$
(3)

$$D_{z}[f]_{IJ}^{N} = \frac{(f)_{IJ+1/2}^{N} - (f)_{IJ-1/2}^{N}}{\Delta z}, \qquad (4)$$

а также операторы осреднения

$$A_t[f]_{IJ}^n = \frac{(f)_{IJ}^{N+1/2} + (f)_{IJ}^{N-1/2}}{2},$$
(5)

$$A_x[f]_{IJ} = \frac{(f)_{I+1/2,J} + (f)_{I-1/2,J}}{2}, \qquad (6)$$

$$A_{z}[f]_{IJ} = \frac{(f)_{IJ+1/2} + (f)_{IJ-1/2}}{2}, \qquad (7)$$

где f — достаточно гладкая функция. Осреднение по пространству будет применяться только к коэффициентам уравнения, которые не зависят от времени, верхний индекс можно опустить. В этих обозначениях индексы, записанные прописными буквами, являются целыми, а индексы, обозначенные заглавными буквами, могут принимать как целые, так и полуцелые значения.

Используя операторы (2)-(7), можно записать конечно-разностную аппроксимацию уравнений Био:

$$D_{t}[q_{x}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} = (C_{1})_{i+1/2,j} \left(D_{x}[\sigma_{xx}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} + D_{z}[\sigma_{xz}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} \right) + \\ + (C_{2})_{i+1/2,j} D_{x}[p]_{i+1/2,j}^{n-1/2} + A_{x} \left[\frac{\eta}{k_{0}} \right]_{i+1/2,j}^{n-1/2} C_{2}A_{t}[q_{x}]_{i+1/2,j}^{n-1/2}, \\ D_{t}[q_{z}]_{ij+1/2}^{n-1/2} = (C_{3})_{i+1/2,j} \left(D_{x}[\sigma_{xz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} + D_{z}[\sigma_{zz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} \right) + \\ + (C_{4})_{i+1/2,j} D_{z}[p]_{ij+1/2}^{n-1/2} + A_{z} \left[\frac{\eta}{k_{0}} \right]_{ij+1/2}^{n-1/2} C_{4}A_{t}[q_{z}]_{ij+1/2}^{n-1/2}.$$

$$(8)$$

$$D_{t}[v_{x}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} = (C_{5})_{i+1/2,j} \left(D_{x}[\sigma_{xx}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} + D_{z}[\sigma_{xz}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} \right) - \\ - (C_{1})_{i+1/2,j} D_{x}[p]_{i+1/2,j}^{n-1/2} - A_{x} \left[\frac{\eta}{k_{0}} \right]_{i+1/2,j}^{n-1/2} C_{1}A_{t}[q_{x}]_{i+1/2,j}^{n-1/2},$$

$$D_{t}[v_{z}]_{ij+1/2}^{n-1/2} = (C_{6})_{i+1/2,j} \left(D_{x}[\sigma_{xz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} + D_{z}[\sigma_{zz}]_{ij+1/2}^{n-1/2} \right) - \\ - (C_{3})_{i+1/2,j} D_{z}[p]_{ij+1/2}^{n-1/2} - A_{z} \left[\frac{\eta}{k_{0}} \right]_{ij+1/2}^{n-1/2} C_{3}A_{t}[q_{z}]_{ij+1/2}^{n-1/2}.$$

$$(9)$$

$$D_{t}[\sigma_{xx}]_{ij}^{n} = (\lambda_{u} + 2\mu)_{ij}D_{x}[v_{x}]_{ij}^{n} + (\lambda_{u})_{ij}D_{z}[v_{z}]_{ij}^{n} + \alpha_{ij}M_{ij}(D_{x}[q_{x}]_{ij}^{n} + D_{z}[q_{z}]_{ij}^{n}),$$

$$D_{t}[\sigma_{zz}]_{ij}^{n} = (\lambda_{u})_{ij}D_{x}[v_{x}]_{ij}^{n} + (\lambda_{u} + 2\mu)_{ij}D_{z}[v_{z}]_{ij}^{n} + \alpha_{ij}M_{ij}(D_{x}[q_{x}]_{ij}^{n} + D_{z}[q_{z}]_{ij}^{n}),$$

$$D_{t}[\sigma_{xz}]_{i+1/2,j+1/2}^{n} = \tilde{\mu}_{i+1/2,j+1/2}(D_{z}[v_{x}]_{i+1/2,j+1/2}^{n} + D_{x}[v_{z}]_{i+1/2,j+1/2}^{n}),$$
(10)

$$D_t[p]_{ij}^n = -\alpha_{ij}M_{ij} \left(D_x[v_x]_{ij}^n + D_z[v_z]_{ij}^n \right) + M_{ij} \left(D_x[q_x]_{ij}^n + D_z[q_z]_{ij}^n \right).$$

В этих обозначениях коэффициенты в уравнениях (8) и (9) имеют следующий вид:

$$\begin{split} & \left(C_{1}^{-1}\right)_{i+1/2,j} = A_{x}[\rho_{f}]_{i+1/2,j} - \frac{A_{x}[\rho]_{i+1/2,j}A_{x}[T]_{i+1/2,j}}{A_{x}[\phi]_{i+1/2,j}}, \\ & \left(C_{2}^{-1}\right)_{i+1/2,j} = \frac{\left(A_{x}[\rho_{f}]_{i+1/2,j}\right)^{2}}{A_{x}[\rho]_{i+1/2,j}} - \frac{A_{x}[\rho_{f}]_{i+1/2,j}A_{x}[T]_{i+1/2,j}}{A_{x}[\phi]_{i+1/2,j}}, \\ & \left(C_{3}^{-1}\right)_{ij+1/2} = A_{z}[\rho_{f}]_{ij+1/2} - \frac{A_{z}[\rho]_{ij+1/2}A_{z}[T]_{ij+1/2}}{A_{z}[\phi]_{ij+1/2}}, \\ & \left(C_{4}^{-1}\right)_{ij+1/2} = \frac{\left(A_{z}[\rho_{f}]_{ij+1/2}\right)^{2}}{A_{z}[\rho]_{ij+1/2}} - \frac{A_{z}[\rho_{f}]_{ij+1/2}A_{z}[T]_{ij+1/2}}{A_{z}[\phi]_{ij+1/2}}, \\ & \left(C_{5}^{-1}\right)_{i+1/2,j} = A_{x}[\rho]_{i+1/2,j} - \frac{A_{x}[\rho_{f}]_{i+1/2,j}A_{x}[\phi]_{i+1/2,j}}{A_{x}[T]_{i+1/2,j}}, \\ & \left(C_{6}^{-1}\right)_{ij+1/2} = A_{z}[\rho]_{ij+1/2} - \frac{A_{z}[\rho_{f}]_{ij+1/2}A_{z}[\phi]_{ij+1/2}}{A_{z}[T]_{ij+1/2}}. \end{split}$$

Модификация модуля сдвига $\tilde{\mu}_{i+1/2,j+1/2}$ в уравнении (10) проводится по формулам среднего гармонического:

$$\tilde{\mu}_{i+1/2,j+1/2}^{-1} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu_{ij}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j}} + \frac{1}{\mu_{ij+1}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j+1}} \right).$$

Такой выбор модификации коэффициентов конечно-разностной схемы обеспечивает второй порядок сходимости конечно-разностного решения к решению дифференциальной задачи для модели с кусочнопостоянными коэффициентами, разрывы которых совпадают с границами ячеек сетки. Построение таких схем приведено в [9], анализ сходимости решения для уравнений динамической теории упругости приводится в работах [11, 27, 37].

Полученная конечно-разностная схема явная и устойчивая при условии

$$\Delta t \leqslant \frac{\Delta x \cdot \Delta z}{(\Delta x + \Delta z) V_n^{\max}} \,.$$

Здесь $V_p^{\max} = \max_{\chi,\omega} V_p$, где V_p — фазовая скорость быстрой продольной волны, $\chi = \eta/k_0$.



Рис. 2. Схематическое представление модели среды с трещиноватым слоем. Серым цветом изображена вмещающая порода, синим — трещины. Красная линия — линия источников, зеленые линии — линии приемников

4. Применение алгоритма для расчета потоков флюидов, индуцированных сейсмической волной. Разработанный конечно-разностный алгоритм применяется для моделирования распространения сейсмических волн в трещиновато-пористых средах для анализа флюидопотоков, индуцированных сейсмическими волнами. Расчетные области, использованные в численных экспериментах, описанных ниже, схематично представлены на рис. 2. Во всех экспериментах используется сетка с шагами $\Delta x = \Delta z = 2$ мм. Размер области по x составляет 1 м, по z — меняется в зависимости от частоты зондирующего сигнала, значения приведены в табл. 2. Граничные условия при x = 0 м и x = 1 м — периодические, при z = 0 и $z = Z_1$ — слабоотражающие граничные условия (идеально согласованные слои) [3, 13, 18, 22]. Мощность неоднородного трещиноватого слоя по оси z и его положение варьируются в зависимости от частоты

зондирующего сигнала. Источники и приемники располагаются на линиях $z = z_s$, $z = z_{r1}$ и $z = z_{r2}$ соответственно. Значения z_j , $j \in \{s, r1, r2\}$, приведены в табл. 2. В качестве импульса зондирующего сигнала используется импульс Рикера, заданный формулой

$$s(t) = \left(1 - 2\left[\pi\nu_0\left(t - \frac{3}{\nu_0}\right)\right]^2\right) \exp\left\{-\left[\pi\nu_0\left(t - \frac{3}{\nu_0}\right)\right]^2\right\},\$$

где ν_0 — доминирующая частота сигнала. Таким образом, расчетная сетка имеет 500 узлов по оси x, а размер сетки по оси z варьируется от 7500 узлов для центральной частоты 10 кГц до 122750 узлов при центральной частоте сигнала 0.25 кГц.

Таблица 2

Частота $ u_0, \kappa \Gamma \mu $	Размер области, м	Линия источников, м	Линия приемников 1, м	Линия приемников 2, м	Область с трещинами, м
0.25	245.5	25	45	185	85 - 165
0.5	110	15	25	95	45-85
1	60	10	15	50	25 - 45
2	35	7.5	10	27.5	15-25
3	26.7	6.67	8.34	20.03	11.68 - 18.36
4	22.5	6.25	7.5	16.25	10-15
5	20	6	7	14	9–13
6	18.4	5.84	6.68	12.56	8.36 - 11.72
7	17.2	5.72	6.44	11.48	7.88 - 10.76
8	16.3	5.63	6.26	10.67	7.52 - 10.04
9	15.6	5.56	6.12	10.04	7.24-9.48
10	15	5.5	6	9.5	7–9

Таблица используемых центральных частот, координат приемников, источников и неоднородного слоя по оси z

4.1. Верификация алгоритма: слоистая среда. Для верификации разностной схемы проводится серия расчетов, в которых в качестве неоднородного участка расчетной области выступает периодическая слоистая среда, содержащая слои двух разных материалов одинаковой толщины (один из них составляет и вмещающую среду). Расчеты проводятся для слоев, параллельных и перпендикулярных направлению распространения волны. Кроме того, рассматриваются случаи слоев разной толщины: 2, 4, 8 и 16 мм. Физические свойства среды представлены в табл. 3.

Результаты расчетов сравниваются с оценкой фазовой скорости для периодических слоистых сред в соответствии с объемным соотношением слоев [12, 39]. Фазовые скорости продольных волн в среде с горизонтальными (параллельными направлению распространения волны) и вертикальными (перпендикулярными направлению распространения волны) слоями вычисляются по формулам $V_{p,h} = \sqrt{A/\rho}$, $V_{p,v} = \sqrt{B/\rho}$, где ρ — осредненная в соответствии с объемным соотношением слоев плотность среды, а Aи B имеют вид

$$A = \left\langle 4\rho V_s^2 \left(1 - \frac{V_s^2}{V_p^2} \right) \right\rangle + \left\langle 1 - 2\frac{V_s^2}{V_p^2} \right\rangle^2 \left\langle \left(\rho V_p^2\right)^{-1} \right\rangle^{-1}, \quad B = \left\langle \left(\rho V_p^2\right)^{-1} \right\rangle^{-1}.$$

Здесь V_p и V_s — фазовые скорости Гассмана [31] продольной и поперечной волн, а угловые скобки — осреднение в соответствии с объемным соотношением слоев.

На графике зависимостей фазовой скорости Р-волны от частоты в результате численного моделирования и теоретических оценок (рис. 3) видно, что численные результаты и аналитическая оценка практически совпадают как в случае горизонтальных, так и в случае вертикальных слоев, относительная ошибка не превосходит 1.2%.

4.2. Численное моделирование распространения плоской волны в трещиноватой среде. Следующая серия расчетов проводилась для четырех типов трещиноватых моделей, отличающихся ори-



Рис. 3. Сравнение полученных численно фазовых скоростей Р-волны (треугольники), прошедших через слоистую среду, с фазовыми скоростями Р-волны, полученными на основе теоретических оценок (пунктирные линии) в случае горизонтальных и вертикальных слоев



Рис. 4. Модели пороупругих сред (слева направо): с параллельными, перпендикулярными, непересекающимися и пересекающимися трещинами

ентацией и связностью трещин. Рассматривается четыре случая (рис. 4): 1) все трещины ориентированы параллельно направлению распространения волны; 2) все трещины ориентированы перпендикулярно направлению распространения волны; 3) 50% трещин ориентированы параллельно, 50% ориентированы перпендикулярно направлению распространения волны и не пересекаются; 4) 50% трещин ориентированы параллельно, 50% ориентированы перпендикулярно направлению распространения волны, и каждая трещина имеет хотя бы одно пересечение с трещиной другой ориентации. Трещины будут называться соответственно параллельными, перпендикулярными, непересекающимися и пересекающимися. Концентрация трещин во всех случаях 6.25%. Ширина трещины 4 мм, длина — 30 мм. Пространственное распределение трещин — равномерное с учетом периодических по x граничных условий. Физические свойства используемых материалов представлены в табл. 4. Расчеты проводятся для волн с центральной частотой в диапазоне от 250 Гц до 10 кГц.

В результате расчетов определяются поля скоростей твердых частиц и жидкости, напряжения в упругом скелете и давление жидкости в трещиноватой среде. На рис. 5 изображены поля компоненты скорости твердых частиц v_z для рассматриваемых трещиноватых сред с проницаемостью материала в трещинах $k_0 = 10^{-9}$ м². Видно, что параллельные трещины оказывают слабое влияние на проходящую волну (рис. 5а), а перпендикулярные трещины, напротив, приводят к существенной диссипации энергии волны и уменьшению скорости ее распространения (рис. 5б). Скорость волны в среде с пересеченными трещинами (рис. 5г) меньше скорости волны в среде с непересеченными трещинами (рис. 5в). Более того,

Параметр	Вмещающая среда	Прослойки			
Параметры жидкости					
Объемный модуль упругости K_f , ГПа	2.25	2.25			
Плотность $ ho_f$, кг/м 3	1090	1090			
Динамическая вязкость η , Па·с	0.001	0.001			
	Параметры минерала				
Объемный модуль упругости $K_s, \Gamma \Pi a$	37	37			
Плотность $ ho_s, { m kr/m}^3$	2650	2650			
Модуль сдвига μ_s , ГПа	44	44			
	Параметры осушенного скелета				
Пористость ϕ	0.1	0.4			
Проницаемость k_0 , м ²	10^{-15}	10^{-13}			
Извилистость Т	$1 - 0.5(1 - 1/\phi) = 5.5$	$1 - 0.5(1 - 1/\phi) = 1.75$			
Объемный модуль упругости $K_d, \Gamma \Pi a$	$K_s(1-\phi)^{3/(1-\phi)} = 26.042$	$K_s(1-\phi)^{3/(1-\phi)} = 2.8771$			
Модуль сдвига μ , ГПа	$K_d \mu_s / K_s = 30.969$	$K_d \mu_s / K_s = 3.4214$			
Параметр Био В	$\frac{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s}}{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} = 0.2141$	$\frac{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s}}{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} = 0.6575$			
Коэффициент Био–Уиллиса α	$1 - K_d / K_s = 0.2962$	$1 - K_d / Ks = 0.9222$			
Параметры флюидонасыщенного скелета					
Плотность $ ho,\kappa r/m^3$	$(1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f = 2494$ $(1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f = 2026$				
Объемный модуль упругости K_u , ГПа	$\frac{K_d}{1 - B(1 - K_d/K_s)} = 27.805$	$\frac{K_d}{1 - B(1 - K_d/K_s)} = 7.3094$			
М, ГПа	$BK_u/\alpha = 20.102$	$BK_u/\alpha = 5.2113$			

Параметры слоистой среды

Таблица 3

можно видеть, что пересечение трещин приводит к большему рассеянию волны.

Помимо ориентации и связности трещин на проходящую волну влияют свойства пористого материала, заполняющего трещины, в частности его проницаемость. Согласно формуле (1), проницаемость влияет на формирование медленной Р-волны в материале трещин. Так, на рис. 6 показано, что при $k_0 = 10^{-11}$, когда центральная частота волны близка к частоте Био, медленная Р-волна быстро затухает, и ее уже нельзя отчетливо видеть в указанный момент времени, о чем свидетельствует слабый контраст значений компоненты скорости твердых частиц v_z заполняющего трещины материала и вмещающей породы на рис. 66. Однако при $k_0 = 10^{-9}$, когда центральная частота волны много больше частоты Био, в трещинах наблюдается возникновение медленных Р-волн, что проявляется в существенном отличии значений компоненты скорости твердых частиц v_z материала в трещинах от аналогичных значений во вмещающей породе, наблюдаемом на рис. 6в.

На изображениях осредненных по оси x трасс, полученных на линиях приемников для центральных частот волны ν_0 0.5, 3 и 7 кГц (рис. 7), видно, что параллельные трещины оказывают слабое влияние на проходящую волну, а при прохождении через среду с перпендикулярными трещинами наблюдается сильное затухание. Падение амплитуды волны с увеличением центральной частоты в случае параллельных

Параметр	Вмещающая среда	Материал в трещинах				
	Параметры жидкости					
Объемный модуль упругости $K_f, \Gamma \Pi a$	2.25	2.25				
Плотность $ ho_f$, кг/м 3	1090	1090				
Динамическая вязкость $\eta, \Pi \mathrm{a}{\cdot} \mathrm{c}$	0.001	0.001				
Параметры минерала						
Объемный модуль упругости $K_s, \Gamma \Pi a$	37	37				
Плотность $ ho_s, { m kf}/{ m m}^3$	2650	2650				
Модуль сдвига μ_s , ГПа	44	44				
Параметры осушенного скелета						
Пористость ϕ	0.1	0.5				
Проницаемость k_0 , м ²	10^{-13}	$ \begin{array}{c} 10^{-17}, 10^{-16}, 10^{-15}, 10^{-14}, \\ 10^{-12}, 10^{-11}, 10^{-9}, 10^{-18} \end{array} $				
Извилистость Т	1.83	1.83				
Объемный модуль упругости $K_d, \Gamma \Pi a$	$K_s(1-\phi)^{3/(1-\phi)} = 26.042$	0.02				
Модуль сдвига $\mu,$ ГПа	$K_d \mu_s / K_s = 30.969$	0.01				
Параметр Био <i>В</i>	$\frac{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s}}{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} = 0.2141$	$\frac{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s}}{\frac{1}{K_d} - \frac{1}{K_s} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} = 0.9958$				
Коэффициент Био–Уиллиса α	$1 - K_d / K_s = 0.2962$	$1 - K_d / Ks = 0.9995$				
Параметры флюидонасыщенного скелета						
Плотность $ ho$, кг/м 3	$(1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f = 2494$	$(1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f = 1870$				
Объемный модуль упругости $K_u, \Gamma \Pi a$	$\frac{K_d}{1 - B(1 - K_d/K_s)} = 27.805$	$\frac{K_d}{1 - B(1 - K_d/K_s)} = 4.2577$				
М, ГПа	$BK_u/\alpha = 20.102$	$BK_u/\alpha = 4.2423$				

Параметры трещиноватой среды

Таблица 4

трещин, вероятно, связано с рассеянием волны на системе трещин. Также видно, что амплитуды волн, прошедших через среду с пересекающимися трещинами, меньше амплитуд волн, прошедших через среду с непересекающимися трещинами. Изменение амплитуды волны с увеличением центральной частоты монотонно не во всех случаях. Так, при проницаемости материала пересекающихся трещин $k_0 = 10^{-14}$ м² амплитуда прошедшей волны при $\nu_0 = 7$ кГц больше, чем при $\nu_0 = 3$ кГц.

Значительное уменьшение амплитуды сигнала, зарегистрированного на второй линии приемников, прослеживается при относительно высокой проницаемости материала трещин. Кроме того, проницаемость материала трещин оказывает влияние на фазовую скорость волны. Например, при центральной частоте 0.5 кГц наблюдается существенное падение скорости волны при увеличении проницаемости материала трещин.

4.3. Оценка эффективной скорости и добротности плоской волны, распространяющейся в трещиноватой среде. С помощью деконволюции осредненных сигналов, зарегистрированных на первой и второй линиях приемников (см. приложение П.1), для всех случаев построены зависимости фазовой скорости и затухания от частоты.

На графиках зависимости фазовой скорости волны от частоты волны u_0 для указанных случаев



Рис. 5. Поле компоненты скорости твердых частиц v_z при прохождении волны с центральной частотой $\nu_0 = 6 \ \kappa \Gamma \mu$ в момент времени $t \approx 2 \times 10^{-3}$ при проницаемости материала трещин $k_0 = 10^{-9} \ m^2$ для сред с параллельными (a), перпендикулярными (б), непересекающимися (в) и пересекающимися трещинами (г)

(рис. 8) видно, что трещины, параллельные направлению распространения волны, незначительно влияют на ее скорость. Напротив, трещины, расположенные перпендикулярно направлению прохождения волны, сильно ее замедляют. Для всех сред, кроме содержащих только параллельные трещины, с ростом проницаемости материала, заполняющего трещины, а следовательно, и с повышением мобильности флюида явно прослеживается падение фазовой скорости волны. К тому же в среде с пересекающимися трещинами скорость волны меньше, чем в среде с непересекающимися трещинами. Эти сведения указывают на наличие перетоков флюидов между трещинами.

Анализ графиков зависимости затухания продольной волны от частоты для тех же сред (рис. 9) показывает, что с ростом проницаемости материала трещин затухание волны растет. Волна слабо затухает на системе параллельных трещин. Большее затухание наблюдается на среде с перпендикулярными трещинами. Затухание волны на низких частотах в случае пересекающихся трещин менее интенсивно в сравнении с непересекающимися трещинами. Однако на высоких частотах затухание на системе пересекающихся трещин более интенсивно. Рост затухания на высоких частотах во всех случаях связан с рассеянием волны на системе трещин. На частотах выше 3 кГц рассеяние становится доминирующим механизмом затухания, что не дает возможности пронаблюдать влияние перетоков флюидов. Несмотря на рассеяние, наблюдается устойчивый пик затухания на частоте около 5 кГц, величина которого при высокой проницаемости материала трещин существенно различается при пересекающихся и непересекающихся трещинах, что может свидетельствовать о значительном влиянии связности трещин на мобильность флюида.

4.4. Сравнение оценок добротности по результатам квазистатического и динамического моделирования. Для верификации результатов численного моделирования проведено сравнение оценок затухания с оценками, полученными в результате численного решения задачи распространения плоской волны в пороупругой флюидонасыщенной трещиноватой среде на основе системы уравнений пороупруго-



Рис. 6. Часть модели среды с параллельными трещинами (a) и поля компоненты скорости твердых частиц v_z при прохождении волны с центральной частотой $\nu_0 = 6$ кГц в момент времени $t \approx 1.8 \times 10^{-3}$ при проницаемости материала трещин $k_0 = 10^{-11}$ м² (б) и $k_0 = 10^{-9}$ м² (в) для этой части среды

сти в квазистатической постановке [38, 40]. Параметры материалов совпадают с используемыми в представленных расчетах (табл. 4). Кроме того, для построенных моделей трещиноватой среды построена оценка затухания, вызванного рассеянием волны на системе трещин в двумерном случае (см. приложение П.2).

На графиках зависимости оценок затуханий, полученных из численного решения на основе динамической и квазистатической систем уравнений пороупругости, а также из оценок затухания, вызванного рассеянием волны, от частоты (рис. 10) видно, что до частот около 3 кГц затухания, полученные численным решением систем уравнений пороупругости в квазистатической и динамической постановках, ведут себя одинаково. Для частот больше 3 кГц построенное по результатам динамического моделирования затухание резко возрастает, что связано с рассеянием волны на системе трещин. Поведение оценки затухания на высоких частотах соответствует теоретической оценке затухания, связанного с рассеянием.

Графики на рис. 10 демонстрируют соответствие результатов численного решения задачи распространения волны в среде с непересекающимися и пересекающимися трещинами и численного квазистатического моделирования. При корректировке результатов квазистатического моделирования с использованием теоретической оценки затухания в результате рассеяния волны на системе трещин поведение оценок затухания совпадает и на высоких частотах. Однако в случае высокопроницаемого материала трещин оценки



Рис. 7. Осредненные сигналы, зарегистрированные на линиях приемников 1 и 2. Черные линии — сигналы, записанные на линиях приемников 1, цветные линии — сигналы на линиях приемников 2 в случае параллельных (красные), перпендикулярных (зеленые), непересекающихся (синие) и пересекающихся (розовые) трещин



Рис. 8. Зависимость фазовой скорости продольной волны от частоты для сред разной трещиноватости и проницаемости материала, заполняющего трещины

затухания в результате решения задачи в динамической постановке выше. Кроме того, на частоте около 5 кГц по результатам решения задачи в динамической постановке наблюдается устойчивый пик затухания. При низкой проницаемости материала трещин результаты практически совпадают.

5. Заключение. Разработан и реализован алгоритм численного моделирования волновых полей в трещиновато-пористых флюидонасыщенных средах, основанный на конечно-разностной аппроксимации системы уравнений Био на разнесенной сетке. Схема верифицировалась на задачах распространения волны в однородной и слоистой средах, для которых имеются известные теоретические оценки скорости распространения волны. Разработанный алгоритм использован для решения задачи распространения волны в среде, содержащей системы трещин различной ориентации и связности, заполненных высокопористым флюидонасыщенным материалом с разной проницаемостью. Центральная частота волны варьируется от 250 Гц до 10 кГц. Результаты численного моделирования показывают, что связность трещин существенно влияет на затухание и фазовую скорость волны. Величина устойчиво идентифицируемого пика затухания волны значительно различается для пересекающихся и непересекающихся трещин. Приведенная оценка затухания из теории однократного рассеяния волн свидетельствует о том, что на высоких частотах доминирующим механизмом затухания является именно рассеяние волны на системе трещин. Это подтверждается сравнением построенных оценок затухания волны с оценками, полученными численным решением задачи в квазистатической постановке. На частотах, где рассеяние еще не вносит существенного вклада в затухание волны, результаты численного полноволнового моделирования и численного моделирования на основе квазистатической постановки достаточно близки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 17–35–00043, 16–05–00800, 18–05–00031, 18–01–00579, 18–41–540016). Расчеты проводились на кластере НКС-30Т Сибирского суперкомпьютерного центра и на кластере "Ломоносов" Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.



Рис. 9. Зависимость затухания продольной волны от частоты для различных трещиноватых сред и проницаемости материала, заполняющего трещины

Приложения.

П.1. Оценка фазовой скорости и добротности при помощи деконволюции сигналов. Для построения оценок эффективной скорости и добротности плоских волн, прошедших через трещиноватые среды, в описанных выше случаях применяется деконволюция осредненных по оси x сигналов, зарегистрированных на первой и второй линиях приемников. Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в направлении оси z в трещиноватом слое: $v(t, z) = v_0 e^{i\omega(t-z/c(\omega))}$, где $c(\omega)$ — комплексная частотнозависимая фазовая скорость. Так как волна плоская, ее амплитуда зависит только от свойств неоднородностей в среде, в частности от затухания на системе трещин. В изотропной среде амплитуда плоской волны не меняется. Пусть координата по оси z расположения первой линии приемников $z = z_1$, а второй — $z = z_2 = z_1 + L$. Тогда осредненные по оси x сигналы можно представить в виде

$$\begin{aligned} &\langle v(t,x,z_1) \rangle_x = v(t,z_1) = v_0 e^{i\omega(t-z_1/c(\omega))}, \\ &\langle v(t,x,z_2) \rangle_x = v(t,z_2) = v_0 e^{i\omega(t-(z_1+L)/c(\omega))} = v(t,z_1) e^{-i\omega L/c(\omega)}. \end{aligned}$$

В частотной области сигналы $v(\omega, z_1)$ и $v(\omega, z_2)$ связаны таким же соотношением. Следовательно, комплекснозначная величина, обратная фазовой скорости волны $s(\omega) = c^{-1}(\omega)$, определяется выражением

$$v(\omega, z_2) = v(\omega, z_1)e^{-i\omega L\Re(s)}e^{\omega L\Im(s)}.$$

Из этого легко вычислить мнимую часть $s(\omega)$ как вещественную часть главного значения логарифма отношения зарегистрированных сигналов:

$$\Im(s) = \frac{1}{2\omega L} \log \frac{|v(\omega, z_2)|}{|v(\omega, z_1)|}$$



Рис. 10. Сравнение оценок затухания волны на системе трещин, полученных в результате квазистатического (сплошные линии) и динамического (пунктирные линии с кружками) моделирования, а также оценки рассеяния (черная линия со звездочками). На правых графиках сплошными линиями показаны оценки затухания в результате квазистатического моделирования с корректировкой с помощью оценки рассеяния

Вещественная часть $s(\omega)$ вычисляется неоднозначно, так как входит в аргумент отношения $\frac{|v(\omega, z_2)|}{|v(\omega, z_1)|}$

Для выбора аргумента, соответствующего главному значению логарифма, проводится оценка скорости распространения волны с помощью сигналов $v(t, z_1)$ и $v(t, z_2)$. Если амплитуда волны достигается на первой линии приемников в момент времени $t = t_1$, на второй в момент $t = t_2$, то скорость, очевидно, можно оценить по формуле

$$V_p^0 = \frac{L}{t_2 - t_1}$$

Из этих соображений выбирается такое $\Re(s)$, что

$$\left|\Re(s) - \omega L / V_p^0\right| < \pi.$$

Фазовая скорость волны и ее добротность вычисляются по формулам [16]

$$V_p = \left(\Re(s)\right)^{-1}, \quad Q = \frac{\left|\Re(c^2)\right|}{\left|\Im(c^2)\right|}.$$

П.2. Оценка затухания в результате рассеяния на системе трещин. Для оценки частотнозависимого затухания, вызванного рассеянием плоской волны на системе случайно распределенных неоднородностей, в двумерном случае используется выражение эффективного поперечника из теории однократного рассеяния волн [8]:

$$\sigma(\phi) = \frac{1}{2} k^3 \pi \Phi_S \big(\boldsymbol{Q}(\phi) \big).$$

Здесь $Q(\phi) = k(\mathbf{n}_s(\phi) - \mathbf{n}), k = \omega/\langle v \rangle$ — модуль волнового вектора, вектор $\mathbf{n}_s(\phi)$ указывает направление рассеянной части волны, вектор \mathbf{n} указывает направление первичной плоской волны, спектральная плотность $\Phi_S(\mathbf{Q}(\phi))$ — образ Фурье пространственной функции корреляции флуктуаций величины, обратной фазовой скорости волны $\tilde{S} = (V_p(\mathbf{r}))^{-1} - \langle (V_p(\mathbf{r}))^{-1} \rangle$. В случаях, рассматриваемых в настоящей статье, распределение трещин равномерно, вследствие чего можно считать поле рассматриваемых флуктуаций статистически квазиоднородным. Поэтому функцию корреляции можно представить следующим образом:

$$\psi_S(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \left\langle \tilde{S}(\boldsymbol{r}_1) \tilde{S}(\boldsymbol{r}_2) \right\rangle = \psi_S(\rho, R),$$

где $\rho = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $R = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, а масштаб изменения $\psi_S(\rho, R)$ по \mathbf{r} много меньше масштаба изменения $\psi_S(\rho, R)$ по \mathbf{r} . Исходя из этого, справедливо выражение

$$\Phi_S(\kappa, R) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \psi_S(\rho, R) e^{-i\kappa\rho} \, d\rho.$$

В итоге оценка затухания принимает вид

$$\frac{1}{Q(\omega)} = \frac{1}{\omega\pi} \left\langle V_p(\boldsymbol{r}) \right\rangle \int_0^{2\pi} \sigma(\phi) \, d\phi,$$

где $\langle V_p(\boldsymbol{r})
angle$ — средняя скорость волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Вишневский Д.М., Лисица В.В., Решетова Г.В. Численное моделирование распространения сейсмических волн в средах с вязкоупругими включениями // Вычислительные методы и программирование. 2013. 14. 155–165.
- 2. Базайкин Я.В., Колюхин Д.Р., Лисица В.В. и др. Влияние масштаба микротомографических изображений на оценку макромасштабных свойств породы // Технологии сейсморазведки. 2016. № 2. 38–47.
- 3. Дмитриев М.Н., Лисица В.В. Применение слабоотражающих граничных условий М-РМL при моделировании волновых процессов в анизотропных средах. Часть I: Уровень отражений // Сиб. журн. вычисл. математики. 2011. 14, № 4. 333–344.
- 4. Костин В.И., Лисица В.В., Решетова Г.В., Чеверда В.А. Конечно-разностный метод численного моделирования распространения сейсмических волн в трехмерно-неоднородных разномасштабных средах // Вычислительные методы и программирование. 2011. **12**. 321–329.

- Белоносов М.А., Костов К., Решетова Г.В., Соловьёв С.А., Чеверда В.А. Организация параллельных вычислений для моделирования сейсмических волн с использованием аддитивного метода Шварца // Вычислительные методы и программирование. 2012. 13. 525–535.
- Решетова Г.В., Хачкова Т.С. Численный метод оценки эффективных упругих характеристик горной породы по двумерным и трехмерным цифровым изображениям керна // Вычислительные методы и программирование. 2017. 18. 416–433.
- 7. *Роменский Е.И.* Термодинамически согласованная система законов сохранения течения сжимаемой жидкости в пористой упругой среде // Сиб. журн. индустриальной математики. 2011. **14**, № 4. 86–97.
- 8. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
- 9. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.
- 10. Глинский Б.М., Караваев Д.А., Ковалевский В.В., Мартынов В.Н. Численное моделирование и экспериментальные исследования грязевого вулкана "Гора Карабетова" вибросейсмическими методами // Вычислительные методы и программирование. 2010. 11. 95–104.
- Moczo P., Kristek J., Vavryčuk V. 3D heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities // Bulletin of the Seismological Society of America. 2002. 92, N 8. 3042–3066.
- 12. Backus G.E. Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering // J. Geophys. Res. 1962. 67, N 11. 4427–4440.
- 13. Berenger J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // Journal of Computational Physics. 1994. **114**, N 2. 185–200.
- 14. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956. 28, N 2. 179–191.
- 15. *Biot M.A.* Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956. 28, N 2. 168–178.
- Carcione J.M., Morency C., Santos J.E. Computational poroelasticity a review // Geophysics. 2010. 75, N 5. 75A229–75A243.
- 17. Chen J.-B. A 27-point scheme for a 3D frequency-domain scalar wave equation based on an average-derivative method // Geophysical Prospecting. 2014. 62, N 2. 258–277.
- Collino F., Tsogka C. Application of the Perfectly Matched absorbing layer model to the linear elastodynamics problem in anisotropic heterogeneous media // Geophysics. 2001. 66, N 1. 294–307.
- Arns C.H., Knackstedt M.A., Pinczewski W.V., Garboczi E.J. Computation of linear elastic properties from microtomographic images: methodology and agreement between theory and experiment // Geophysics. 2002. 67, N 5. 1396– 1405.
- 20. De la Puente J., Dumbser M., Käser M., Igel H. Discontinuous Galerkin methods for wave propagation in poroelastic media // Geophysics. 2008. 73, N 5. T77–T97.
- Dovgilovich L., Sofronov I. High-accuracy finite-difference schemes for solving elastodynamic problems in curvilinear coordinates within multiblock approach // Applied Numerical Mathematics. 2015. 93. 176–194.
- Drossaert F.H., Giannopoulos A. A nonsplit complex frequency-shifted PML based on recursive integration for FDTD modeling of elastic waves // Geophysics. 2007. 72, N 2. T9–T17.
- 23. Kong L., Gurevich B., Müller T.M., et al. Effect of fracture fill on seismic attenuation and dispersion in fractured porous rocks // Geophysical Journal International. 2013. 195, N 3. 1679–1688.
- 24. Rubio F., Hanzich M., Farrés A., et al. Finite-difference staggered grids in GPUs for anisotropic elastic wave propagation simulation // Computers and Geosciences. 2014. 70. 181–189.
- 25. Johnson D.L., Koplik J., Dashen R. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media // Journal of Fluid Mechanics. 1987. 176. 379–402.
- 26. Levander A.R. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms // Geophysics. 1988. 53, N 11. 1425–1436.
- 27. Lisitsa V., Podgornova O., Tcheverda V. On the interface error analysis for finite difference wave simulation // Computational Geosciences. 2010. 14, N 4. 769–778.
- 28. Masson Y.J., Pride S.R., Nihei K.T. Finite difference modeling of Biot's poroelastic equations at seismic frequencies // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2006. 111. doi 10.1029/2006JB004366.
- Masson Y.J., Pride S.R. Finite-difference modeling of Biot's poroelastic equations across all frequencies // Geophysics. 2010. 75, N 2. N33–N41.
- 30. Masson Y.J., Pride S.R. Poroelastic finite difference modeling of seismic attenuation and dispersion due to mesoscopic-scale heterogeneity // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2007. **112**. doi 10.1029/2006JB004592.
- 31. Mavko G., Mukerji T., Dvorkin J. The rock physics handbook. New York: Cambridge Univ. Press, 2009.
- 32. Michèa D., Komatitsch D. Accelerating a three-dimensional finite-difference wave propagation code using GPU graphics cards // Geophysical Journal International. 2010. **182**, N 1. 389–402.
- 33. Müller T.M., Gurevich B., Lebedev M. Seismic wave attenuation and dispersion resulting from wave-induced flow in porous rocks a review // Geophysics. 2010. 75, N 5. 75A147–75A164.
- 34. Kuteynikova M., Tisato N., Jänicke R., Quintal B. Numerical modeling and laboratory measurements of seismic

attenuation in partially saturated rock // Geophysics. 2014. 79, N 2. L13–L20.

- Vishnevsky D., Lisitsa V., Tcheverda V., Reshetova G. Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves // Geophysics. 2014. 79, N 4. T219–T232.
- 36. Kameda A., Dvorkin J., Keehm Y., et al. Permeability-porosity transforms from small sandstone fragments // Geophysics. 2006. 71, N 1. N11–N19.
- 37. Qi Q., Müller T.M., Gurevich B., et al. Quantifying the effect of capillarity on attenuation and dispersion in patchysaturated rocks // Geophysics. 2014. 79, N 5. WB35–WB50.
- Quintal B., Steeb H., Frehner M., Schmalholz S.M. Quasi-static finite-element modeling of seismic attenuation and dispersion due to wave-induced fluid flow in poroelastic media // Journal of Geophysical Research. 2011. 116. doi 10.1029/2010JB007475.
- 39. Schoenberg M., Muir F. A calculus for finely layered anisotropic media // Geophysics. 1989. 54, N 5. 581–589.
- 40. Rubino J.G., Müller T.M., Guarracino L., et al. Seismoacoustic signatures of fracture connectivity // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2014. 119, N 3. 2252–2271.
- 41. Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method // Geophysics. 1986. **51**, N 4. 889–901.

Поступила в редакцию 26.01.2018

Numerical Modeling of Wave Processes in Fractured Porous Fluid-Saturated Media

M. A. Novikov¹, V. V. Lisitsa², and A. A. Kozyaev³

- ¹ Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences; prospekt Koptyuga 3, Novosibirsk, 630090, Russia; Junior Scientist, e-mail: NovikovMA@ipgg.sbras.ru
- ² Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences; prospekt Koptyuga 3, Novosibirsk, 630090, Russia; Ph.D., Associate Professor, Head of Laboratory, e-mail: lisitsavv@ipgg.sbras.ru
- ³ Institute of Petroleum and Natural Gas Engineering, Siberian Federal University; prospekt Svobodny 82, Krasnoyarsk, 660041, Russia; Graduate Student, e-mail: aa.kozyaev@gmail.com

Received January 26, 2018

Abstract. One of important problems in modern applied geophysics is to distinguish the specific indications of developed fractures in geological formations using seismic data. In addition, it is necessary to distinguish the fluid-saturated systems of cracks capable of providing a sufficient hydrodynamic permeability of reservoirs. In this paper we propose a numerical algorithm to study wave fields in fractured porous fluid-saturated media on the basis of a finite-difference approximation of Biot's equations. Our numerical results show that the intersecting fractures significantly increase the absorption of seismic energy due to the appearance of fluid flows in cracks. A detailed frequency analysis of seismic wave attenuation is given.

Keywords: Biot's equations, finite-difference schemes, seismic waves, fractured porous media, seismic energy absorption, fracture connectivity.

References

1. D. M. Vishnevsky, V. V. Lisitsa, and G. V. Reshetova, "Numerical Simulation of Seismic Wave Propagation in Media with Viscoelastic Intrusions," Vychisl. Metody Programm. **14**, 155–165 (2013).

2. Ya. V. Bazaikin, D. R. Kolyukhin, V. V. Lisitsa, et al., "Effect of CT-Image Scale on Macro-Scale Properties Estimation," Tekhnol. Seismorazvedki, No. 2, 38–47 (2016).

3. M. N. Dmitriev and V. V. Lisitsa, "Application of M-PML Reflectionless Boundary Conditions to the Numerical Simulation of Wave Propagation in Anisotropic Media. Part I: Reflectivity," Sib. Zh. Vych. Mat. 14 (4), 333–344 (2011) [Numer. Anal. Appl. 4 (4), 271–280 (2011)].

4. V. I. Kostin, V. V. Lisitsa, G. V. Reshetova, and V. A. Tcheverda, "A Finite-Difference Method for the Numerical Simulation of Seismic Wave Propagation through Multiscale Media," Vychisl. Metody Programm. **12**, 321–329 (2011).

5. M. A. Belonosov, K. Kostov, G. V. Reshetova, et al., "Parallel Computations for the Simulation of Seismic Waves on the Basis of the Additive Schwartz Method," Vychisl. Metody Programm. **13**, 525–535 (2012).

6. G. V. Reshetova and T. S. Khachkova, "A Numerical Method to Estimate the Effective Elastic Moduli of Rocks from Two- and Three-Dimensional Digital Images of Rock Core Samples," Vychisl. Metody Programm. **18**, 416–433 (2017).

7. E. I. Romenskii, "A Thermodynamically Consistent System of Conservation Laws for the Flow of a Compressible Fluid in an Elastic Porous Medium," Sib. Zh. Ind. Mat. 14 (4), 86–97 (2011).

8. S. M. Rytov, Yu. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii, *Principles of Statistical Radiophysics*, Vol. 2. *Correlation Theory of Random Processes* (Nauka, Moscow, 1978; Springer, Berlin, 1987).

9. A. A. Samarskii, *The Theory of Difference Schemes* (Nauka, Moscow, 1983; Marcel Dekker, New York, 2001).

10. B. M. Glinsky, D. A. Karavaev, V. V. Kovalevsky, and V. N. Martynov, "Numerical Modeling and Experimental Research of the "Karabetov Mountain" Mud Volcano by Vibroseismic Methods," Vychisl. Metody Programm. **11**, 95–104 (2010).

11. P. Moczo, J. Kristek, and V. Vavryčuk, "3D Heterogeneous Staggered-Grid Finite-Difference Modeling of Seismic Motion with Volume Harmonic and Arithmetic Averaging of Elastic Moduli and Densities," Bull. Seismol. Soc. Am. **92** (8), 3042–3066 (2002).

12. G. E. Backus, "Long-Wave Elastic Anisotropy Produced by Horizontal Layering," J. Geophys. Res. 67 (11), 4427–4440 (1962).

13. J.-P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," J. Comput. Phys. **114** (2), 185–200 (1994).

14. M. A. Biot, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. II. Higher Frequency Range," J. Acoust. Soc. Am. 28 (2), 179–191 (1956).

15. M. A. Biot, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range," J. Acoust. Soc. Am. **28** (2), 168–178 (1956).

16. J. M. Carcione, C. Morency, and J. E. Santos, "Computational Poroelasticity – A Review," Geophysics **75** (5), 75A229–75A243 (2010).

17. J.-B. Chen, "A 27-Point Scheme for a 3D Frequency-Domain Scalar Wave Equation Based on an Average-Derivative Method," Geophys. Prospect. **62** (2), 258–277 (2014).

18. F. Collino and C. Tsogka, "Application of the Perfectly Matched Absorbing Layer Model to the Linear Elastodynamic Problem in Anisotropic Heterogeneous Media," Geophysics **66** (1), 294–307 (2001).

19. C. H. Arns, M. A. Knackstedt, W. V. Pinczewski, and E. J. Garboczi, "Computation of Linear Elastic Properties from Microtomographic Images: Methodology and Agreement Between Theory and Experiment," Geophysics 67 (5), 1396–1405 (2002).

20. J. de la Puente, M. Dumbser, M. Käser, and H. Igel, "Discontinuous Galerkin Methods for Wave Propagation in Poroelastic Media," Geophysics **73** (5), T77–T97 (2008).

21. L. Dovgilovich and I. Sofronov, "High-Accuracy Finite-Difference Schemes for Solving Elastodynamic Problems in Curvilinear Coordinates within Multiblock Approach," Appl. Numer. Math. 93, 176–194 (2015).

22. F. H. Drossaert and A. Giannopoulos, "A Nonsplit Complex Frequency-Shifted PML Based on Recursive Integration for FDTD Modeling of Elastic Waves," Geophysics **72** (2), T9–T17 (2007).

23. L. Kong, B. Gurevich, T. M. Müller, et al., "Effect of Fracture Fill on Seismic Attenuation and Dispersion in Fractured Porous Rocks," Geophys. J. Int. **195** (3), 1679–1688 (2013).

24. F. Rubio, M. Hanzich, A. Farrés, et al., "Finite-Difference Staggered Grids in GPUs for Anisotropic Elastic Wave Propagation Simulation," Comput. Geosci. **70**, 181–189 (2014).

25. D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, "Theory of Dynamic Permeability and Tortuosity in Fluid-Saturated Porous Media," J. Fluid Mech. **176**, 379–402 (1987).

26. A. R. Levander, "Fourth-Order Finite-Difference P-SV Seismograms," Geophysics **53** (11), 1425–1436 (1988).

27. V. Lisitsa, O. Podgornova, and V. Tcheverda, "On the Interface Error Analysis for Finite Difference Wave Simulation," Comput. Geosci. 14 (4), 769–778 (2010).

28. Y. J. Masson, S. R. Pride, and K. T. Nihei, "Finite Difference Modeling of Biot's Poroelastic Equations at Seismic Frequencies," J. Geophys. Res. Solid Earth **111** (2006). doi 10.1029/2006JB004366

29. Y. J. Masson and S. R. Pride, "Finite-Difference Modeling of Biot's Poroelastic Equations across All Frequencies," Geophysics **75** (2), N33–N41 (2010).

30. Y. J. Masson and S. R. Pride, "Poroelastic Finite Difference Modeling of Seismic Attenuation and Dispersion Due to Mesoscopic-Scale Heterogeneity," J. Geophys. Res. Solid Earth **112** (2007).

doi 10.1029/2006JB004592

31. G. Mavko, T.Mukerji, and J. Dvorkin, *The Rock Physics Handbook* (Cambridge Univ. Press, New York, 2009).

32. D. Michèa and D. Komatitsch, "Accelerating a Three-Dimensional Finite-Difference Wave Propagation Code Using GPU Graphics Cards," Geophys. J. Int. **182** (1), 389–402 (2010).

33. T. M. Müller, B. Gurevich, and M. Lebedev, "Seismic Wave Attenuation and Dispersion Resulting from Wave-Induced Flow in Porous Rocks — A Review," Geophysics **75** (5), 75A147–75A164 (2010).

34. M. Kuteynikova, N. Tisato, R. Jänicke, and B. Quintal, "Numerical Modeling and Laboratory Measurements of Seismic Attenuation in Partially Saturated Rock," Geophysics **79** (2), L13–L20 (2014).

35. D. Vishnevsky, V. Lisitsa, V. Tcheverda, and G. Reshetova, "Numerical Study of the Interface Errors of Finite-Difference Simulations of Seismic Waves," Geophysics **79** (4), T219–T232 (2014).

36. A. Kameda, J. Dvorkin, Y. Keehm, et al., "Permeability-Porosity Transforms from Small Sandstone Fragments," Geophysics **71** (1), N11–N19 (2006).

37. Q. Qi, T. M. Müller, B. Gurevich, et al., "Quantifying the Effect of Capillarity on Attenuation and Dispersion in Patchy-Saturated Rocks," Geophysics **79** (5), WB35–WB50 (2014).

38. B. Quintal, H. Steeb, M. Frehner, and S. M. Schmalholz, "Quasi-Static Finite-Element Modeling of Seismic Attenuation and Dispersion Due to Wave-Induced Fluid Flow in Poroelastic Media," J. Geophys. Res. **116** (2011). doi 10.1029/2010JB007475

39. M. Schoenberg and F. Muir, "A Calculus for Finely Layered Anisotropic Media," Geophysics 54 (5), 581–589 (1989).

40. J. G. Rubino, T. M. Müller, L. Guarracino, et al., "Seismoacoustic Signatures of Fracture Connectivity," J. Geophys. Res. Solid Earth **119** (3), 2252–2271 (2014).

41. J. Virieux, "*P–SV* Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity–Stress Finite-Difference Method," Geophysics **51** (4), 889–901 (1986).