

УДК 551.511.61

doi 10.26089/NumMet.v19r103

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ И ПЕРЕНОСА МЕЛКОДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ В ГОРОДСКИХ КАНЬОНАХ

А. В. Глазунов<sup>1,2</sup>

При помощи LES-модели, содержащей блок лагранжева переноса частиц, проведены расчеты турбулентности и распространения мелкодисперсных примесей в городской среде. Рассматривалась упрощенная геометрия периодической последовательности городских каньонов при поперечном направлении среднего ветра. Проведено тестирование различных лагранжевых методов и их сравнение с эйлеровыми методами переноса концентрации примесей, а также сравнение результатов расчетов с лабораторными данными. Выполнены расчеты переноса тяжелых углеродных частиц с размерами до семидесяти микрон в диаметре. На основе анализа лагранжевых траекторий частиц выявлены закономерности переноса мелкодисперсной примеси турбулентностью и крупными вихрями.

**Ключевые слова:** турбулентность, городская среда, распространение примесей, лагранжевы методы переноса частиц, метод крупных вихрей, LES-модель.

**1. Введение.** Численное моделирование является общепризнанным инструментом исследования динамики атмосферных течений и переноса примесей в городской среде. С увеличением производительности компьютеров на смену RANS-моделям (Reynolds-Averaged Navier–Stokes models), основанным на рейнольдсовском осреднении турбулентности, приходят LES-модели (Large-Eddy Simulation models), воспроизводящие явным образом основную часть энергонесущего интервала спектра турбулентных пульсаций. При этом осуществляются попытки промоделировать турбулентность и перенос загрязнений в областях, имеющих геометрию, приближенную к топографии земной поверхности и архитектуре реальных городов [1–3]. Часто такие расчеты выполняются на предельно грубых сетках, позволяющих только в первом приближении учесть конфигурацию строений. С другой стороны, обоснование применимости моделей для “городских задач”, как правило, основывается на прецизионном сравнении результатов тестового моделирования с лабораторными данными измерений течений при относительно малых числах Рейнольдса  $Re \sim 10^3$ – $10^4$ . Примером таких тестов могут быть, например, расчеты турбулентности в идеализированных городских каньонах [4–6] или внутри массивов кубов, упорядоченных периодически [7, 8]. Постановка этих численных тестов близка к условиям лабораторных измерений, что предполагает фиксацию соответствующего значения числа  $Re$  и задание условия прилипания на твердых границах расчетной области. При малых значениях  $Re$  в рамках LES-подхода такие постановки возможны при сгущении расчетных сеток вблизи твердых поверхностей. Для реальной турбулентности в городе при  $Re \sim 10^7$ – $10^8$  этот подход неприменим, поэтому вязкими членами в уравнениях баланса импульса пренебрегают, а касательное напряжение трения на поверхностях оценивается параметрически с помощью универсальных пристеночных функций.

Актуальным остается вопрос о том, насколько течения в лабораторных экспериментах и соответствующих им расчетах близки к естественной турбулентности вокруг реальных зданий. Для того чтобы выяснить, оказывают ли влияние граничные условия и избыточная вязкость среды на структуру среднестатистического течения и турбулентность, а как следствие и на перенос примесей, мы провели LES-расчеты в городском каньоне при двух значениях числа Рейнольдса ( $Re = 12\,000$  и  $Re = 2 \times 10^7$ ) и сравнили их результаты между собой. Это позволяет интерпретировать идеализированные лабораторные и вычислительные эксперименты с точки зрения их релевантности по отношению к природным процессам. Кроме того, на примере этой задачи LES-модель ИВМ РАН [9–12] была протестирована при различном пространственном разрешении, включая очень грубые сетки.

Расчеты концентрации примесей в LES-моделях чаще всего выполняются при помощи решения эйлеровых уравнений переноса скаляра, дополненных параметризациями турбулентной подсеточной диффузии. Этот подход наиболее экономичен по вычислительным затратам и согласован с численными методами решения уравнений динамики LES-моделей и их замыканиями.

<sup>1</sup> Институт вычислительной математики РАН (ИВМ РАН), ул. Губкина, 8, 119333, Москва; ведущий научный сотрудник, e-mail: and.glas@gmail.com

<sup>2</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Ленинские горы, 119992, Москва; ведущий математик, e-mail: and.glas@gmail.com

Однако ряд задач городской экологии требует применения лагранжевых методов. Численный перенос пассивных трассеров и подсеточные лагранжевы стохастические модели могут использоваться при решении обратных задач по идентификации источников загрязнений, например для вычисления “футпринтов” потоков и концентрации скаляров [1]. При прогнозировании распространения пыли, мелкодисперсных антропогенных выбросов и снега интерес представляет лагранжев перенос инертных частиц и частиц, взаимодействующих с турбулентным течением. В настоящей статье мы приводим результаты расчетов концентрации примесей в городских каньонах, выполненные при помощи эйлерова и лагранжева подходов, сравниваем их между собой и с данными наблюдений и показываем близость этих подходов.

Помимо неоднозначности выбора подсеточных моделей динамики частиц при совместном решении эйлеровых и лагранжевых уравнений возникают сложности с параллельной реализацией алгоритмов на суперкомпьютерах с распределенной памятью, связанные с несбалансированностью загрузки процессоров и неструктурированным взаимным расположением эйлеровых и лагранжевых данных в оперативной памяти. Тем не менее, лагранжев подход иногда оказывается предпочтительным даже в прямых задачах. Пример такой задачи приводится ниже, где мы воспользуемся возможностью хранения начальных координат траекторий частиц и периодичностью геометрии расчетной области для оптимизации распределения частиц по процессорам при одновременных вычислениях распространения различных фракций мелкодисперсной примеси на большое расстояние.

Используя преимущества лагранжева подхода, на примере этой задачи мы изучим временные характеристики переноса “легких” и “тяжелых” примесей в городской среде. Будет показано, что существуют общие закономерности этого переноса в каньонах с разными геометрическими параметрами несмотря на существенные различия в структуре турбулентных течений внутри таких каньонов.

**2. Описание LES-модели.** Эта модель явно воспроизводит фильтрованную скорость  $\bar{\mathbf{u}} \equiv F_{\Delta}(\mathbf{u})$  за исключением мелкомасштабных флуктуаций  $\mathbf{u}'' = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$  (здесь  $F_{\Delta}$  — заданный пространственный фильтр, коммутирующий с операторами дифференцирования). Дифференциальные уравнения баланса импульса для несжимаемой жидкости в тензорной записи имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{F}_i^e, \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $F_i^e$  — внешние силы, действующие на поток: ускорение Кориолиса и силы плавучести;  $\bar{p}$  — нормированное давление;  $\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j$  — тензор “подсеточных/подфильтровых” напряжений, подлежащий параметризации. Членом, включающим в себя кинематическую вязкость воздуха  $\nu$ , для атмосферных течений обычно пренебрегают. В данной работе мы будем рассматривать, в том числе, лабораторные течения, для которых первые два члена в правой части уравнения (1) сравнимы между собой при выбранной ширине фильтра и соответствующем шаге пространственной сетки в дискретной модели.

Система уравнений (1) дополнена уравнениями переноса фильтрованных скалярных величин  $\bar{s}$  (потенциальной температуры  $\Theta$ , влажности воздуха  $q$  и концентрации примесей):

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{s}}{\partial x_i} = -\frac{\partial \vartheta_i^s}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{s}}{\partial x_i^2} + \bar{Q}_s, \quad (2)$$

где  $\bar{Q}_s$  — объемные источники;  $\vartheta_i^s = \bar{s} \bar{u}_i - \bar{u}_i \bar{s}$  — параметризуемые “подсеточные” потоки;  $\mu$  — коэффициент молекулярной диффузии или теплопроводности, которым тоже нельзя пренебречь при моделировании лабораторных течений.

Система уравнений (1), (2) решается явным методом. Применяется консервативная аппроксимация по пространству четвертого порядка точности [14] и схема Адамса–Башфорта второго порядка по времени. Уравнение Пуассона решается итерационным методом сопряженных градиентов с предобусловливателем. Дискретизация уравнений выполнена на регулярной смещенной сетке.

**2.1. Турбулентное замыкание.** Для вычисления тензора  $\tau_{ij}$  используется смешанная модель [13]

$$\tau_{ij}^{\text{mix}} = \tau_{ij}^{\text{smag}} + \tau_{ij}^{\text{ssm}} = -2 (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} + (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j), \quad (3)$$

где  $\bar{S}_{ij}$  — фильтрованный тензор скоростей деформации;  $C_s$  — переменный в пространстве и времени безразмерный коэффициент, зависящий от локальных характеристик течения и определяемый динамически [15]. Детали локализованной динамической модели и особенности ее численной реализации описаны в работах [9, 12]. Отметим, что использование динамической “подсеточной” модели позволяет без дополнительной настройки параметров производить расчеты течений с различными числами Рейнольдса. При больших значениях  $Re$  ширина фильтра оказывается внутри диапазона длин волн, соответствующих

инерционному интервалу турбулентности. При этом на удалении от стенок автоматически оценивается среднее значение  $\langle C_s \rangle \approx 0.15\text{--}0.2$ , что соответствует теоретическим оценкам Лилли [16]. При относительно небольших значениях числа Рейнольдса существенная часть пульсаций описывается явно, возрастает относительная роль вязких членов в балансе импульса, а подсеточное турбулентное перемешивание ослабевает. Динамическое замыкание учитывает эту особенность моделируемых течений, автоматически снижая турбулентную составляющую вязкости за счет уменьшения коэффициента  $C_s$  не только в пристеночной области, но и на удалении от поверхностей.

В качестве замыкания для скаляров применяется модель турбулентной диффузии:

$$\vartheta_i^s = -K_h^{\text{subgr}} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x_i}, \quad (4)$$

где коэффициент  $K_h^{\text{subgr}} = (1/Sc^{\text{subgr}}) (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}|$  пропорционален коэффициенту турбулентной вязкости. Турбулентное “подсеточное” число Шмидта  $Sc^{\text{subgr}}$  имеет фиксированное значение  $Sc^{\text{subgr}} = 0.8$ .

**2.2. Граничные условия.** Для моделирования течений при разных числах Рейнольдса мы использовали одну и ту же модель, не меняя пространственное разрешение и не сгущая сетку к границам области. Это возможно, поскольку в представленных ниже расчетах рассматривалась простая конфигурация плохо обтекаемых объектов, не требующая точного воспроизведения положения особых точек отрыва и образования внутренних пограничных слоев. Считается, что в пределах ближайшей к поверхности расчетной ячейки течение имеет плоскопараллельную структуру, подчиняющуюся общим законам турбулентно-ламинарного перехода над плоской стенкой или законам турбулентного пристеночного течения над поверхностью с малыми элементами шероховатости (в расчетах с большими значениями  $Re$ ).

Естественным граничным условием для скорости на твердых границах области при использовании смещенных сеток является условие непротекания и свободного скольжения:

$$\left. \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0, \quad \bar{u}_n|_{\Gamma} = 0, \quad (5)$$

где  $\bar{u}_s$  — касательная к границе  $\Gamma$  скорость, а  $\bar{u}_n$  — нормальная компонента скорости. Это условие позволяет получить аппроксимацию конвективных членов уравнения движения (1), сохраняющую кинетическую энергию при отсутствии вязкости.

Члены, связанные с подсеточными/подфильтровыми турбулентными напряжениями и вязкими напряжениями, аппроксимированы в потоковой форме, поэтому трение о стенки учитывается путем задания вектора касательного напряжения на поверхности  $\tau_s = (\tau_{in}, \tau_{jn})|_{\Gamma}$ , который зависит от скорости  $\bar{u}_s = (u_i, u_j)$  в узлах сетки, отстоящих от границы на расстояние  $\Delta_{gn}/2$  ( $\Delta_{gn}$  — шаг сетки в направлении нормали  $n$  к поверхности):

$$\tau_{in}|_{\Gamma} = -C_u^2 |\mathbf{u}_s| \bar{u}_i. \quad (6)$$

Коэффициент обмена импульсом  $C_u$  вычисляется в зависимости от предполагаемого типа поверхности и величины числа  $Re_{\tau} = \frac{1}{\nu} |\tau_s|^{1/2} (\Delta_n/2)$ .

При  $Re_{\tau} \gg 1$  над шероховатой стенкой имеем  $C_u = \left( \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{\Delta_{gn}}{2z_0} \right) \right)^{-1}$ , что является следствием логарифмичности профиля средней скорости турбулентного пристеночного течения. Здесь  $\kappa = 0.41$  — постоянная Кармана.

Над гладкой стенкой линейный профиль скорости в вязком подслое сшивается с логарифмическим профилем на безразмерном расстоянии от стенки  $x_n^+ = \frac{1}{\nu} (\tau_{in}^2 + \tau_{jn}^2)^{1/4} x_n = 11.84$ . Тогда при  $Re_{\tau} < 11.84$  имеем

$$C_u = \left( \frac{|\mathbf{u}_s| \Delta_{gn}}{2\nu} \right)^{-1/2}, \quad (7)$$

а при  $Re_{\tau} > 11.84$ :

$$C_u = \left( \frac{1}{\kappa} \ln(Re_{\tau}) + 5.56 \right)^{-1}. \quad (8)$$

Рекурсивные соотношения (6)–(8) аппроксимируют условие прилипания на стенке и позволяют учесть линейную зависимость напряжения трения от скорости в ламинарном режиме и квадратичную зависимость при наличии турбулентности в пределах первого расчетного слоя. Такая пристеночная модель является

простейшей из возможных. Для более точного моделирования пристеночной турбулентности на грубых сетках и учета переходного ламинарно-турбулентного слоя необходим комбинированный RANS-LES подход [17, 18].

На боковых границах расчетной области используются периодические условия, а на верхней границе — условие (5). Граничные условия для скалярных величин аналогичны условиям для касательных к поверхности компонент скорости (5). При моделировании переноса примеси источник на поверхности задается в виде дополнительного фиксированного подсеточного потока ее концентрации.

**3. Перенос лагранжевых частиц.** Численная модель содержит блок расчета траекторий лагранжевых частиц, совмещенный с процедурами расчета эйлеровой динамики. Этот блок распараллелен средствами MPI для вычислений на компьютерах с распределенной памятью. Распределение массивов данных, содержащих набор свойств частиц, между процессорами производится по признаку принадлежности координат частиц к одной из подобластей декомпозиции эйлеровой модели. При перемещении частицы в соседнюю подобласть происходит соответствующий параллельный обмен ее характеристиками. Алгоритм позволяет рассчитывать траектории очень большого количества частиц одновременно (см. приложение к работе [12], где рассчитывалось до  $N \sim 10^9$  траекторий). При больших значениях  $N$  можно вычислить мгновенную “лагранжеву” концентрацию в каждой ячейке сетки:

$$s_P(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{V_\Delta} \sum_{p=1, N} m^p G(\mathbf{x} - \mathbf{x}^p(t)),$$

где  $G$  — ядро интегрального оператора пространственной фильтрации  $F_{\hat{\Delta}}$  эйлеровой LES-модели;  $\mathbf{x}^p$  — координата частицы;  $m^p$  — масса частицы или масса группы однотипных частиц, представленных в численной модели одной материальной точкой;  $V_\Delta$  — объем сеточной ячейки. В задачах с одинаково заданной интенсивностью “эйлеровых” и “лагранжевых” источников  $\overline{Q}_s = Q_s^p = n^p(\mathbf{x}, t)m^p$ , где  $n^p$  — количество новых частиц в единице объема за единицу времени, можно проводить сравнение концентраций  $\overline{s}$  и  $s_P$ , а также сравнение этих величин, осредненных по времени и/или пространству ( $\langle \overline{s} \rangle$  и  $\langle s_P \rangle$ ), что и будет делаться ниже с целью тестирования моделей.

**3.1. Перенос безынерционных трассеров.** Координаты  $\mathbf{x}^p$  и скорости  $\mathbf{u}^p$  частиц вычисляются с учетом подсеточных/подфильтровых флуктуаций скорости турбулентного течения. Для легких мелкодисперсных частиц или трассеров, чья лагранжева скорость совпадает со скоростью течения жидкости, используются следующие модели.

1. Стохастическая модель нулевого порядка (модель случайных смещений, MCC). С точки зрения эволюции концентрации примеси  $s_P$  эта модель эквивалентна (при стремлении шага по времени к нулю) уравнениям переноса-диффузии (2), (4) [19] и выглядит следующим образом:

$$dx_i^p = \overline{u}_i^{(p)} dt + dx_i''; \quad dx_i'' = \frac{\partial K_h^{(p)}}{\partial x_i} dt + \sqrt{2K_h^{(p)}} \xi_i^p, \quad (9)$$

где  $\xi$  — нескоррелированный гауссов случайный шум с дисперсией  $dt$ :

$$\langle \xi_i^p(t) \xi_j^h(t + t') \rangle = \delta_{ij} \delta_{ph} \delta(t') dt;$$

$\overline{u}_i^{(p)}$  — интерполяция фильтрованной скорости течения  $\overline{u}_i$  в позицию частицы;  $K_h^{(p)} = (K_h^{\text{subgr}(p)} + \mu)$  — коэффициент диффузии, включающий в себя турбулентную и молекулярную составляющие. Эта модель будет использована для верификации лагранжева подхода при моделировании лабораторных течений с малыми значениями  $Re$ .

2. Лагранжева стохастическая модель (ЛСМ) первого порядка:

$$u_i^p = \overline{u}_i^{(p)} + u_i''^p, \quad dx_i^p = u_i^p dt, \quad du_i''^p = -\frac{1}{T_L} u_i''^p dt + \sqrt{C_0 \epsilon} \xi_i^p. \quad (10)$$

Значение модельной константы  $C_0$  считается равным значению константы Колмогорова для структурной функции лагранжевой скорости в инерционном интервале турбулентности ( $C_0 = 6$ ). Оценка локальной диссипации  $\epsilon$  турбулентной кинетической энергии (ТКЭ) производится из соображений баланса диссипации и сдвиговой генерации подсеточной ТКЭ:  $\epsilon \approx P_S = -\overline{S}_{ij} \tau_{ij}$  (здесь  $\overline{S}$  — тензор скоростей деформации, вычисленный по значениям фильтрованной скорости). Поскольку смешанная модель (3) может локально генерировать кинетическую энергию, то вводится следующее ограничение:  $\epsilon = \max(\hat{P}_S, 0)$ , где  $\hat{a} \equiv F_{\hat{\Delta}}(a)$  — дополнительный пространственный фильтр с шириной  $\hat{\Delta} = 2\Delta_g$ .

Лагранжев масштаб времени декорреляции  $T_L$  оценивается по суммарной энергии подсеточных/под-фильтровых вихрей:

$$T_L = \frac{4}{3} \frac{E^{\text{subgr}} + E^{\text{subf}}}{C_0 \epsilon}, \quad E^{\text{subgr}} = \frac{3}{4} C'_K \epsilon^{2/3} \sum_{i=1,3} \left( \frac{\pi}{\Delta_{gi}} \right)^{-2/3}, \quad E^{\text{subf}} = \frac{1}{2} (F_n^{-1} \bar{u}_i - \bar{u}_i)^2.$$

“Подсеточная” энергия  $E^{\text{subgr}}$  вычисляется исходя из предположения о наличии протяженного инерционного интервала для локально-изотропной трехмерной турбулентности на масштабах, меньших удвоенного шага сетки  $2\Delta_{gi}$ . Считается, что дисперсии флуктуаций компонент скорости в этом интервале подчиняются закону распределения спектральной плотности:

$$E_{ii}(k_i) = C'_K \epsilon^{2/3} k_i^{-5/3}, \quad C'_K = (18/55) C_K \approx 0.5.$$

Здесь  $C_K \approx 1.5$  — константа Колмогорова в спектре энергии  $E(k) = C_K \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$  [20].

Энергия  $E^{\text{subf}}$  интерпретируется как энергия флуктуаций, лежащих в диапазоне масштабов, представимых на сетке дискретной модели, но подавленных неидеальным пространственным фильтром. Эта энергия оценивается при помощи оператора

$$F_{\Delta}^{-1} \approx F_n^{-1} = \sum_{k=0}^n (I - F_{\Delta})^k,$$

обратного оператору пространственной фильтрации ( $I$  — единичный оператор; в представленных ниже расчетах число членов ряда  $n = 5$ ).

Эта модель является простейшей из моделей, основанных на решении уравнений Ланжевена, и базируется на предположении о локальной изотропности турбулентности на масштабах, сравнимых с масштабом расчетной сетки. В общем случае модель (10) не удовлетворяет “условию хорошего перемешивания” (УХП) Томсона [21]. Здесь мы ограничились данным подходом в силу неоднозначности [21, 22] построения трехмерных стохастических лагранжевых моделей, удовлетворяющих УХП, и неочевидностью их преимуществ по сравнению с более простыми моделями (см., например, [12]). Кроме того, в усложненных лагранжевых подсеточных моделях (см., например, [1]) требуется вычисление вторых моментов подсеточных флуктуаций компонент скорости течения и их градиентов в позициях каждой из частиц, что делает ЛСМ вычислительно затратными. Отметим, что для неоднородной турбулентности модель (10) не эквивалентна диффузии концентрации скаляра в среде с переменным коэффициентом. Это может приводить к систематическим ошибкам в среднем поле концентрации и отличиям результатов от результатов эйлеровой модели (2) и стохастической модели (9). Ниже эти отличия будут выявлены. Преимуществом модели (10) по сравнению с моделью (9) является возможность использования похожего подхода для расчета траекторий тяжелых частиц.

3. Детерминистическая модель, основанная на реконструкции подфильтровых флуктуаций скорости:

$$dx_i^p = u_i^{*(p)} dt, \quad u_i^* = F_n^{-1} \bar{u}_i. \tag{11}$$

В этой модели на каждом шаге по времени, непосредственно перед интерполяцией скоростей, дисперсия их мелкомасштабных компонент увеличивается посредством воздействия оператора  $F_n^{-1} \approx F_{\Delta}^{-1}$ . В работах [11, 23, 24] было показано, что это существенно улучшает спектральные характеристики скорости при различных режимах стратификации. Сравнение модели (11) со стохастическими лагранжевыми моделями (9) и (10) было проведено в работе [12] на примере переноса трассеров в устойчиво-стратифицированном пограничном слое над плоской поверхностью. Это сравнение показало, что использование стохастики не дает значительного преимущества за исключением вычислений траекторий частиц в пределах ближайших к поверхности ячеек, где пространственные масштабы флуктуаций нормальной компоненты скорости заведомо меньше, чем шаг сетки.

Как и в работе [12], мы будем применять МСС (9) совместно с моделью (11):

$$dx_i^p = u_i^{*(p)} dt + dx_i'',$$

если  $x_n^p < \Delta_g$  (здесь  $x_n^p$  — расстояние по нормали от позиции частицы до ближайшей поверхности). По мере удаления от поверхности случайная добавка  $x_i''$  к смещению частицы уменьшается за счет уменьшения коэффициента подсеточной диффузии  $K_h^{(p)} = K_h^{\text{subgr}(p)} (1 - x_n^p / \Delta_g)$ .

Модель (11) не требует вычислений, связанных с генерацией случайных чисел и вычислением и интерполяцией дополнительных эйлеровых характеристик для каждой из частиц, что делает ее наиболее эффективной вычислительно. Недостатком модели является неполный учет всего диапазона мелкомасштабной динамики, что может сказаться на результатах расчетов с грубыми сетками. Поэтому эта модель подлежит дальнейшей проверке, в том числе и для задач переноса примесей в городской среде.

В приведенных ниже расчетах смещение частицы на каждом шаге по времени  $t_1 = t_0 + \Delta t$  из позиции  $\mathbf{x}_0^p$  в позицию  $\mathbf{x}_1^p$  вычислялось по явной схеме Рунге–Кутты второго порядка:

$$\tilde{\mathbf{x}}^p = \mathbf{x}_0^p + \mathbf{u}^{(\mathbf{x}_0^p, t_0)} \Delta t, \quad \hat{\mathbf{u}}^p = \frac{1}{2} \left( \mathbf{u}^{(\mathbf{x}_0^p, t_0)} + \mathbf{u}^{(\tilde{\mathbf{x}}^p, t_1)} \right), \quad \mathbf{x}_1^p = \mathbf{x}_0^p + \left( \hat{\mathbf{u}}^p + \mathbf{u}''^{(\mathbf{x}_0^p, t_0)} \right) \Delta t, \quad (12)$$

где координата и время в скобках в качестве верхнего индекса обозначают соответствующую интерполяцию эйлеровой скорости или интерполяцию других эйлеровых величин, необходимых для вычисления коэффициентов стохастической лагранжевой подсеточной модели. В выражениях (12) эйлерова скорость  $\mathbf{u}$  обозначает фильтрованную скорость течения  $\bar{\mathbf{u}}$  для МСС (9) и ЛСМ (10) и “дефильтрованную” скорость  $\mathbf{u}^*$  для модели (11). Стохастическая компонента лагранжевой скорости  $\mathbf{u}''^{(p)}$  или случайное смещение частицы вычисляются по явной схеме первого порядка.

**3.2. Перенос тяжелых частиц.** Считается, что тяжелые частицы примеси представимы в виде материальных точек и не оказывают обратного воздействия на течение. Смещение каждой частицы с учетом силы, действующей со стороны жидкости, и силы тяжести вычисляется следующим образом:

$$dx_i^p = u_i^p dt, \quad du_i^p = \left( \frac{3}{4} \frac{C_D}{d_p} \frac{\rho_f}{\rho_p} \left| \mathbf{u}^p - \mathbf{u}^{f(p)} \right| \left( u_i^p - u_i^{f(p)} \right) - \delta_{iz} \left( \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_p} \right) g \right) dt, \\ C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} + \frac{6}{1 + \text{Re}_p^{0.5}} + 0.4.$$

Здесь  $\text{Re}_p = \frac{1}{\nu} \left| \mathbf{u}^p - \mathbf{u}^{f(p)} \right| d_p$  — число Рейнольдса для частицы с диаметром  $d_p$ ;  $\rho_f$  и  $\rho_p$  — плотность воздуха и материала частиц, соответственно. Предполагается, что частицы имеют сферическую форму. Используется эмпирическая аппроксимация зависимости коэффициента сопротивления  $C_D$  от числа Рейнольдса  $\text{Re}_p$ , учитывающая ламинарный и турбулентный режимы обтекания (см., например, [25]). Силы, связанные со сдвигом скорости на масштабе частицы, вращением частицы и ее ускорениями не учитываются, что является допустимым предположением при  $\rho_f \ll \rho_p$ .

Скорость течения в позиции частицы  $\mathbf{u}^{f(p)}$  может определяться следующими двумя способами.

1. Заменяется на реконструированную скорость  $\mathbf{u}^{f(p)} \approx \mathbf{u}^{*(p)}$  согласно модели (11). При этом, если частица находится на расстоянии не более одного шага сетки от любой твердой поверхности, то к смещению частицы  $dx_i^p$  добавляется поправка на подсеточную диффузию  $dx_i''$ , вычисляемая по модели (9).

2. Считается, что скорость течения в позиции частицы представима в виде  $\mathbf{u}^{f(p)} \approx \bar{\mathbf{u}}^{(p)} + \mathbf{u}''_i^{(p)}$ , где подсеточные флуктуации скорости жидкости  $\mathbf{u}''_i^{(p)}$  не зависят от скорости частицы  $\mathbf{u}^p$  и могут быть вычислены по модели (10).

Как для тяжелых частиц, так и для трассеров на поверхностях используются условия отражения. Следует отметить, что при численном моделировании взвесей возникают трудности при описании динамики частиц в пристеночной области. Как показано в работе [26], концентрация тяжелых частиц в вязком и буферном слоях может на порядок превышать их концентрацию в области с развитой турбулентностью. Для учета пристеночных эффектов необходимы специальные подходы, в частности модификация масштаба времени декорреляции  $T_L$  в модели (10) в зависимости от инерционных свойств частиц (см., например, [26, 27]). При моделировании приземного переноса взвесей над шероховатыми поверхностями при очень больших значениях  $\text{Re}$  необходимо описывать слой сальтации, что на настоящий момент может быть сделано только в рамках вероятностного подхода [28, 29]. Здесь мы не рассматриваем тонкую структуру пристеночного слоя, ограничившись моделированием переноса частиц, эмитируемых из заданного внешнего источника. Независимо от деталей распределения частиц в пределах ближайших к “земле” ячеек сетки, вертикальный поток концентрации с поверхности быстро достигает заданного значения, определяемого мощностью этого источника. Соответственно, концентрация взвеси во внутренней части каньона слабо зависит от пристеночной модели переноса частиц.

**4. Постановка численных экспериментов.** Описанная модель была применена для вычисления концентрации газообразных и мелкодисперсных примесей в периодической последовательности городских каньонов с плоскими крышами. Эта задача хорошо изучена и позволяет сравнивать результаты расчетов

концентрации с данными лабораторных измерений [30–32]. Вычисления концентрации примеси в каньоне при помощи LES-моделей выполнялись ранее в работах [4–6] и многих других, а также при помощи RANS-моделей (например, [34, 35]). В упомянутых расчетах использовался эйлеров подход (2). Сравнительное тестирование лагранжевых методов переноса примесей на примере данной задачи ранее не выполнялось.

Геометрические параметры каньонов были следующими:  $H/W = 1$  или  $H/W = 2$ ,  $L/W = 1$ , где  $H = |AB|$  — высота каньона,  $W = |BC|$  — его ширина,  $L = |DE|$  — ширина “зданий” (рис. 1). Расчетная область модели (отмечена пунктиром на рис. 1) имела следующие размеры в продольном, поперечном и вертикальном направлениях:  $L_x = 8W$ ,  $L_y = 4W$ ,  $L_z = 2H$ . Средний ветер направлен перпендикулярно направлению “улиц” (слева направо на рис. 1). Течение поддерживалось за счет внешней объемной силы  $F_e = \text{const} = (U_*^2/(L_z - H), 0, 0)$ , что обеспечивает достижение заданного значения скорости трения  $U_*$  в установившемся состоянии (здесь  $U_* = |\tau_H|^{1/2}$ , где  $\tau_H$  — полный средний поток импульса на высоте  $z = H$ ).

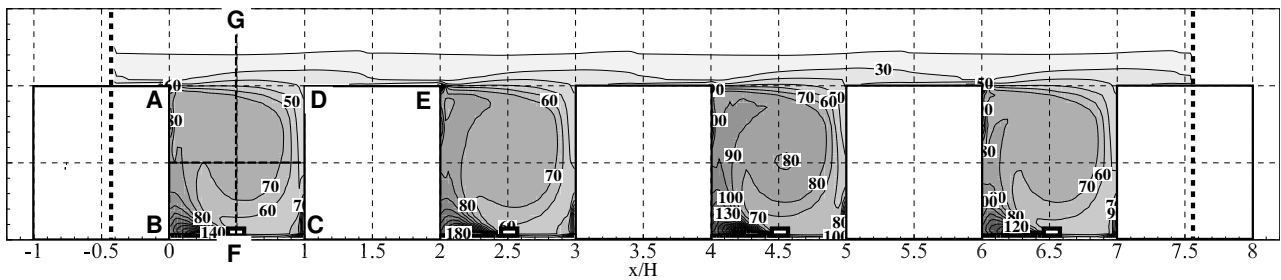


Рис. 1. Осредненная концентрация (в модельных координатах) всех лагранжевых частиц примеси, участвующих в расчете, — изолинии (единицы условные). Расчетная область LES-модели — пунктирные вертикальные линии. Прямоугольники по центру улиц — источники эмиссии частиц

В расчетах при  $Re \approx 2 \times 10^7$  были выбраны следующие размерные значения: параметр шероховатости  $z_0 = 0.025$  м (одинаковый для всех твердых поверхностей), ширина улиц  $W = 30$  м; скорость трения  $U_* = 0.5$  м/с.

В работах [30–32] число Рейнольдса определено как  $Re = U_{\text{ext}}H/\nu \approx 12000$ , где  $U_{\text{ext}}$  — экспериментально измеренная скорость внешнего потока. Величина этой скорости зависит от дизайна лабораторного эксперимента. Для возможности сравнения результатов расчетов с указанными данными мы полагали, что  $U_* = 0.05U_{\text{ext}}$  при  $H/W = 1$  (оценка, приведенная в [31]), и задавали кинематическую вязкость жидкости следующим образом:  $\nu = 20U_*H/Re$ .

Для каньона с отношением сторон  $H/W = 1$  расчеты проводились с тремя различными пространственными разрешениями:  $\Delta_g = (1/20)W$ ,  $\Delta_g = (1/40)W$  и  $\Delta_g = (1/80)W$ , где  $\Delta_g$  — шаг равномерной декартовой сетки LES-модели. При  $H/W = 2$  расчет проводился только с шагом сетки  $\Delta_g = (1/40)W$ . Вначале модель (1) интегрировалась без переноса примесей на безразмерное время  $T^+ = (U_*/W)T = 60$  (соответствует одному часу в размерных единицах при  $Re \approx 2 \times 10^7$ ) до установления статистически равновесного состояния турбулентной динамики. Затем расчеты были продолжены еще на 60 единиц безразмерного времени при наличии протяженных (вдоль “улиц”) приповерхностных источников эмиссии частиц  $Q_s^p$ , расположенных по центру каждого из каньонов (помечены прямоугольниками на рис. 1).

В процессе расчета в каждом из каньонов находится приблизительно одинаковое количество частиц (рис. 1, изолиниями показана усредненная по времени и поперечной координате концентрация  $\langle s_p \rangle_{t,y}$ ). Это сделано с целью балансировки вычислительной нагрузки при параллельных вычислениях.

При анализе результатов расчетов для каждой из частиц применяется преобразование координат

$$\tilde{x}^p = x^p - x_0^p + x_{s1} + n_x L_x, \quad \tilde{y}^p = y^p + n_y L_y, \quad (13)$$

где  $x_0^p$  и  $y_0^p$  — начальные координаты частицы,  $x_{s1}$  — положение источника примеси в первом каньоне, а  $n_x = \sum k_x$ ,  $n_y = \sum k_y$  — накапливающиеся в течении расчета суммы по событиям пересечения частицей границ расчетной области модели. Здесь  $k_x = 1$  при пересечении частицей границы слева направо и  $k_x = -1$  при пересечении границы справа налево ( $k_y$  задается аналогично). За счет периодичности геометрии такое преобразование позволяет получить поле концентрации примеси, выбрасываемой из одного источника и переносимой средним ветром и турбулентностью далее. При этом расстояние, на которое переносится примесь, не ограничено размером расчетной области  $L_x$  (см., например, рис. 6, на котором

изображены поля концентрации, вычисленные по тем же данным, что и для рис. 1).

Частицы вбрасывались группами по одной частице в каждую из ячеек сетки, составляющих два ближайших к центру каньонов ряда и прилегающих к поверхности. Интервал между выбросами частиц составлял  $\Delta t_{\text{eject}}^+ \approx 0.0035$  (0.2 секунды в размерных единицах) в расчетах с шагом  $\Delta_g = (1/40)W$  и  $\Delta t_{\text{eject}}^+ \approx 0.028$  (1.6 секунды в размерных единицах) при  $\Delta_g = (1/80)W$ . Начальное положение каждой из частиц задавалось равновероятным в пределах той ячейки сетки, в которую она была брошена. В каждом из расчетов за время вычислений вбрасывалось около 23 миллионов частиц.

В расчетах с малыми числами Рейнольдса ( $Re = 12000$ ) все частицы считались безынерционными трассерами.

Для расчетов при большом значении  $Re = 20U_*W/\nu \approx 2 \times 10^7$  (здесь  $\nu = 1.45 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  — кинематическая вязкость воздуха) наряду с безынерционными частицами вбрасывались частицы, имеющие плотность  $\rho_p = 2000 \text{ кг/м}^3$ , что соответствует плотности частиц сажи. Размер частиц находился в диапазоне 5–70 мкм. Каждая новая частица с равной вероятностью имела любой размер из указанного диапазона.

Одновременно с переносом частиц решалось уравнение переноса–диффузии концентрации скалярного поля (2). Источник  $\overline{Q}_s$  помещался только в первый каньон. Далее по потоку при  $1.5 < x/W < 7.5$  в правую часть уравнения (2) был добавлен демпфирующий член  $-\overline{s}/T_r$ , где  $T_r = 0.1W/U_*$  — время релаксации, достаточное для уменьшения концентрации до пренебрежимо малых значений на периодической по  $x$  границе расчетной области. Сравнение эйлеровой  $\langle \overline{s} \rangle$  и лагранжевой  $\langle s_p \rangle$  концентраций выполнялось только для первого каньона (см. раздел 6).

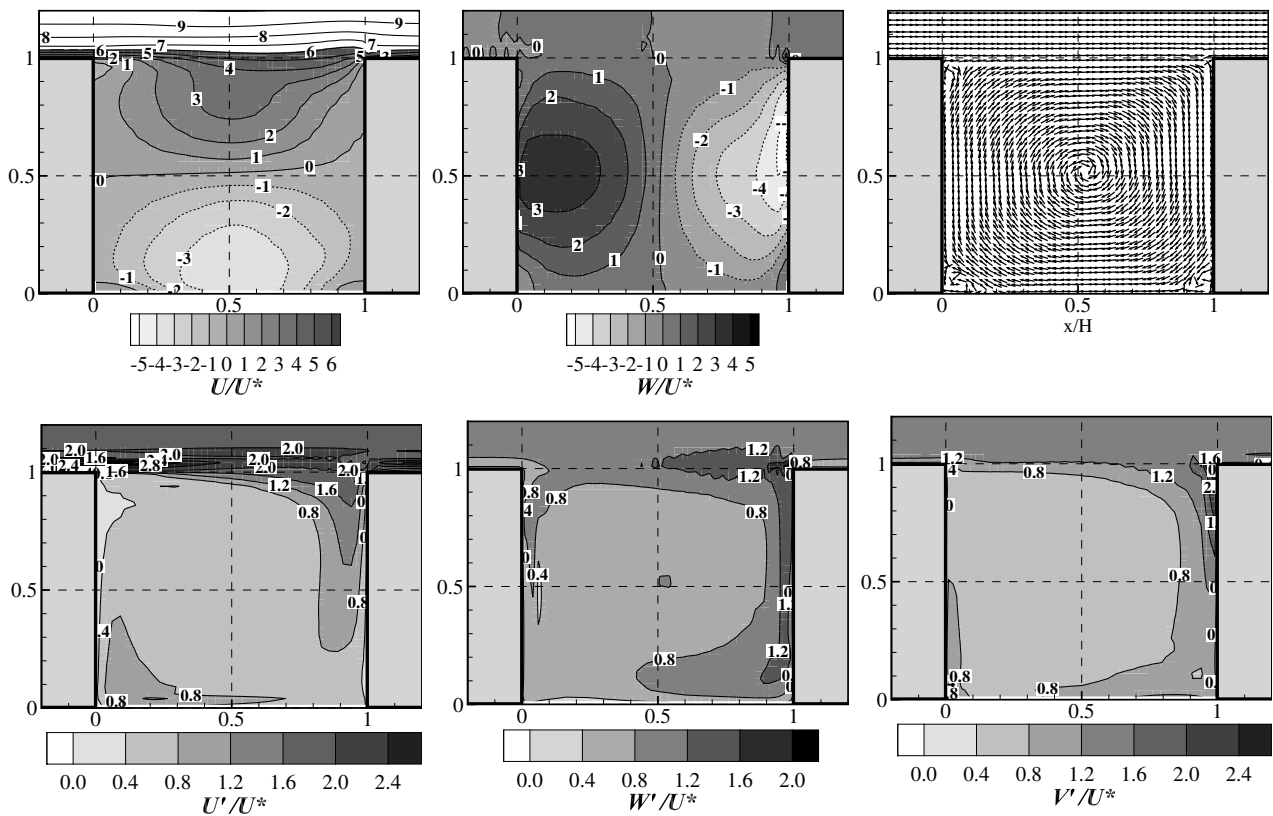


Рис. 2. Средняя скорость и величина флуктуаций скорости, нормированные на скорость трения  $U_*$ , в каньоне при  $H/W = 1$

**5. Структура турбулентного течения в каньонах.** Рассмотрим характерные особенности течений в каньонах с разными отношениями высоты к ширине. Нормированные на скорость трения средние компоненты скорости течения  $U/U_* = \langle u_1 \rangle_{y,t}/U_*$  и  $W/U_* = \langle u_3 \rangle_{y,t}/U_*$ , направление среднего течения и средняя величина флуктуаций трех компонент скорости  $U' = \langle u_1^2 \rangle_{y,t}^{1/2}$ ,  $W' = \langle u_3^2 \rangle_{y,t}^{1/2}$ ,  $V' = \langle u_2^2 \rangle_{y,t}^{1/2}$  изображены на рис. 2 (при  $H/W = 1$ ) и рис. 4 (при  $H/W = 2$ ). Рисунки построены по данным, полученным в расчетах с  $Re = 2 \times 10^7$ . Шаг сетки модели в обоих случаях равен  $\Delta_g = (1/40)W$ . Осреднение выполнено по второму часу расчетного времени.



В каньоне с отношением сторон  $H/W = 1$  образуется один основной стационарный двумерный вихрь (рис. 2). Помимо него в среднем течении присутствуют три небольших по размеру вихря с противоположным направлением вращения вблизи углов зданий, отмеченных на рис. 1 буквами А, В и С. Такая же структура течения характерна и для расчетов с  $Re = 12\,000$  за исключением небольших отличий в размере и интенсивности вторичных циркуляций в среднем течении (рисунок не приводится).

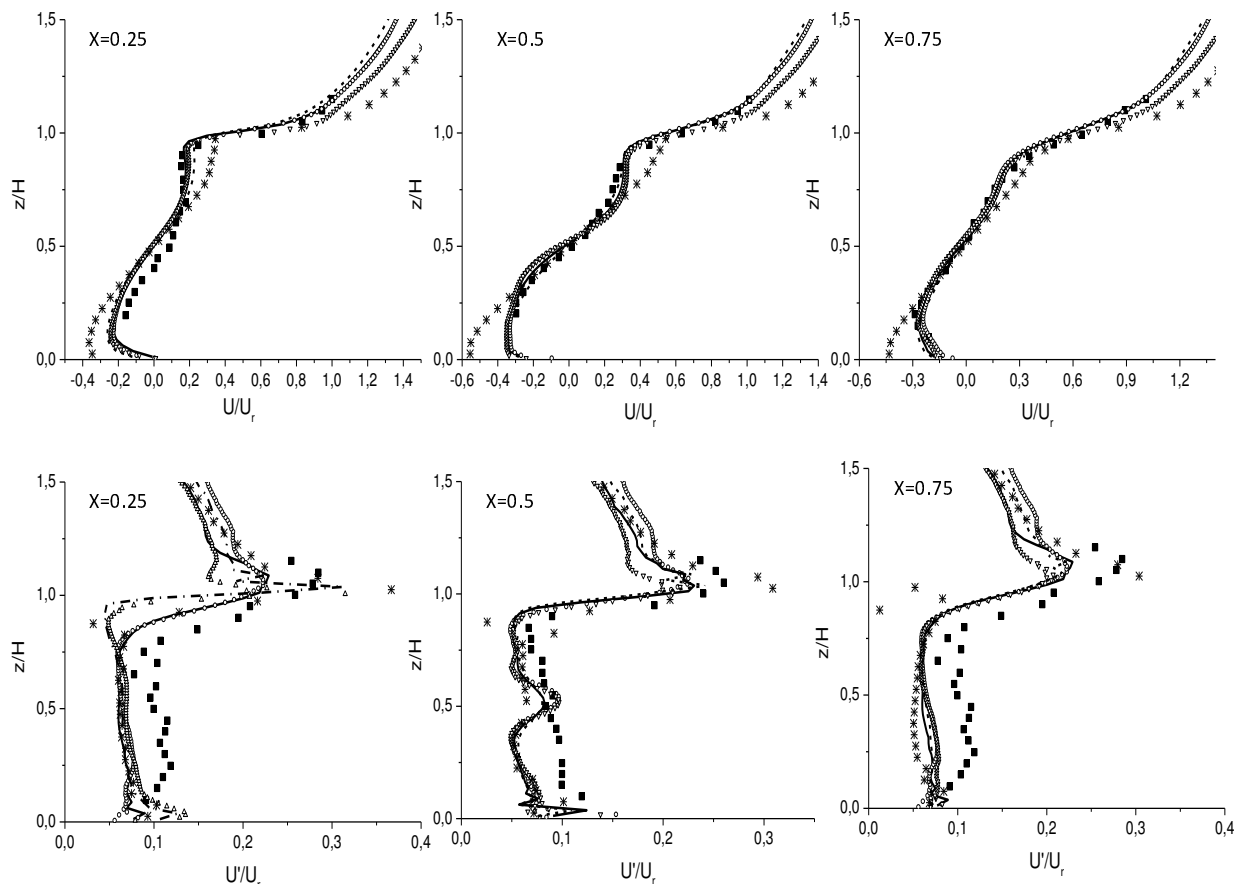


Рис. 3. Нормированная средняя скорость  $U/U_r$  и ее СКО  $U'/U_r$  для трех сечений каньона. Черные квадратики — измерения [33]. Сплошные кривые — LES при  $Re = 12\,000$  и  $\Delta_g/W = 1/40$ ; пунктирные кривые — LES при  $Re = 2 \times 10^7$  и  $\Delta_g/W = 1/40$ ; открытые кружки — LES при  $Re = 2 \times 10^7$  и  $\Delta_g/W = 1/80$ ; открытые треугольники — LES при  $Re = 2 \times 10^7$  и  $\Delta_g/W = 80$ ; звездочки — LES при  $Re = 2 \times 10^7$  и  $\Delta_g/W = 1/20$

Измерения основных статистик скорости турбулентного течения при  $Re \approx 12\,000$  в каньоне с отношением сторон  $H/W = 1$  приведены в работе [33]. Дизайн лабораторного эксперимента и постановка численного эксперимента не совпадают между собой. Для сравнения вычислений и измерений мы нормировали данные из работы [33] на измеренную среднюю скорость ветра  $U_r^{EXP}$  на высоте  $z = 1.15H$ , а результаты LES — на среднюю скорость ветра на той же высоте  $U_r^{LES}$ , вычисленную при  $Re = 12\,000$  в модели с подробной сеткой  $\Delta_g = (1/80)H$ . Измеренные и вычисленные вертикальные профили продольной компоненты средней скорости и профили среднеквадратических отклонений (СКО) скорости в трех разных сечениях каньона ( $X/W = 0.25$ ,  $X/W = 0.5$  и  $X/W = 0.75$ ) изображены на рис. 3. Можно сделать следующие выводы: средняя скорость течения в каньоне слабо зависит от числа  $Re$  и одинаково описывается моделями с шагами сетки  $\Delta_g = (1/80)H$  и  $\Delta_g = (1/40)H$ . Разрешение модели в двадцать точек сетки на ширину улицы недостаточно подробное для того, чтобы правильно описать структуру среднего течения. Изменчивость скорости занижена во всех расчетах по сравнению с измерениями. Это связано, во-первых, с тем, что здесь были учтены только флуктуации, разрешаемые LES-моделями явно, а во-вторых, с тем, что размер всей расчетной области недостаточно велик для того, чтобы моделировать флуктуации с масштабами, значительно превосходящими размер “зданий”.

При отношении сторон  $H/W = 2$  характерно образование двух крупных стационарных вихрей (рис. 4)

с противоположным направлением вращения в верхней и нижней частях каньона. Заметим, что величина максимумов средней скорости ветра в верхнем вихре на рис. 4 приблизительно в три раза меньше, чем величина этих максимумов в основном вихре на рис. 2. Нормированные СКО флуктуаций компонент скорости внутри разных каньонов близки между собой по величине.

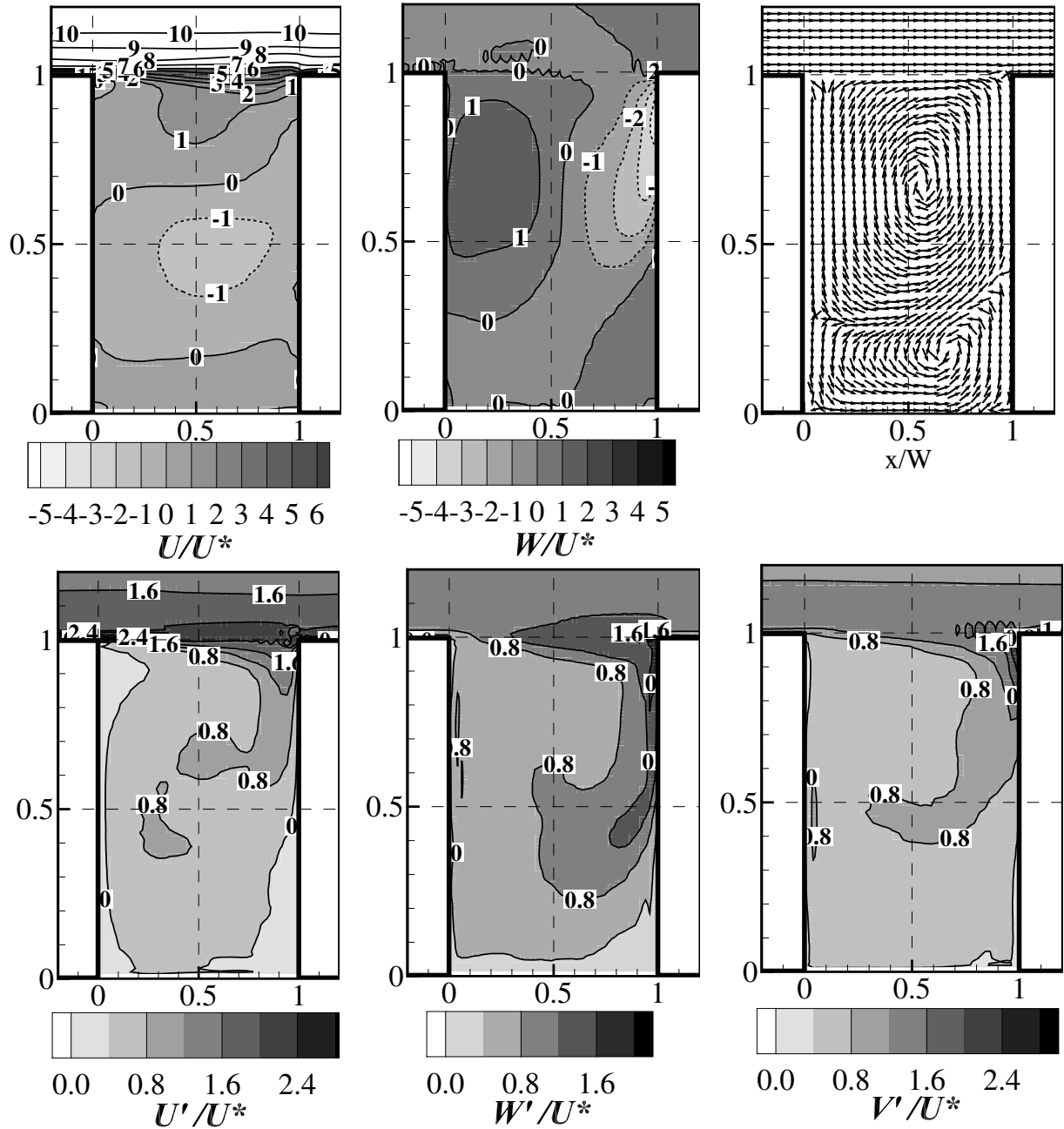


Рис. 4. Средняя скорость и величина флуктуаций скорости, нормированные на скорость трения  $U_*$ , в каньоне при  $H/W = 2$

**6. Сравнение методов переноса безынерционной примеси.** На рис. 5 представлены результаты расчетов концентрации безынерционной (например, газообразной) примеси в каньоне с приземным источником при  $H/W = 1$ . Для сравнения с лабораторными данными концентрация на рисунках нормирована следующим образом:  $S = \langle s \rangle_{y,t} U_{ext} H L_y / Q_T$ , где  $Q_T = \int_{\Omega} \bar{Q}_s = \int_{\Omega} Q_s^p$  — суммарная мощность источника концентрации скаляра  $\bar{s}$  или концентрации частиц  $s_p$ , а  $U_{ext} = U_*/0.05$  согласно данным [31].

Верхний ряд рисунков показывает чувствительность эйлеровой модели (2) к шагу сетки  $\Delta_g$  и к величине числа Рейнольдса  $Re$ . Видно, что средние поля концентрации при  $Re = 12\,000$  и при  $Re = 2 \times 10^7$  близки между собой, что согласуется с близостью характеристик турбулентных течений (см. предыдущий раздел) и говорит о возможности интерпретировать лабораторные измерения при малых числах Рейнольдса как измерения, количественно отражающие основные характеристики переноса примесей в реальном городском каньоне. Аналогичные выводы для турбулентных статистик скорости в каньонах с плоскими “крышами” были сделаны в работе [36].

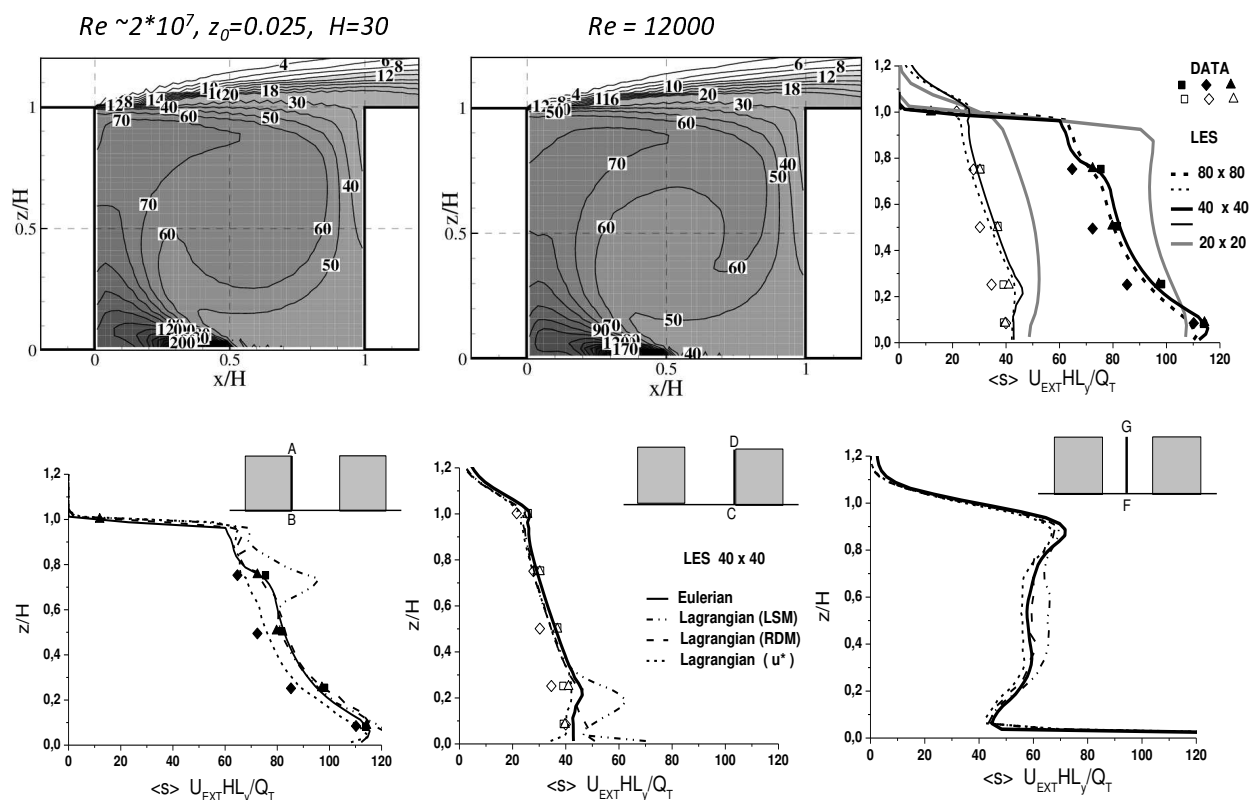


Рис. 5. Нормированная концентрация примеси, вычисленная разными методами. Верхний ряд рисунков — эйлеров подход: поля концентрации в модели с шагом сетки  $\Delta_g/W = 1/40$  при разных  $Re$  и профили концентрации вблизи стенок каньона при  $Re = 12\,000$ , вычисленные при разном пространственном разрешении (количество расчетных точек модели, приходящееся на высоту и ширину каньона указано в обозначениях кривых). Нижний ряд рисунков — сравнение эйлерова и различных лагранжевых подходов (RDM — подсеточная модель случайных смещений, LSM — лагранжева модель первого порядка,  $u^*$  — детерминистическая модель, основанная на дефильтрации скорости). Символы — данные лабораторных измерений (квадратики [31], треугольники [32], ромбы [30])

При шагах сетки  $\Delta_g = (1/80)H$  и  $\Delta_g = (1/40)H$  рассчитанные эйлеровым методом значения концентрации вблизи стенок АВ и CD близки к измерениям [30–32]. При грубом шаге сетки  $\Delta_g = (1/20)H$  вычисленная концентрация примеси сильно завышена.

Нижний ряд на рис. 5 показывает, что очень близкий результат можно получить, применяя лагранжевы методы переноса примесей. Результаты, полученные с подсеточной моделью МСС (9), практически совпадают с результатами эйлерова расчета. Это является следствием эквивалентности этих двух моделей в пределе малых шагов по пространству и времени.

Детерминистическая модель, основанная на реконструкции подфильтровых флуктуаций скорости (11), дает несколько заниженную концентрацию примеси вблизи стенок, но тоже попадает в разброс данных измерений.

Наибольшие ошибки приносит лагранжева стохастическая подсеточная модель первого порядка ЛСМ (10), использование которой ведет к накоплению примеси вблизи углов зданий в зонах мелкомасштабных вторичных циркуляций среднего течения. Такой дефект связан с неоднородностью течения на масштабах, сравнимых с шагом сетки, что ведет к нарушению предположения о локальной изотропности подсеточных флуктуаций скорости, положенного в основу этой модели. Для исправления данного дефекта необходимо использование более сложных подсеточных ЛСМ, удовлетворяющих условию хорошего перемешивания Томсона [21]. Однако построение таких моделей для потоков в сложной геометрии при грубом пространственном разрешении вблизи сложных границ затруднено ввиду отсутствия необходимых универсальных пристеночных функций и больших ошибок аппроксимации численных схем, сравнимых по величине с особенностями среднего течения.

**7. Перенос взвеси частиц разного диаметра через последовательность городских каньонов.** Из трех протестированных лагранжевых подсеточных моделей только модель, основанная на дефильтрации скорости (11), подходит для вычисления траекторий тяжелых частиц. Модель МСС (4) неприменима, поскольку в ней не определена подсеточная составляющая скорости течения, а ЛСМ (10) дает существенные ошибки при переносе трассеров, что, несомненно, будет приводить к аналогичным ошибкам при переносе частиц, имеющих ненулевую массу. Далее представлены результаты LES-расчетов с подсеточной моделью (11) при  $Re = 2 \times 10^7$  с шагом сетки  $\Delta_g = (1/40)W$  и с набором частиц с размерами от 0 до 70 мкм.

**7.1. Концентрация легких и тяжелых частиц в последовательности каньонов.** Нормированная средняя концентрация  $S_p = \langle s_p \rangle_{y,t} U_* H L_y / Q_T$  примеси, состоящей из частиц близкого диаметра  $d$ , изображена на последовательности рисунков (рис. 6 при  $H/W = 1$  и рис. 7 при  $H/W = 2$ ). Диапазон диаметров частиц, входящих в каждую группу, по которой производилось осреднение, указан на каждом рисунке. Поля концентрации вычислены после применения преобразования координат (13), поэтому все источники частиц сведены к одному положению в центре первого каньона. В обоих случаях осреднение по времени производилось с пятидесятой по шестидесятую минуту расчета от начала эмиссии частиц.

Из рисунков видно, что как легкие, так и тяжелые частицы могут переноситься в городской среде на большие расстояния. Легкие частицы (с размерами около 10 мкм и менее) эффективно перемешиваются турбулентностью над застройкой, поэтому их концентрация быстро убывает от каньона к каньону справа от источника. При этом внутри каждого из каньонов без источников концентрация легких частиц  $S_p$  имеет постоянное значение в пределах этого каньона. За один час расчета концентрация легких частиц в четырех каньонах справа от источника стабилизировалась в обоих случаях.

Для тяжелых частиц характерно накопление загрязнения в последующих каньонах и неравномерное распределение концентрации, сходное с распределением концентрации внутри каньона с источником. Количественные оценки концентрации тяжелых частиц в каньонах вдоль по потоку потребуют гораздо большего времени вычислений, чем в данной работе, так как для существенного диапазона размеров частиц эта концентрация продолжает расти и по истечении часа модельного времени.

**7.2. Блокировка выноса тяжелых частиц из каньона с источником.** По результатам расчетов можно сделать оценку предельных диаметров частиц, для которых возможно дальнейшее распространение по последовательности каньонов или накопление внутри тех же каньонов, в которых расположены источники. На рис. 8 слева изображен осредненный по времени поток массы  $\tilde{F}_m$  частиц, принадлежащих различным узким диапазонам размеров, через плоскость  $\tilde{x}/W = 1$  (поток массы из каньона с источником). Этот поток нормирован на мощность источника массы таким образом, что значение  $\tilde{F}_m = 1$  достигается при балансе мощности источника и скорости расхода примеси. При отношении сторон каньона  $H/W = 1$  баланс источников и стоков концентрации мелкодисперсной примеси наблюдается для частиц, лежащих в диапазоне размеров 0–40 мкм, а при  $H/W = 2$  частицы с размерами более 20 мкм продолжают накапливаться в каньоне. Отметим, что максимальная концентрация взвеси в каньонах (рис. 6 и рис. 7) наблюдается для размеров частиц ( $d \approx 40$  мкм и  $d \approx 20$  мкм соответственно), близких к предельным размерам, при превышении которых баланс массы не достигается.

Важной безразмерной характеристикой взвеси тяжелых частиц в турбулентном течении является отношение скорости оседания частицы в неподвижном воздухе  $U_d$  к динамической скорости  $U_*$ . В приземном логарифмическом слое над плоской поверхностью стационарное решение для средней концентрации взвеси, не оказывающей влияния на динамику, подчиняется степенной зависимости (см., например, [37]):

$$s(z) = s(z_1) \left( \frac{z}{z_1} \right)^{-\omega}.$$

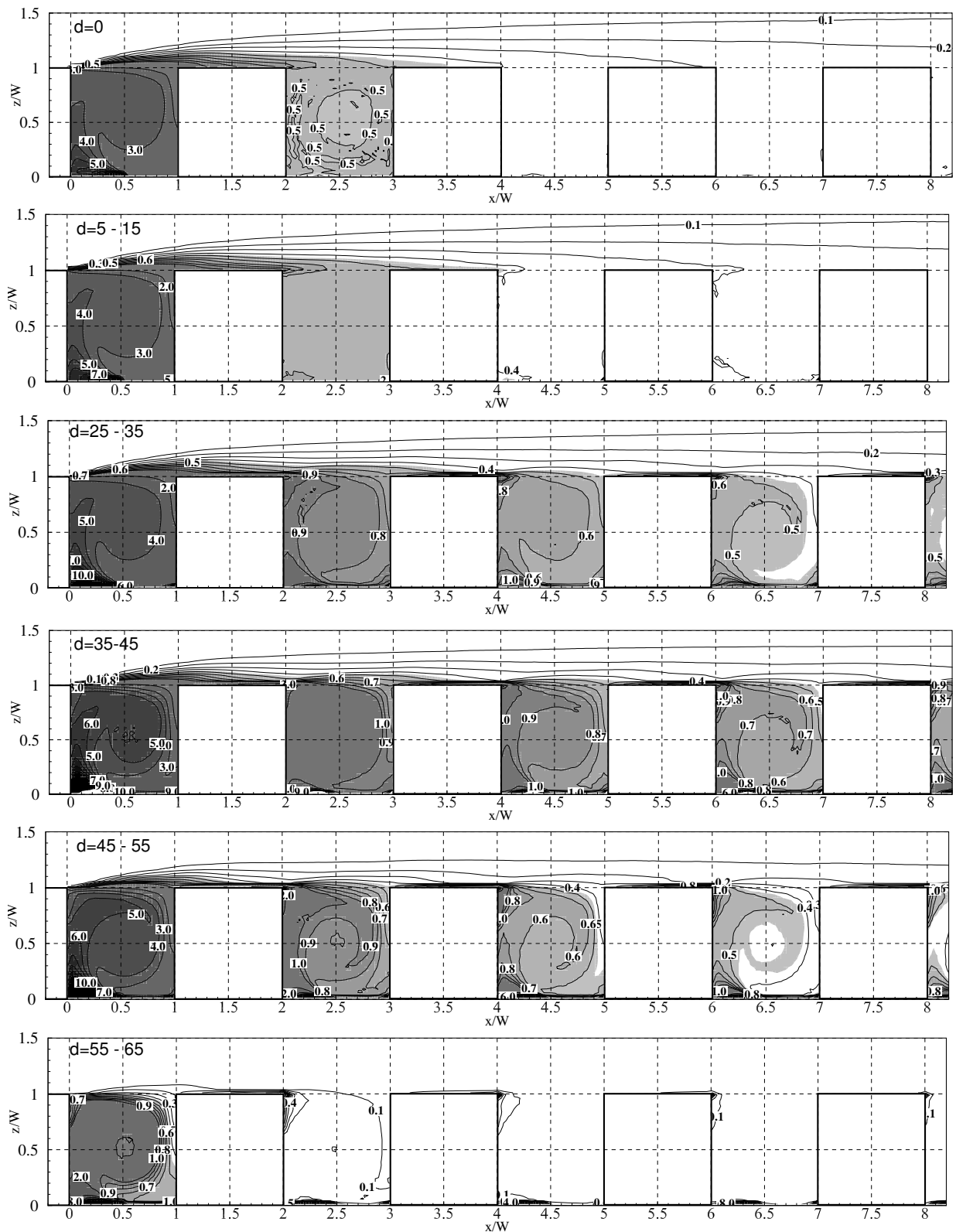


Рис. 6. Нормированная средняя концентрация  $S_p = \langle s_p \rangle_{y,t} U_* H L_y / Q_T$  примеси в последовательности каньонов (при  $H/W = 1$ ), вычисленная лагранжевым методом для углеродных частиц различного диаметра. В левом верхнем углу каждого ряда изображений указан диапазон размеров частиц, по которому производилось осреднение (в мкм), безынерционные частицы отмечены как  $d = 0$

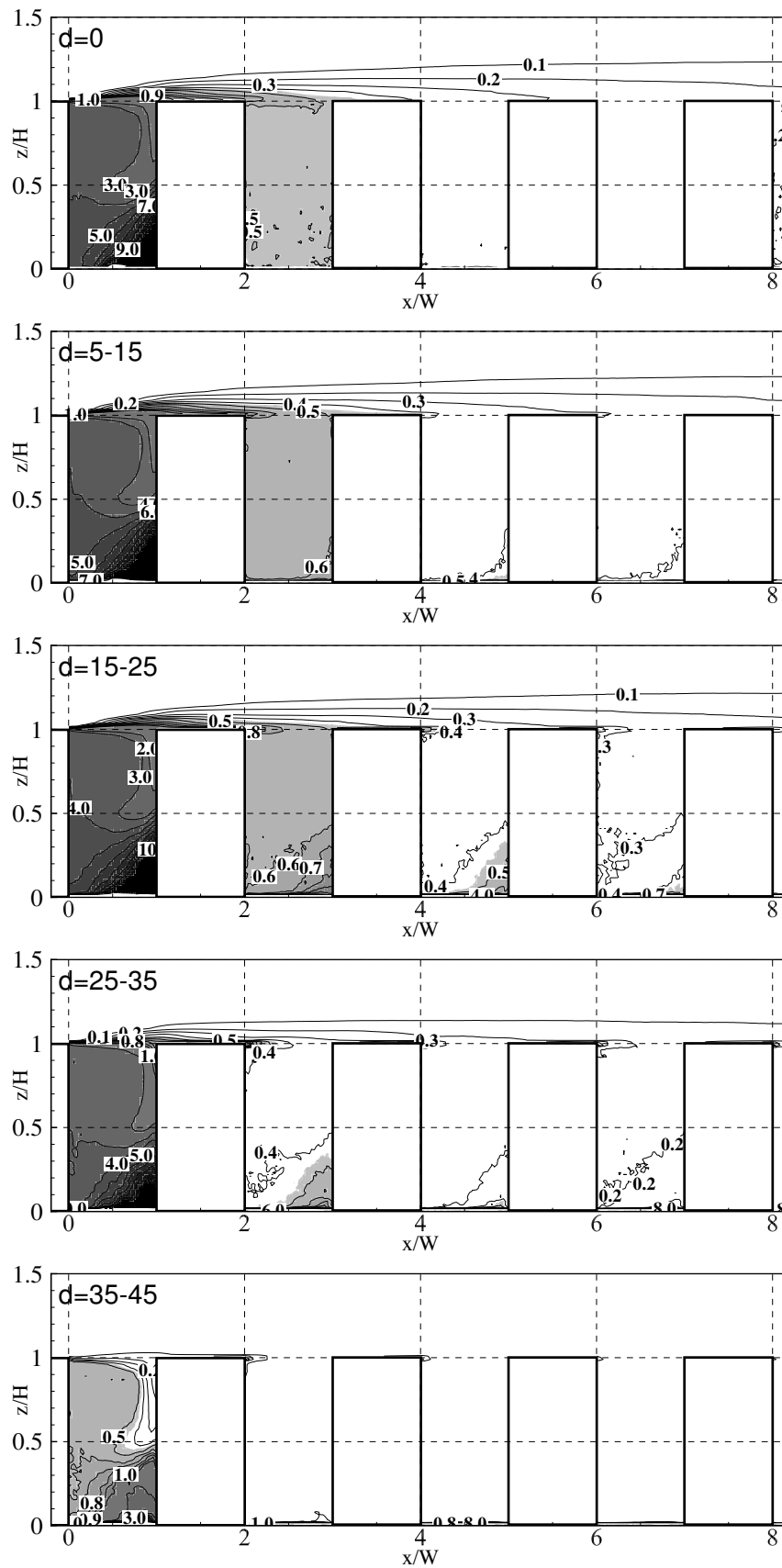


Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но для каньонов с отношением сторон  $H/W = 2$

Здесь  $\omega = \frac{Sc_t U_d}{\kappa U_*}$ , где  $Sc_t$  — турбулентное число Шмидта.

Значение  $\omega = 1$  является критическим, при превышении которого вовлечение частиц в вышележащие слои воздуха не происходит [37]. Турбулентное число Шмидта  $Sc_t \approx 0.8-1$  для сдвиговых пристеночных нейтрально-стратифицированных течений. Таким образом, вовлечение частиц турбулентностью над застройкой должно блокироваться при  $U_d/U_* > 0.4-0.5$ . Как видно из рис. 8б справа, на котором изображен нормированный поток массы  $\bar{F}$  в зависимости от  $U_d/U_*$ , при  $H/W = 2$  вынос частиц прекращается при значительно меньших значениях этого параметра. Таким образом, накопление мелкодисперсной примеси внутри “высокого” каньона определяется недостаточной интенсивностью перемешивания внутри него, а не блокировкой вовлечения примеси в пограничный слой атмосферы над городом. При  $H/W = 1$  механизм блокировки, связанный с прекращением вовлечения частиц в вышележащие слои, может оказаться важным и требует более подробного изучения.

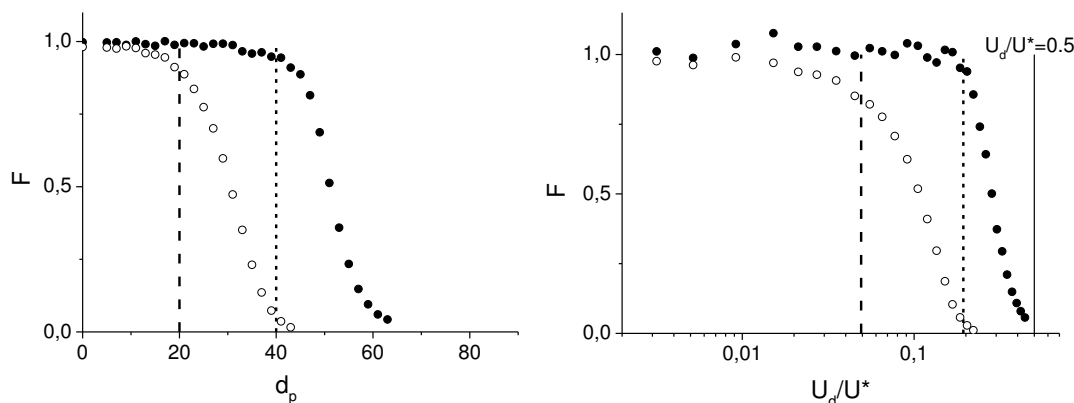


Рис. 8. Нормированный поток массы частиц из каньона с источником через 1 час модельного времени в зависимости от размера частиц взвеси (слева, указан размер частиц в мкм) и в зависимости от обезразмеренной скорости оседания частиц  $U_d/U_*$  (справа). Черные кружки —  $H/W = 1$ , открытые кружки —  $H/W = 2$

**7.3. Временные характеристики вентиляции каньонов при мгновенном выбросе мелкодисперсной примеси.** Для каждой из частиц известно время ее появления  $t_0^p$ . Вводя преобразование временной координаты  $\hat{t} = t - t_0^p$ , по данным одного длительного расчета с постоянной эмиссией частиц можно проследить за эволюцией концентрации примесей, выброшенных одновременно. Для решения такой задачи лагранжев подход предпочтителен по сравнению с эйлеровым, поскольку последний требует проведения серии расчетов с разными начальными условиями и осреднения по членам ансамбля.

На рис. 9а, 9б и 9в изображены гистограммы распределения времени нахождения частиц в каньонах  $P_T(t^+)$  (где  $t^+$  — безразмерное время) от момента их вброса у поверхности до момента вылета частицы через вертикальное сечение  $\hat{x}/W = 1$ . На рис. 9б гистограммы  $P_T(t^+)$  для безынерционной примеси изображены в зависимости от безразмерного времени  $t^+ = \hat{t}U_*/H$  в логарифмических координатах. Начиная с некоторого времени  $T_{\text{mix}}^+ \approx 3$ , обе кривые хорошо аппроксимируются экспоненциальными зависимостями  $P_T(t^+) \sim \exp(-t^+/T_e^+)$ , где безразмерная константа  $T_e^+ \approx 3.5$ . Аналогичное экспоненциальное убывание  $P_T(t^+)$  можно наблюдать и для инерционных частиц (рис. 9в), для которых величина  $T_e^+$  увеличивается по мере увеличения диаметра. Экспоненциальное убывание этих функций можно объяснить тем, что на больших временах плотность вероятности вылета любой из частиц за пределы каньона за единицу времени не зависит от первоначальной координаты этой частицы и времени ее появления.

Эти же кривые можно интерпретировать как нормированный поток массы примеси из каньонов через время  $t^+$  с момента мгновенного выброса этой примеси у поверхности. При  $H/W = 1$  основной квазистационарный вихрь оказывает определяющее влияние на вентиляцию каньона — на рис. 9а в соответствующей кривой отчетливо видны два максимума, связанные с периодом вращения этого вихря. При  $H/W = 2$  максимум величины потока достигается значительно позже, а период, связанный с вихрем, не прослеживается.

Будем считать, что время переноса примеси вдоль ветра над каньоном мало, тогда измеряемый нами поток массы  $F_m$  связан с потоком концентрации  $F_s$  на высоте  $H$  следующим образом:  $F_m = WL_y F_s$ . Предположим, что, при отсутствии внутренних источников внутри застройки, через некоторое характерное время  $T_{\text{mix}}$  устанавливается пространственное распределение концентрации примеси, представимое в

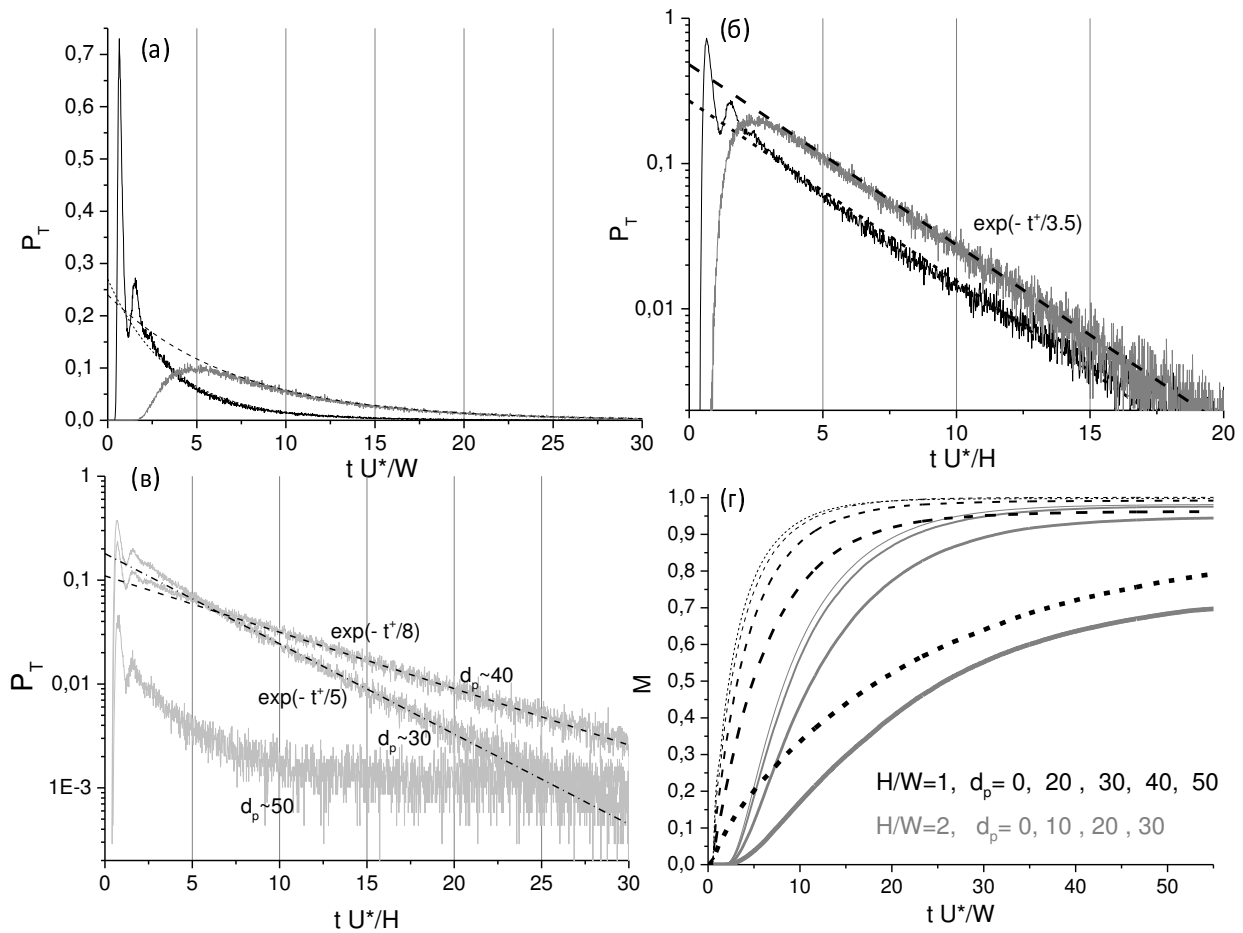


Рис. 9. Гистограммы распределения времени жизни частиц в каньоне  $P_T(t^+)$ : а) безынерционные частицы, нормировка времени:  $t^+ = \tilde{t}U_*/W$ , шкала времени в размерных единицах соответствует минутам; б) то же, что и на (а), но при нормировке времени  $t^+ = \tilde{t}U_*/H$ ; в)  $P_T(t^+)$  для тяжелых частиц, указан диаметр в мкм; г) нормированная на свою начальную величину масса примеси, вынесенной из каньона, в зависимости от безразмерного времени  $t^+ = \tilde{t}U_*/W$  для разных размеров частиц (диаметр  $d_p$  указан в пояснениях к кривым, толщина линий увеличивается с его увеличением) и при разных отношениях высоты каньона к его ширине ( $H/W = 1$  — пунктир;  $H/W = 2$  — серые сплошные кривые)

виде

$$\langle s(x, z) \rangle = S_* \Psi_s(H/W, U_d/U_*, x^+, z^+),$$

где  $\Psi_s$  — некоторая безразмерная функция, зависящая от безразмерных координат  $(x^+, z^+) = (x/W, z/H)$ , геометрических характеристик каньона  $H/W$  и параметра  $U_d/U_*$ , задающего инерционные свойства частиц, а  $S_* = F_s/U_*$  — турбулентный масштаб концентрации.

Зная концентрацию примеси, вычислим суммарную массу примеси в каньоне:

$$M = HWL_y S_* \bar{\Psi}_s = \frac{H}{U_*} \bar{\Psi}_s F_m,$$

где  $\bar{\Psi}_s = \int_0^1 \int_0^1 \Psi_s dx^+ dz^+$  — среднее по внутренней части каньона значение универсальной функции  $\Psi_s$ .

Тогда, учитывая, что  $dM/dt = -F_m$ , получаем

$$\frac{dF_m}{dt} = -\frac{U_*}{H\bar{\Psi}_s} F_m, \quad F_m(t) = F_m(t_0) \exp(-t/T_e),$$

где  $T_e = H\bar{\Psi}_s/U_*$ , или в безразмерном виде:  $T_e^+ = \bar{\Psi}_s$ .



Усредненный по площади “улицы” вертикальный поток концентрации на высоте  $H$  и средняя по объему каньона концентрация примеси  $S$  при  $t_0 > T_{\text{mix}}$  могут быть вычислены следующим образом:

$$F_s = C_e S U_*, \quad S(t) = S(t_0) \exp(-C_e U_* / H t), \quad (14)$$

где в случае безынерционной примеси коэффициент обмена  $C_e = 1/\bar{\Psi}_s = 1/T_e^+ \approx 0.3$  не зависит от высоты зданий  $H$ .

Интересно отметить, что для обеспечения независимости величины  $C_e$  от конфигурации зданий и структуры течения внутри застройки не требуется, чтобы универсальные функции  $\Psi_s$  для разных каньонов совпадали между собой. Нужен только факт существования таких универсальных зависимостей, что является естественным следствием автомодельности турбулентных течений, и требуется равенство их средних значений  $\bar{\Psi}_s$ . В дальнейшем необходима проверка аналогичных закономерностей для других конфигураций зданий, в том числе отличных от городского каньона.

Отметим, что формулами (14) можно пользоваться только при вычислении конечного этапа вентиляции “улицы”, по прошествии времени  $T_{\text{mix}}$  от выброса загрязнения. Количество примеси, оставшееся внутри городской среды на момент времени  $T_{\text{mix}}$ , зависит от положения источника и структуры турбулентного течения. Из каньона с отношением сторон  $H/W = 1$  в наших расчетах за время  $T_{\text{mix}}$  удаляется приблизительно 65% массы газообразной примеси, а при  $H/W = 2$  около 40% первоначальной массы. Время  $T_{\text{mix}}$  можно оценить так:  $T_{\text{mix}} \approx C_{\text{mix}} H / E^{1/2}$ , где  $E$  — средняя турбулентная кинетическая энергия течения внутри каньона. В обоих расчетах  $E^{1/2}/U_* \approx 0.7-1$ ; тогда, согласно представленным результатам,  $C_{\text{mix}} \sim 2-3$ .

На рис. 9г показана нормированная на свою начальную величину масса примеси, вынесенной из каньона, в зависимости от безразмерного времени  $t^+ = tU_*/W$  для разных размеров частиц:

$$M^+ = \int_0^{t^+} P_T(t') dt'.$$

На момент  $T_{\text{mix}}$  из каньонов выбрасывается меньшее количество тяжелой примеси, чем легкой. Соответственно, здесь “экспоненциальный” этап играет большую роль, например при оценке времени вентиляции улиц после разовых выбросов.

**8. Выводы.** При помощи LES-модели, содержащей блок лагранжева переноса частиц, проведены расчеты турбулентности и распространения мелкодисперсных примесей в городской среде. Рассматривалась упрощенная геометрия периодической последовательности городских каньонов при поперечном направлении среднего ветра. Показано, что для воспроизведения структуры течения в каньоне и корректного вычисления концентрации примеси в городской среде необходимо пространственное разрешение модели около 40 узлов сетки на ширину “улицы” и более.

Численно показано, что для данной конфигурации обтекаемых объектов величина числа Рейнольдса не оказывает определяющего влияния на структуру течения и на распространение газообразной примеси, что говорит о возможности рассматривать данные лабораторных измерений при  $Re \sim 10^4$  как аналог турбулентности в реальной городской среде.

Проведено тестирование различных лагранжевых методов и их сравнение с эйлеровыми методами переноса концентрации примесей, а также сравнение результатов расчетов с лабораторными данными. На основе этого тестирования показано, что модель, основанная на “дефильтрации” скорости ветра, дает удовлетворительные результаты при расчетах траекторий легких частиц.

Эта модель была выбрана и для моделирования переноса взвеси тяжелых частиц. Выполнены расчеты переноса частиц сажи с размерами до семидесяти микрон в диаметре.

Выполнены оценки предельных размеров частиц, для которых возможен перенос по последовательности каньонов. Показано, что наибольшая концентрация загрязнения в каньонах достигается для примесей, состоящих из частиц с размерами, близкими к предельному.

Используя преимущества лагранжева подхода, мы изучили временные характеристики переноса примесей в городских каньонах при двух значениях отношения высоты “зданий” к ширине “улиц”:  $H/W = 1$  и  $H/W = 2$ . Найдены и объяснены некоторые закономерности вентиляции “улиц”. В частности, показано, что через определенное время от одномоментного выброса примеси наступает продолжительный этап экспоненциального убывания ее концентрации. При этом для безынерционной примеси коэффициент турбулентного обмена концентрацией между пограничным слоем атмосферы над городом и внутренней частью городских каньонов не зависит от их геометрических характеристик и структуры турбулентного течения

в них. Найденные закономерности вентиляции улиц подлежат дальнейшему исследованию для мелкодисперсных примесей, состоящих из тяжелых частиц, и для других конфигураций городской застройки.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (номер гранта 17-17-01210; разработка подсеточных моделей переноса частиц и их тестирование: разделы 3,5,6) и Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 16-05-01094 и 15-05-03911; модификация LES-модели, расчеты переноса примеси, обработка результатов и их физическая интерпретация: разделы 2,4,7). Автор благодарит Лыкосова Василия Николаевича за внимательное прочтение рукописи и полезные замечания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Steinfeld G., Raasch S., Markkanen T.* Footprints in homogeneously and heterogeneously driven boundary layers derived from a Lagrangian stochastic particle model embedded into large-eddy simulation // *Boundary-layer meteorology*. 2008. **129**, N 2. 225–248.
2. *Wang W., Xu Y., Ng E.* Large-eddy simulations of pedestrian-level ventilation for assessing a satellite-based approach to urban geometry generation // *Graphical Models*. 2017. doi 10.1016/j.gmod.2017.06.003.
3. *Keck M. et al.* First results of high resolution large-eddy simulations of the atmospheric boundary layer // *Journal of Heat Island Institute International*. 2014. **9**, N 2. 39–43.
4. *Liu C.-H., Barth M.C., Leung D.Y.C.* Large-eddy simulation of flow and pollutant transport in street canyons of different building-height-to-street-width ratios // *Journal of Applied Meteorology*. 2004. **43**, N 10. 1410–1424.
5. *Liu C.-H., Leung D.Y.C., Barth M.C.* On the prediction of air and pollutant exchange rates in street canyons of different aspect ratios using large-eddy simulation // *Atmospheric Environment*. 2005. **39**, N 9. 1567–1574.
6. *Li X.-X., Liu C.-H., Leung D.Y.C.* Large-eddy simulation of flow and pollutant dispersion in high-aspect-ratio urban street canyons with wall model // *Boundary-Layer Meteorology*. 2008. **129**, N 2. 249–268.
7. *Xie Z., Castro I.P.* LES and RANS for turbulent flow over arrays of wall-mounted obstacles // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2006. **76**, N 3. 291–312.
8. *Coccal O., Thomas T.G., Castro I.P., Belcher S.E.* Mean flow and turbulence statistics over groups of urban-like cubical obstacles // *Boundary Layer Meteorol.* 2006. **121**, N 3. 491–519.
9. *Глазунов А.В.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть 1 // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2009. **45**, № 1. 7–28.
10. *Глазунов А.В.* Численное моделирование турбулентных течений над поверхностью городского типа при нейтральной стратификации // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2014. **50**, № 2. 156–165.
11. *Глазунов А.В.* Численное моделирование устойчиво-стратифицированных турбулентных течений над городской поверхностью. Спектры и масштабы, параметризация профилей температуры и скорости // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2014. **50**, № 4. 406–419.
12. *Glazunov A. et al.* Large-eddy simulation and stochastic modeling of Lagrangian particles for footprint determination in the stable boundary layer // *Geoscientific Model Development*. 2016. **9**, N 9. 2925–2949.
13. *Bardina J., Ferziger J.H., Reynolds W.C.* Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation // *Proc. 13th Fluid and Plasma Dynamics Conference*. 1980. doi 10.2514/6.1980-1357.
14. *Morinishi Y. et al.* Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow // *Journal of Computational Physics*. 1998. **143**, N 1. 90–124.
15. *Germano M. et al.* A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1991. **3**, N 7. 1760–1765.
16. *Lilly D.K.* The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments // *Proc. IBM Sci. Compt. Symp. Environ. Sci. White Plains: IBM Press*, 1967. 195–210.
17. *Piomelli U.* Wall-layer models for large-eddy simulations // *Progress in Aerospace Sciences*. 2008. **44**, N 6. 437–446.
18. *Spalart P.R.* Detached-eddy simulation // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2009. **41**, N 1. 181–202.
19. *Durbin P.A.* *Stochastic differential equations and turbulent dispersion*. Cleveland: Lewis Research Center, 1983.
20. *Монин А.С., Яглом А.М.* *Статистическая гидромеханика: механика турбулентности*. М.: Наука, 1967.
21. *Thomson D.J.* Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. **180**. 529–556.
22. *Kurbanmuradov O., Sabelfeld K.* Lagrangian stochastic models for turbulent dispersion in the atmospheric boundary layer // *Boundary-Layer Meteorology*. 2000. **97**, N 2. 191–218.
23. *Глазунов А.В.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть II. Численные эксперименты; моделирование турбулентности в канале с шероховатыми границами // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2009. **45**, № 1. 29–42.
24. *Глазунов А.В., Дымников В.П.* Пространственные спектры и характерные горизонтальные масштабы флуктуаций температуры и скорости в конвективном пограничном слое атмосферы // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2013. **49**, № 1. 37–61.

25. Clifton A., Lehning M. Improvement and validation of a snow saltation model using wind tunnel measurements // *Earth Surface Processes and Landforms*. 2008. **33**, N 14. 2156–2173.
26. Michalek W.R. et al. A hybrid stochastic-deconvolution model for LES of particle-laden flow // *Direct and Large-Eddy Simulation IX*. Cham: Springer, 2015. 631–637.
27. Geurts B.J., Kuerten J.G.M. Ideal stochastic forcing for the motion of particles in large-eddy simulation extracted from direct numerical simulation of turbulent channel flow // *Physics of fluids*. 2012. **24**. doi 10.1063/1.4745857.
28. Kok J.F., Renno N.O. A comprehensive numerical model of steady state saltation (COMSALT) // *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. 2009. **114**. doi 10.1029/2009JD011702.
29. Zwaafink C.D.G. et al. Modelling small-scale drifting snow with a Lagrangian stochastic model based on large-eddy simulations // *Boundary-Layer Meteorology*. 2014. **153**, N 1. 117–139.
30. Meroney R.N. et al. Study of line source characteristics for 2-D physical modelling of pollutant dispersion in street canyons // *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 1996. **62**, N 1. 37–56.
31. Pavageau M. Concentration fluctuations in urban street canyons — groundwork for future studies. Hamburg: Meteorological Institute, 1996.
32. Pavageau M., Schatzmann M. Wind tunnel measurements of concentration fluctuations in an urban street canyon // *Atmospheric Environment*. 1999. **33**, N 24–25. 3961–3971.
33. Li X.-X. et al. Physical modeling of flow field inside urban street canyons // *Journal of Applied Meteorology and Climatology*. 2008. **47**, N 7. 2058–2067.
34. Tominaga Y., Stathopoulos T. CFD simulation of near-field pollutant dispersion in the urban environment: A review of current modeling techniques // *Atmospheric Environment*. 2013. **79**. 716–730.
35. Kovar-Panskus A. et al. Influence of geometry on the mean flow within urban street canyons — a comparison of wind tunnel experiments and numerical simulations // *Water, Air, Soil Pollution: Focus*. 2002. **2**, N 5–6. 365–380.
36. Llaguno-Munitxa M., Bou-Zeid E., Hultmark M. The influence of building geometry on street canyon air flow: Validation of large eddy simulations against wind tunnel experiments // *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2017. **165**. 115–130.
37. Barenblatt G.I., Golitsyn G.S. Local structure of mature dust storms // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1974. **31**, N 7. 1917–1933.

Поступила в редакцию  
29.11.2017

---

## Numerical Simulation of Turbulence and Transport of Fine Particulate Impurities in Street Canyons

A. V. Glazunov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Numerical Mathematics, Russian Academy of Sciences; ulitsa Gubkina 8, Moscow, 119333, Russia; Dr. Sci., Leading Scientist, e-mail: and.glas@gmail.com*

Received November 29, 2017

**Abstract:** The LES-model combined with the Lagrangian particle transport procedure is used to simulate the turbulence and propagation of particulate impurities in urban environment. A simplified geometry for a periodic sequence of urban canyons is considered in the case of the transverse mean wind direction. A number of the Lagrangian methods are tested and compared with the Eulerian methods of scalar concentration transport. The obtained numerical results are also compared with experimental data. The transport of heavy carbon particles up to seventy microns in diameter is numerically studied. The regularities in the impurity transport by the turbulence and large eddies are revealed on the basis of the analysis of Lagrangian particle trajectories.

**Keywords:** turbulence, urban environment, impurity dispersion, Lagrangian particle transport methods, large eddy simulation, LES-model.

### References

1. G. Steinfeld, S. Raasch, and T. Markkanen, “Footprints in Homogeneously and Heterogeneously Driven Boundary Layers Derived from a Lagrangian Stochastic Particle Model Embedded into Large-Eddy Simulation,” *Bound.-Layer Meteor.* **129** (2), 225–248 (2008).
2. W. Wang, Y. Xu, and E. Ng, “Large-Eddy Simulations of Pedestrian-Level Ventilation for Assessing a Satellite-Based Approach to Urban Geometry Generation,” *Graph. Models* (2017). doi 10.1016/j.gmod.2017.06.003

3. M. Keck, S. Raasch, M. O. Letzel, and E. Ng, "First Results of High Resolution Large-Eddy Simulations of the Atmospheric Boundary Layer," *J. Heat Island Inst. Int.* **9** (2), 39–43 (2014).
4. C.-H. Liu, M. C. Barth, and D. Y. C. Leung, "Large-Eddy Simulation of Flow and Pollutant Transport in Street Canyons of Different Building-Height-to-Street-Width Ratios," *J. Appl. Meteor.* **43** (10), 1410–1424 (2004).
5. C.-H. Liu, D. Y. C. Leung, and M. C. Barth, "On the Prediction of Air and Pollutant Exchange Rates in Street Canyons of Different Aspect Ratios Using Large-Eddy Simulation," *Atmos. Environ.* **39** (9), 1567–1574 (2005).
6. X.-X. Li, C.-H. Liu, and D. Y. C. Leung, "Large-Eddy Simulation of Flow and Pollutant Dispersion in High-Aspect-Ratio Urban Street Canyons with Wall Model," *Bound.-Layer Meteor.* **129** (2), 249–268 (2008).
7. Z. Xie and I. P. Castro, "LES and RANS for Turbulent Flow over Arrays of Wall-Mounted Obstacles," *Flow Turbul. Combust.* **76** (3), 291–312 (2006).
8. O. Coceal, T. G. Thomas, I. P. Castro, and S. E. Belcher, "Mean Flow and Turbulence Statistics Over Groups of Urban-like Cubical Obstacles," *Bound.-Layer Meteor.* **121** (3), 491–519 (2006).
9. A. V. Glazunov, "Large-Eddy Simulation of Turbulence with the Use of a Mixed Dynamic Localized Closure: Part 1. Formulation of the Problem, Model Description, and Diagnostic Numerical Tests," *Izv. Akad. Nauk, Fiz. Atmos. Okeana* **45** (1), 7–28 (2009) [*Izv., Atmos. Ocean. Phys.* **45** (1), 5–24 (2009)].
10. A. V. Glazunov, "Numerical Modeling of Turbulent Flows over an Urban-Type Surface: Computations for Neutral Stratification," *Izv. Akad. Nauk, Fiz. Atmos. Okeana* **50** (2), 156–165 (2014) [*Izv., Atmos. Ocean. Phys.* **50** (2), 134–142 (2014)].
11. A. V. Glazunov, "Numerical Simulation of Stably Stratified Turbulent Flows over an Urban Surface: Spectra and Scales and Parameterization of Temperature and Wind-Velocity Profiles," *Izv. Akad. Nauk, Fiz. Atmos. Okeana* **50** (4), 406–419 (2014) [*Izv., Atmos. Ocean. Phys.* **50** (4), 356–368 (2014)].
12. A. Glazunov, Ü. Rannik, V. Stepanenko, et al., "Large-Eddy Simulation and Stochastic Modeling of Lagrangian Particles for Footprint Determination in the Stable Boundary Layer," *Geosci. Model Dev.* **9** (9), 2925–2949 (2016).
13. J. Bardina, J. H. Ferziger, and W. C. Reynolds, "Improved Subgrid-Scale Models for Large-Eddy Simulation," in *Proc. 13th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Snowmass, USA, July 14–16, 1980*. doi 10.2514/6.1980-1357
14. Y. Morinishi, T. S. Lund, O. V. Vasilyev, and P. Moin, "Fully Conservative Higher Order Finite Difference Schemes for Incompressible Flow," *J. Comput. Phys.* **143** (1), 90–124 (1998).
15. M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W. H. Cabot, "A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model," *Phys. Fluids A* **3** (7), 1760–1765 (1991).
16. D. K. Lilly, "The Representation of Small-Scale Turbulence in Numerical Simulation Experiments," in *Proc. IBM Sci. Comput. Symp. Environ. Sci., Yorktown Heights, USA, November 14–16, 1966* (IBM Press, White Plains, 1967), pp. 195–210.
17. U. Piomelli, "Wall-Layer Models for Large-Eddy Simulations," *Prog. Aerosp. Sci.* **44** (6), 437–446 (2008).
18. P. R. Spalart, "Detached-Eddy Simulation," *Annu. Rev. Fluid Mech.* **41** (1), 181–202 (2009).
19. P. A. Durbin, *Stochastic Differential Equations and Turbulent Dispersion*, NASA Reference Publication No. 1103 (Lewis Research Center, Cleveland, 1983).
20. A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence* (Nauka, Moscow, 1967; MIT Press, Cambridge, 1971).
21. D. J. Thomson, "Criteria for the Selection of Stochastic Models of Particle Trajectories in Turbulent Flows," *J. Fluid Mech.* **180**, 529–556 (1987).
22. O. Kurbanmuradov and K. Sabelfeld, "Lagrangian Stochastic Models for Turbulent Dispersion in the Atmospheric Boundary Layer," *Bound.-Layer Meteor.* **97** (2), 191–218 (2000).
23. A. V. Glazunov, "Large-Eddy Simulation of Turbulence with the Use of a Mixed Dynamic Localized Closure: Part 2. Numerical Experiments: Simulating Turbulence in a Channel with Rough Boundaries," *Izv. Akad. Nauk, Fiz. Atmos. Okeana* **45** (1), 29–42 (2009) [*Izv., Atmos. Ocean. Phys.* **45** (1), 25–36 (2009)].
24. A. V. Glazunov and V. P. Dymnikov, "Spatial Spectra and Characteristic Horizontal Scales of Temperature and Velocity Fluctuations in the Convective Boundary Layer of the Atmosphere," *Izv. Akad. Nauk, Fiz. Atmos. Okeana* **49** (1), 37–61 (2013) [*Izv., Atmos. Ocean. Phys.* **49** (1), 33–54 (2013)].
25. A. Clifton and M. Lehning, "Improvement and Validation of a Snow Saltation Model Using Wind Tunnel Measurements," *Earth Surf. Proc. Land.* **33** (14), 2156–2173 (2008).
26. W. R. Michalek, J. G. M. Kuerten, J. C. H. Zeegers, et al., "A Hybrid Stochastic-Deconvolution Model for LES of Particle-Laden Flow," in *Direct and Large-Eddy Simulation IX* (Springer, Cham, 2015), pp. 631–637.

27. B. J. Geurts and J. G. M. Kuerten, “Ideal Stochastic Forcing for the Motion of Particles in Large-Eddy Simulation Extracted from Direct Numerical Simulation of Turbulent Channel Flow,” *Phys. Fluids* **24** (2012). doi 10.1063/1.4745857
28. J. F. Kok and N. O. Renno, “A Comprehensive Numerical Model of Steady State Saltation (COMSALT),” *J. Geophys. Res. Atmos.* **114** (2009). doi 10.1029/2009JD011702
29. C. D. G. Zwaafink, M. Diebold, S. Horender, et al., “Modelling Small-Scale Drifting Snow with a Lagrangian Stochastic Model Based on Large-Eddy Simulations,” *Bound.-Layer Meteor.* **153** (1), 117–139 (2014).
30. R. N. Meroney, M. Pavageau, S. Rafailidis, and M. Schatzmann, “Study of Line Source Characteristics for 2-D Physical Modelling of Pollutant Dispersion in Street Canyons,” *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **62** (1), 37–56 (1996).
31. M. Pavageau, *Concentration Fluctuations in Urban Street Canyons – Groundwork for Future Studies*, Technical Report (Meteorological Inst., Hamburg, 1996).
32. M. Pavageau and M. Schatzmann, “Wind Tunnel Measurements of Concentration Fluctuations in an Urban Street Canyon,” *Atmos. Environ.* **33** (24–25), 3961–3971 (1999).
33. X.-X. Li, D. Y. C. Leung, C.-H. Liu, and K. M. Lam, “Physical Modeling of Flow Field inside Urban Street Canyons,” *J. Appl. Meteor. Climatol.* **47** (7), 2058–2067 (2008).
34. Y. Tominaga and T. Stathopoulos, “CFD Simulation of Near-Field Pollutant Dispersion in the Urban Environment: A Review of Current Modeling Techniques,” *Atmos. Environ.* **79**, 716–730 (2013).
35. A. Kovar-Panskus, P. Louka, J.-F. Sini, et al., “Influence of Geometry on the Mean Flow within Urban Street Canyons – A Comparison of Wind Tunnel Experiments and Numerical Simulations,” *Water Air Soil Pollut.* **2** (5–6), 365–380 (2002).
36. M. Llaguno-Munitxa, E. Bou-Zeid, and M. Hultmark, “The Influence of Building Geometry on Street Canyon Air Flow: Validation of Large Eddy Simulations against Wind Tunnel Experiments,” *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **165**, 115–130 (2017).
37. G. I. Barenblatt and G. S. Golitsyn, “Local Structure of Mature Dust Storms,” *J. Atmos. Sci.* **31** (7), 1917–1933 (1974).