

УДК 519.63

doi 10.26089/NumMet.v18r431

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПЕКЛЕ**

**А. И. Сухинов<sup>1</sup>, Ю. В. Белова<sup>2</sup>, А. Е. Чистяков<sup>3</sup>**

Целью настоящей работы является разработка разностной схемы для решения задачи конвекции–диффузии при больших числах Пекле ( $Pe > 2$ ). В соответствии с поставленной целью были решены следующие задачи: построена разностная схема для уравнения конвекции, проведено ее сравнение с уже существующими схемами; получены условия устойчивости предложенной разностной схемы. Получены решения уравнения конвекции–диффузии на основе предложенной разностной схемы при различных числах Пекле.

**Ключевые слова:** задача переноса, число Пекле, схема “кабаре”, устойчивость.

**Введение.** В настоящей статье рассматривается задача повышения точности численного решения уравнения конвекции–диффузии при больших числах Пекле  $Pe$ . Точность моделирования на основе конечно-разностных схем уменьшается при увеличении числа Пекле, зато метод Монте-Карло, основанный на технике функционального интегрирования, работает тем лучше, чем больше это число. Метод Монте-Карло не обладает достаточной точностью, и добавление узлов не гарантирует ни увеличения точности, ни устойчивости решения в классе двухслойных разностных схем.

Более точными являются схемы с центральными разностями, которые применимы, когда число Пекле меньше двух. Зачастую на практике для использования таких схем приходится увеличивать размерность сеток, что влечет за собой значительный рост вычислительных трудозатрат. Другим подходом является введение диссипативных слагаемых, что негативным образом влияет на точность решения. В качестве примера диссипативной схемы можно привести схему “левый угол”. Подход, связанный с использованием диссипативных схем для расчета уравнений переноса, крайне нежелателен. В классе трехслойных разностных схем существуют схемы “кабаре”, которые обладают свойством устойчивости и недиссипативности, но уступают по точности центральной разностной схеме в случае ее применимости. Таким образом, построение разностной схемы, превосходящей по точности схему “кабаре” и обладающей свойствами устойчивости и недиссипативности в случае значений чисел Пекле больше двух, является актуальной задачей.

**1. Разработка разностной схемы.** Рассмотрим уравнение переноса

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = 0,$$

где  $t \in [0, T]$ ,  $x \in [0, L]$ ,  $q(0, x) = q^0(x)$ ,  $q(t, 0) = q(t, L) = 0$ ,  $u = \text{const}$ .

Введем равномерную расчетную сетку  $\omega = \bar{\omega}_h \times \omega_\tau$ :

$$\bar{\omega}_h = \{x_i | x_i = ih, i = 0, 1, \dots, N, Nh = L\}, \quad \omega_\tau = \{t_j | j = 0, 1, \dots\}, \quad \tau = t_{n+1} - t_n = \text{const}.$$

Для численного решения поставленной задачи можно использовать следующие конечно-разностные схемы [1]:

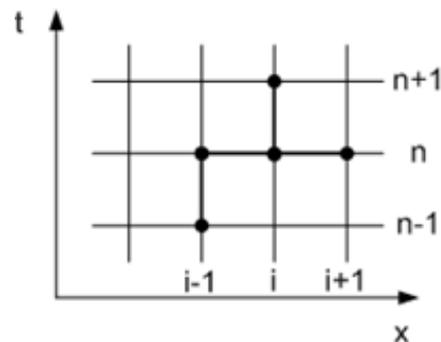


Рис. 1. Сеточный шаблон, на котором определена новая схема

<sup>1</sup> Донской государственный технический университет (ДГТУ), пл. Гагарина, 1, 344010, г. Ростов-на-Дону; профессор, проректор, e-mail: sukhinov@gmail.com

<sup>2</sup> Донской государственный технический университет (ДГТУ), факультет информатики и вычислительной техники, пл. Гагарина, 1, 344010, г. Ростов-на-Дону; мл. науч. сотр., e-mail: yvbelova@yandex.ru

<sup>3</sup> Донской государственный технический университет (ДГТУ), факультет информатики и вычислительной техники, пл. Гагарина, 1, 344010, г. Ростов-на-Дону; профессор, e-mail: cheese\_05@mail.ru

– схема “против потока” или при  $u > 0$  левый уголок [1]

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + u \frac{q_i^n - q_{i-1}^n}{h} = 0; \quad (1)$$

– центральная разностная схема

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + u \frac{q_{i+1}^n - q_{i-1}^n}{2h} = 0; \quad (2)$$

– схема “кабаре” [2]

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{2\tau} + \frac{q_{i-1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_i^n - q_{i-1}^n}{h} = 0. \quad (3)$$

Для решения задачи конвекции можно использовать схему, полученную в результате линейной комбинации центральной разностной схемы (2) и схемы “кабаре”: (3)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left( \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + u \frac{q_{i+1}^n - q_{i-1}^n}{2h} \right) + \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{2\tau} + \frac{q_{i-1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_i^n - q_{i-1}^n}{h} &= 0; \\ \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + \frac{q_{i-1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_{i+1}^n + 4q_i^n - 5q_{i-1}^n}{4h} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Сеточный шаблон для предложенной схемы изображен на рис. 1.

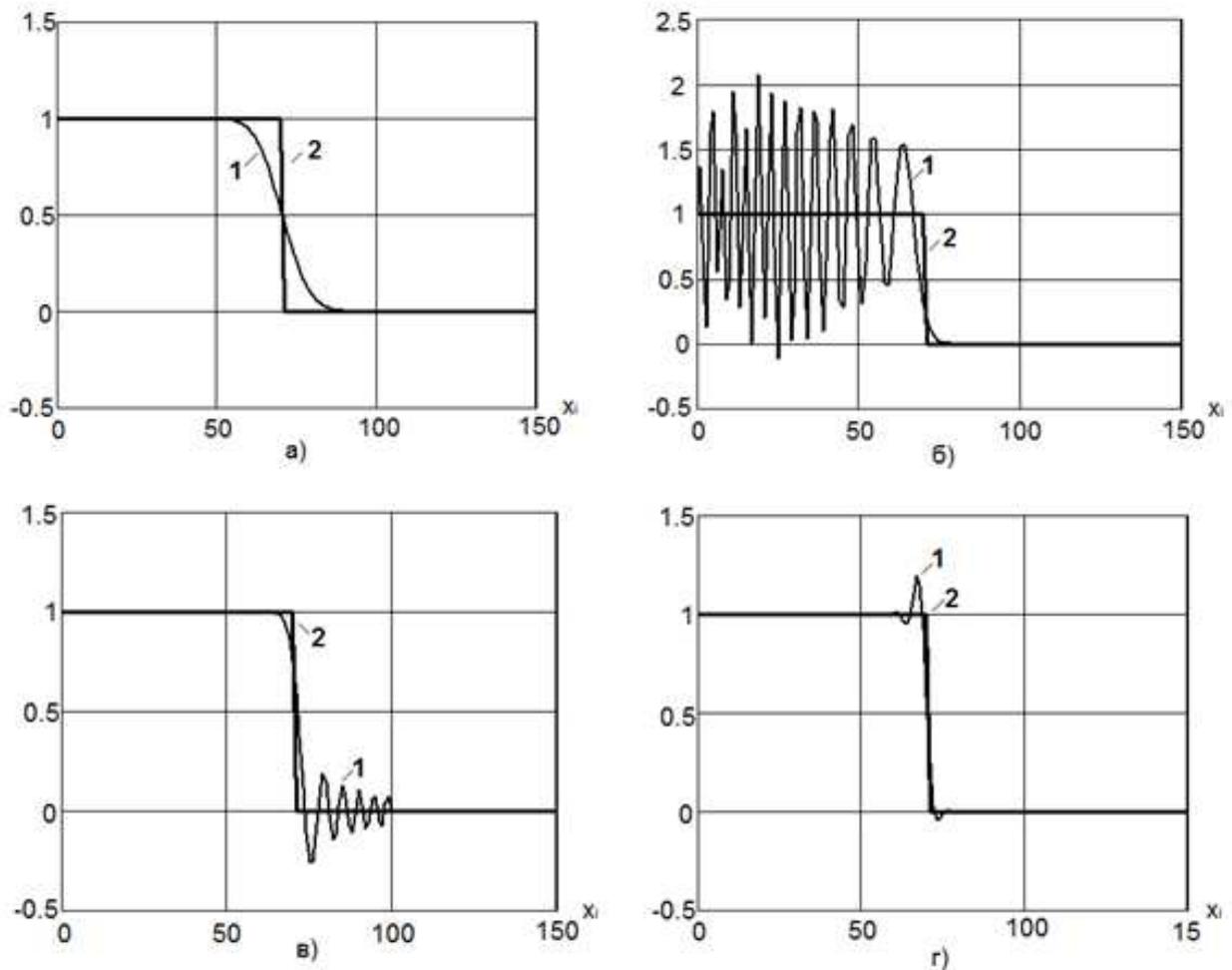


Рис. 2. Решения модельной задачи на основе схем (1)–(4): а) левая разностная схема; б) центральная разностная схема; в) схема “кабаре”; г) предложенная разностная схема

Будем искать численные решения на основе схем (1)–(4) модельной задачи с начальными условиями  $q^0(x) = h(20 - x)$ , где  $h(x)$  – функция Хевисайда. На рис. 2 приведены решения модельной задачи (1 – численное решение, 2 – точное).

Из этого рисунка видно, что левая разностная схема аппроксимирует “скачок” недостаточно точно, центральная разностная схема неустойчива, решение, полученное на основе схемы “кабаре”, имеет осцилляции (энтропийные возмущения) [3]. Предложенная разностная схема дает наиболее точное решение модельной задачи. Левая разностная схема имеет порядок аппроксимации  $O(\tau + h)$ , центральная разностная схема аппроксимирует непрерывную модель с порядком  $O(\tau + h^2)$ , схема “кабаре” – с порядком  $O(\tau^2 + h^2)$ .

**2. Исследование устойчивости разностной схемы.** Исследуем устойчивость схемы (4) методом гармоник. Пусть  $q_i^n = \phi^n e^{jki}$ , где  $j = \sqrt{-1}$ . Подставим  $q_i^n$  в (4):

$$\frac{\phi - 1}{\tau} + \frac{e^{-jk} - \frac{e^{-jk}}{\phi}}{2\tau} + u \frac{e^{jk} + 4 - 5e^{-jk}}{4h} = 0.$$

Перепишем это уравнение в виде

$$\phi^2 + \left( \left( -\frac{1}{2} + \frac{u\tau}{h} \right) (1 - \cos k) - \frac{1}{2} + j \frac{\sin k}{2} \left( -1 + \frac{3u\tau}{h} \sin k \right) \right) \phi - \frac{e^{-jk}}{2} = 0.$$

Теперь решим квадратное уравнение относительно  $\phi$ :

$$\begin{aligned} \phi_{1,2} = & \left( \frac{1}{4} - \frac{u\tau}{h} \right) (1 - \cos k) + \frac{1}{4} - j \frac{\sin k}{4} \left( -1 + \frac{3u\tau}{h} \right) \pm \\ & \pm \sqrt{\left( \left( \frac{1}{4} - \frac{u\tau}{h} \right) (1 - \cos k) + \frac{1}{4} - j \frac{\sin k}{4} \left( -1 + \frac{3u\tau}{h} \right) \right)^2 + \frac{e^{-jk}}{2}}. \end{aligned}$$

Таблица 1

x	k													
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$2\pi$	
0.0	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1
0.1	1	0.991	0.966	0.924	0.866	0.791	0.707	0.791	0.866	0.924	0.966	0.991	1	1
0.2	1	0.984	0.939	0.877	0.812	0.755	0.707	0.755	0.812	0.877	0.939	0.984	1	1
0.3	1	0.977	0.918	0.845	0.781	0.737	0.707	0.737	0.781	0.845	0.918	0.977	1	1
0.4	1	0.973	0.902	0.821	0.759	0.724	0.707	0.724	0.759	0.721	0.902	0.972	1	1
0.5	1	0.967	0.888	0.802	0.740	0.712	0.707	0.712	0.740	0.802	0.888	0.967	1	1
0.6	1	0.964	0.877	0.785	0.721	0.698	0.707	0.698	0.721	0.785	0.877	0.964	1	1
0.7	1	0.961	0.868	0.770	0.699	0.670	0.707	0.670	0.699	0.770	0.868	0.961	1	1
0.8	1	0.959	0.861	0.755	0.648	0.428	0.378	0.428	0.648	0.755	0.861	0.959	1	1
0.9	1	0.958	0.857	0.739	0.408	0.298	0.274	0.298	0.408	0.739	0.857	0.958	1	1
1.0	1	0.957	0.856	0.707	0.302	0.236	0.219	0.236	0.302	0.707	0.856	0.957	1	1

Пусть  $\frac{u\tau}{h} = x$ , тогда

$$\begin{aligned} \phi_{1,2} = & \left( \frac{1}{4} - x \right) (1 - \cos k) + \frac{1}{4} - j \frac{\sin k}{4} (3x - 1) \pm \\ & \pm \sqrt{\left( \left( \frac{1}{4} - x \right) (1 - \cos k) + \frac{1}{4} - j \frac{\sin k}{4} (3x - 1) \right)^2 + \frac{e^{-jk}}{2}}. \end{aligned}$$

Обозначим через  $\psi_1(x, k)$  и  $\psi_2(x, k)$  абсолютные значения функций  $\phi_1(x, k)$  и  $\phi_2(x, k)$ :

$$\psi_{1,2} = \left| \left( \left( \frac{1}{4} - x \right) (1 - \cos k) + \frac{1}{4} - j \frac{\sin k}{4} (3x - 1) \right) \pm \sqrt{\left( \left( \frac{1}{4} - x \right) (1 - \cos k) + \frac{1}{4} - j \frac{\sin k}{4} (3x - 1) \right)^2 + \frac{e^{-jk}}{2}} \right|.$$

Таблица 2

x	k													
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$2\pi$	
0.0	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.5
0.1	0.5	0.504	0.518	0.541	0.578	0.632	0.707	0.632	0.578	0.541	0.518	0.504	0.5	0.5
0.2	0.5	0.508	0.532	0.570	0.616	0.662	0.707	0.662	0.616	0.570	0.532	0.508	0.5	0.5
0.3	0.5	0.512	0.544	0.592	0.640	0.679	0.707	0.679	0.640	0.592	0.544	0.512	0.5	0.5
0.4	0.5	0.514	0.554	0.609	0.659	0.691	0.707	0.691	0.659	0.609	0.554	0.514	0.5	0.5
0.5	0.5	0.517	0.563	0.624	0.676	0.703	0.707	0.703	0.676	0.624	0.563	0.517	0.5	0.5
0.6	0.5	0.519	0.570	0.637	0.693	0.717	0.707	0.717	0.693	0.637	0.570	0.519	0.5	0.5
0.7	0.5	0.520	0.576	0.649	0.716	0.746	0.707	0.746	0.716	0.649	0.576	0.520	0.5	0.5
0.75	0.5	0.521	0.578	0.656	0.734	0.837	1.000	0.837	0.734	0.656	0.578	0.521	0.5	0.5
0.8	0.5	0.521	0.580	0.662	0.772	1.168	1.322	1.168	0.772	0.662	0.580	0.521	0.5	0.5
0.9	0.5	0.522	0.583	0.677	1.225	1.676	1.826	1.676	1.225	0.677	0.583	0.522	0.5	0.5
1.0	0.5	0.522	0.584	0.707	1.655	2.118	2.281	2.118	1.655	0.707	0.584	0.522	0.5	0.5

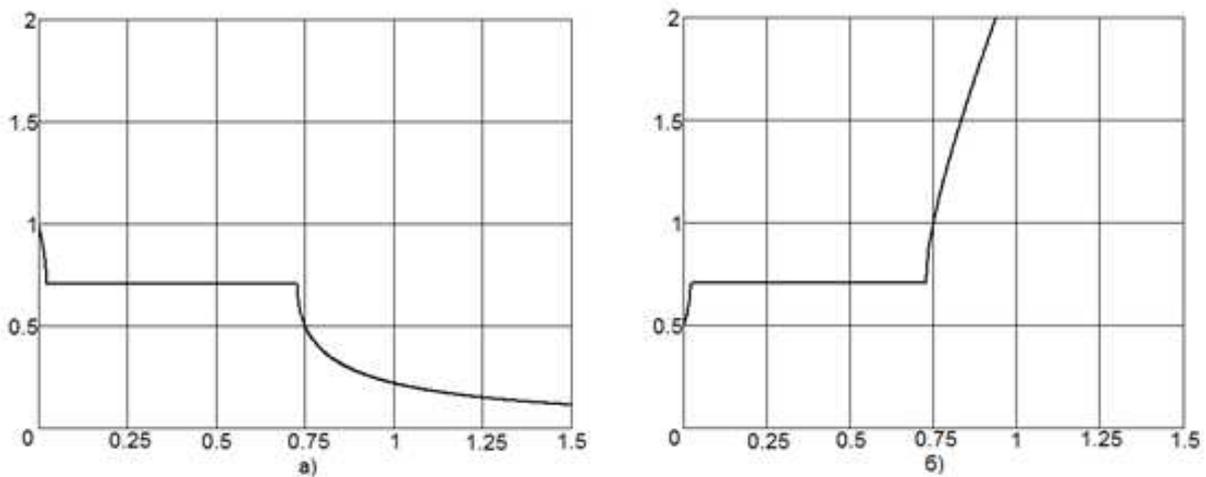


Рис. 3. Графики функций а)  $\psi_1(x, \pi)$  и б)  $\psi_2(x, \pi)$

Исследуем поведение значений функций  $\psi_1(x, k)$  и  $\psi_2(x, k)$ . Возьмем значения  $k \in [0, 2\pi]$  с шагом  $\frac{\pi}{6}$  и значения  $x \in [0, 1]$  с шагом 0.1. Запишем полученные значения функций  $\psi_1(x, k)$  в табл. 1 и  $\psi_2(x, k)$  в табл. 2.

На рис. 3 приведены графики функций  $\psi_1(x, \pi)$  и  $\psi_2(x, \pi)$ .

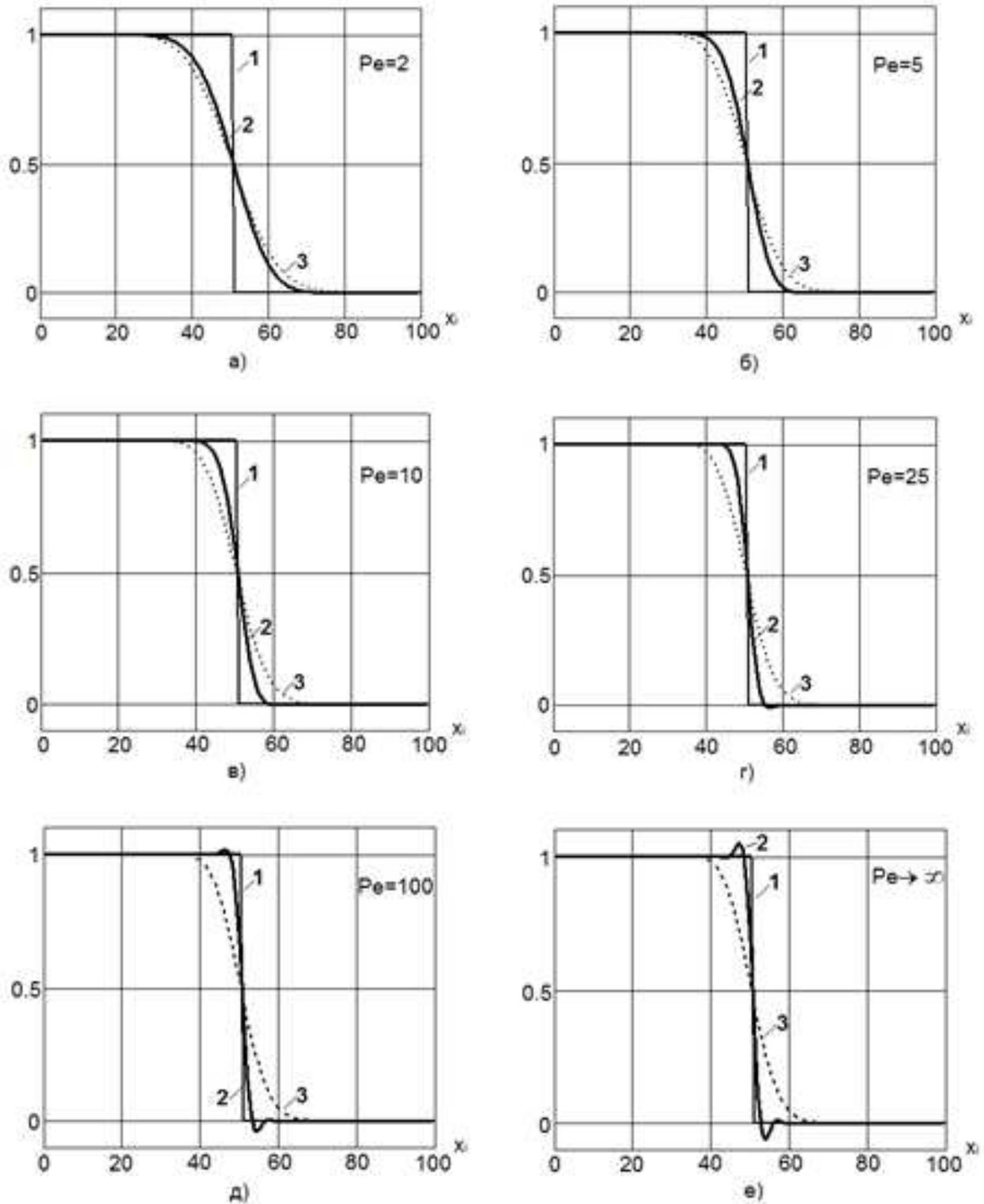


Рис. 4. Решения модельной задачи: 1 — точное решение задачи переноса, 2 — численное решение на основе предложенной разностной схемы при различных значениях чисел Пекле, 3 — численное решение задачи переноса на основе схемы “против” потока

Из табл. 1, 2 и рис. 3 видно, что  $\psi(x, k) \in [0, 1]$  при  $k \in [0, 2\pi]$  и  $x \in [0, 0.75]$ . При этих условиях новая схема является устойчивой.

**3. Аппроксимация задачи конвекции–диффузии.** Рассмотрим нестационарное уравнение

конвекции–диффузии

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 q}{\partial x^2},$$

где  $t \in [0, T]$ ,  $x \in [0, L]$ ,  $q(0, x) = q^0(x)$ ,  $q(t, 0) = q(t, L) = 0$ ,  $u = \text{const}$ .

Для аппроксимации оператора конвекции будем использовать схему, полученную в результате линейной комбинации центральной разностной схемы (2) и схемы “кабаре” (3):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + u \frac{q_{i+1}^n - q_{i-1}^n}{2h} - \mu \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{h^2} \right) + \\ & \quad + \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{2\tau} + \frac{q_{i-1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_i^n - q_{i-1}^n}{h} - \mu \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{h^2} = 0; \\ & \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + \frac{q_{i-1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_{i+1}^n + 4q_i^n - 5q_{i-1}^n}{4h} - 3\mu \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{2h^2} = 0. \end{aligned}$$

На рис. 4 приведены решения модельной задачи с начальными условиями  $q^0(x) = h(20 - x)$ , где  $h(x)$  — функция Хевисайда (1 — точное решение задачи переноса, 2 — численное решение на основе предложенной разностной схемы при различных значениях чисел Пекле, 3 — численное решение задачи переноса на основе схемы “против” потока).

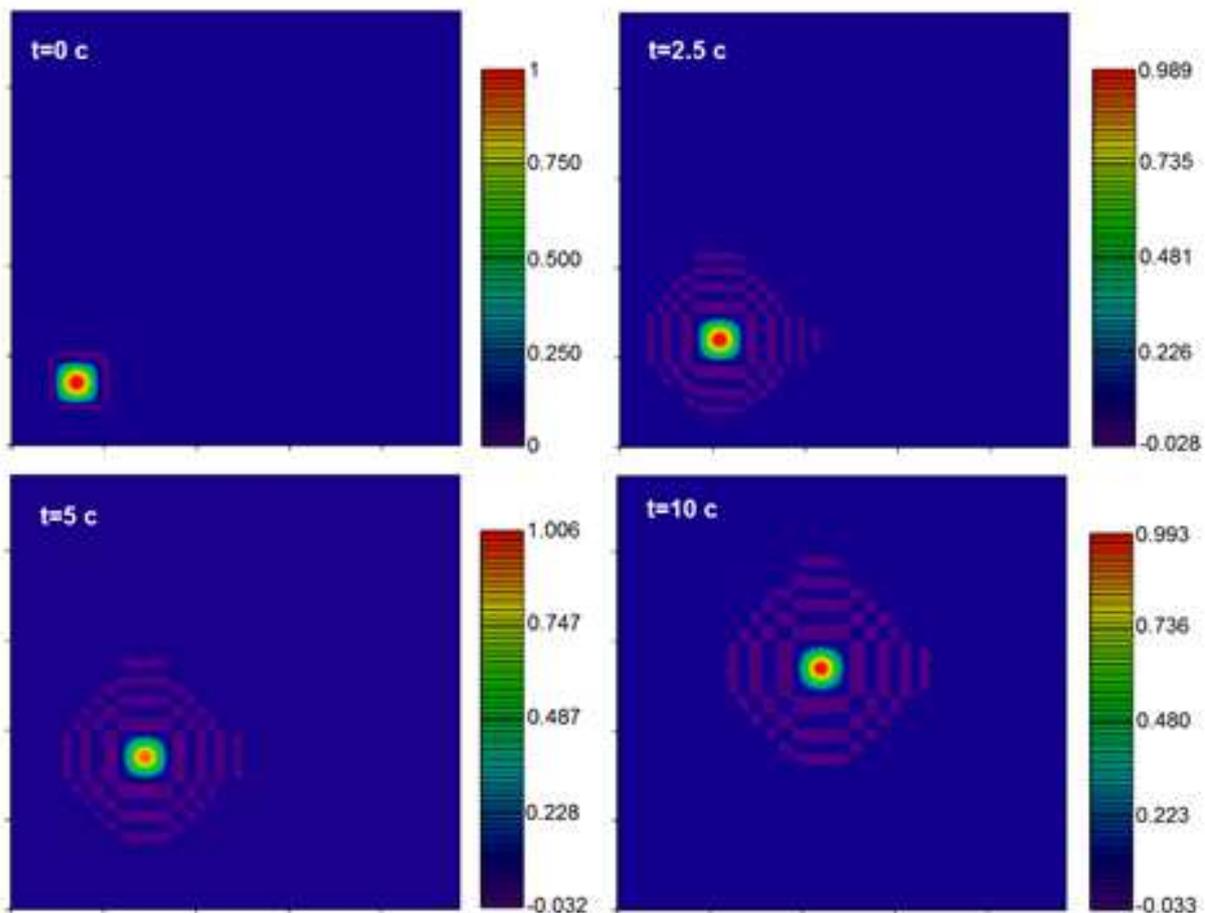


Рис. 5. Решения модельной задачи: 1 — точное решение задачи переноса, 2 — численное решение на основе предложенной разностной схемы при различных значениях чисел Пекле, 3 — численное решение задачи переноса на основе схемы “против” потока

**4. Двумерная задача диффузии-конвекции.** Рассмотрим двумерное уравнение конвекции–диффузии

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 q}{\partial y^2}, \quad (5)$$

где  $t \in [0, T]$ ,  $x \in [0, L_x]$ ,  $y \in [0, L_y]$ ,  $q(0, x, y) = q^0(x, y)$ ,  $q(t, 0, y) = q(t, L_x, y) = 0$ ,  $q(t, x, 0) = q(t, x, L_y) = 0$ .  
 Покроем область определения равномерной расчетной сеткой  $\omega = \omega_\tau \times \bar{\omega}_x \times \bar{\omega}_y$ :

$$\bar{\omega}_x = \{x_i | x_i = ih_x, i = 0, 1, \dots, N, Nh_x = L_x\}, \quad \bar{\omega}_y = \{y_i | y_i = ih_y, i = 0, 1, \dots, N, Nh_y = L_y\},$$

$$\omega_\tau = \{t_j | j = 0, 1, \dots\}, \quad \tau = t_{n+1} - t_n = \text{const}.$$

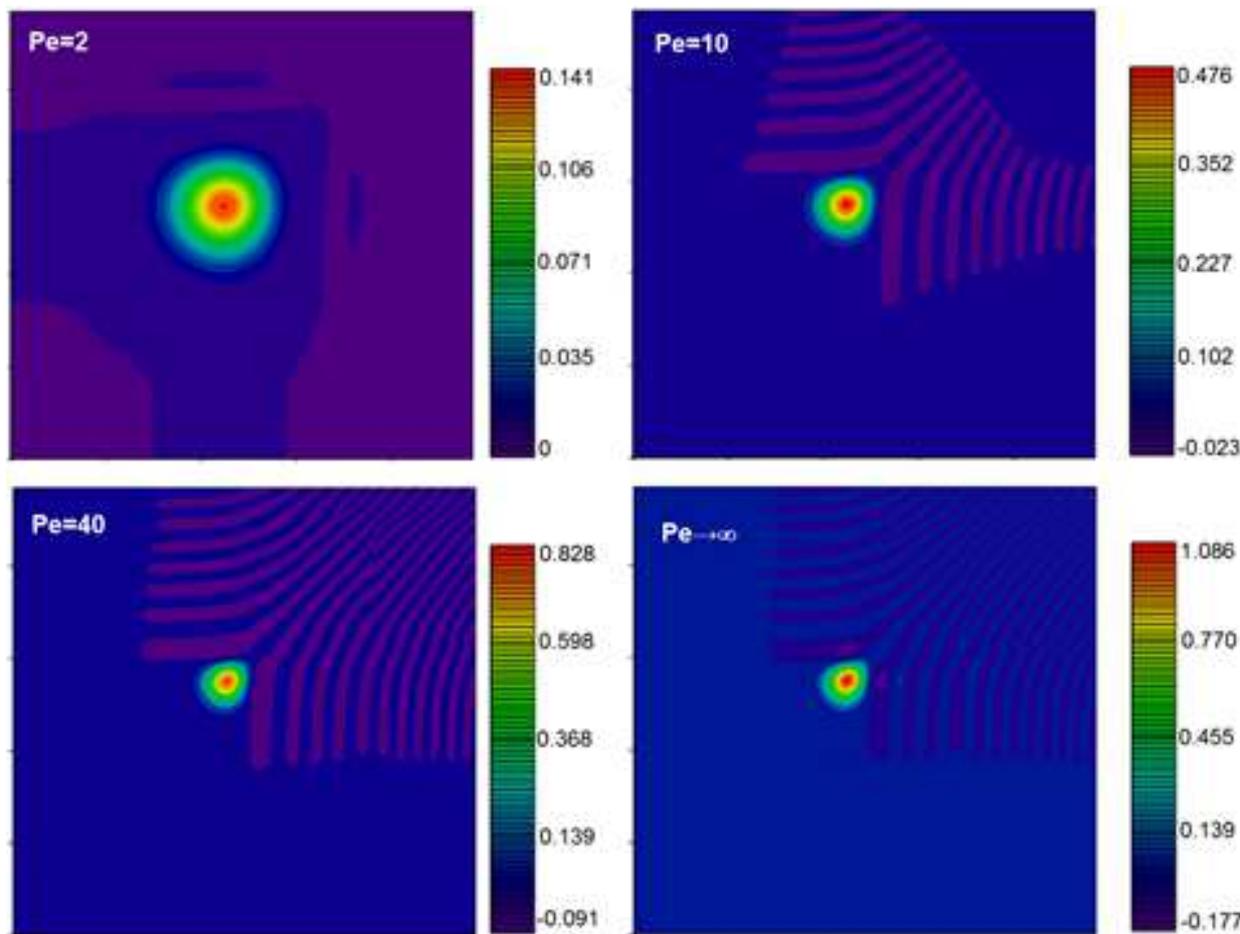


Рис. 6. Численное решение задачи конвекции-диффузии при различных числах Пекле с использованием схемы “кабаре”

Схема (4) для уравнения (5) будет иметь вид (схема расщепления по пространству)

$$\frac{q_{i,j}^{n+1/2} - q_{i,j}^n}{\tau} + \psi_{xL} \frac{q_{i-1,j}^{n-1/2} - q_{i-1,j}^{n-1}}{2\tau} + \psi_{xR} \frac{q_{i+1,j}^{n-1/2} - q_{i+1,j}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_{i+1,j}^n - q_{i-1,j}^n}{4h_x} +$$

$$+ \psi_{xL} u \frac{q_{i,j}^n - q_{i-1,j}^n}{h_x} + \psi_{xR} u \frac{q_{i+1,j}^n - q_{i,j}^n}{h_x} = \frac{3}{2} \mu \frac{q_{i+1,j}^n - 2q_{i,j}^n + q_{i-1,j}^n}{h_x^2}; \tag{6}$$

$$\frac{q_{i,j}^{n+1} - q_{i,j}^{n+1/2}}{\tau} + \psi_{yL} \frac{q_{i,j-1}^n - q_{i,j-1}^{n-1/2}}{2\tau} + \psi_{yR} \frac{q_{i,j+1}^n - q_{i,j+1}^{n-1/2}}{2\tau} + v \frac{q_{i,j+1}^{n+1/2} - q_{i,j-1}^{n+1/2}}{4h_y} +$$

$$+ \psi_{yL} v \frac{q_{i,j}^{n+1/2} - q_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_y} + \psi_{yR} v \frac{q_{i,j+1}^{n+1/2} - q_{i,j}^{n+1/2}}{h_y} = \frac{3}{2} \mu \frac{q_{i,j+1}^{n+1/2} - 2q_{i,j}^{n+1/2} + q_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_y^2}, \tag{7}$$

где  $\psi_{xL} = 1$ ,  $\psi_{xR} = 0$  при  $u > 0$  и  $\psi_{xL} = 0$ ,  $\psi_{xR} = 1$  при  $u < 0$ ;  $\psi_{yL} = 1$ ,  $\psi_{yR} = 0$  при  $v > 0$  и  $\psi_{yL} = 0$ ,  $\psi_{yR} = 1$  при  $v < 0$ .

Моделирование производилось на сетке размерами  $100 \times 100$  расчетных узлов, при этом параметры задавались следующим образом: размеры расчетной области  $L_x = 100$  м,  $L_y = 100$  м, горизонтальная

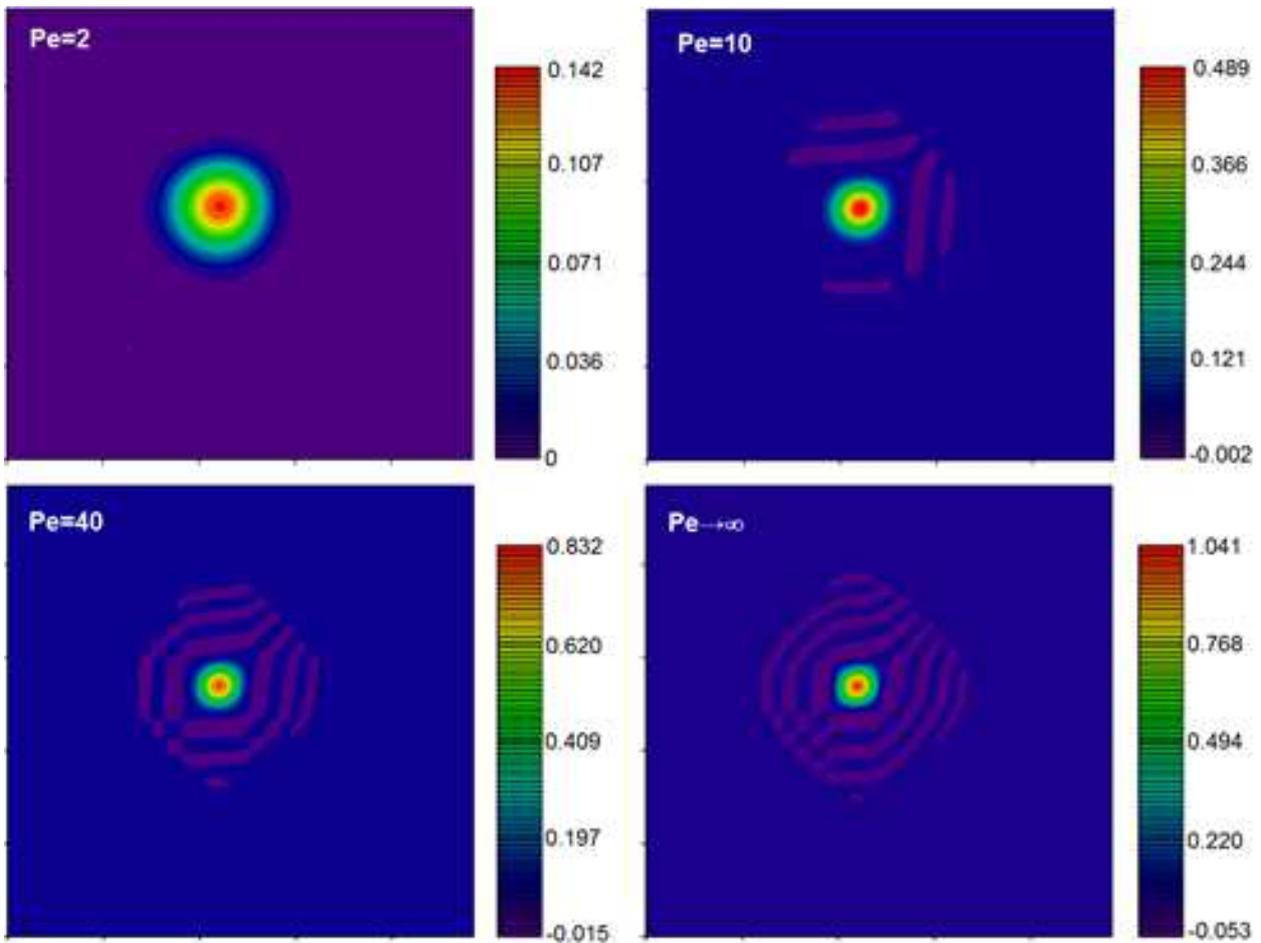


Рис. 7. Численное решение задачи конвекции-диффузии при различных числах Пекле с использованием схемы (4)

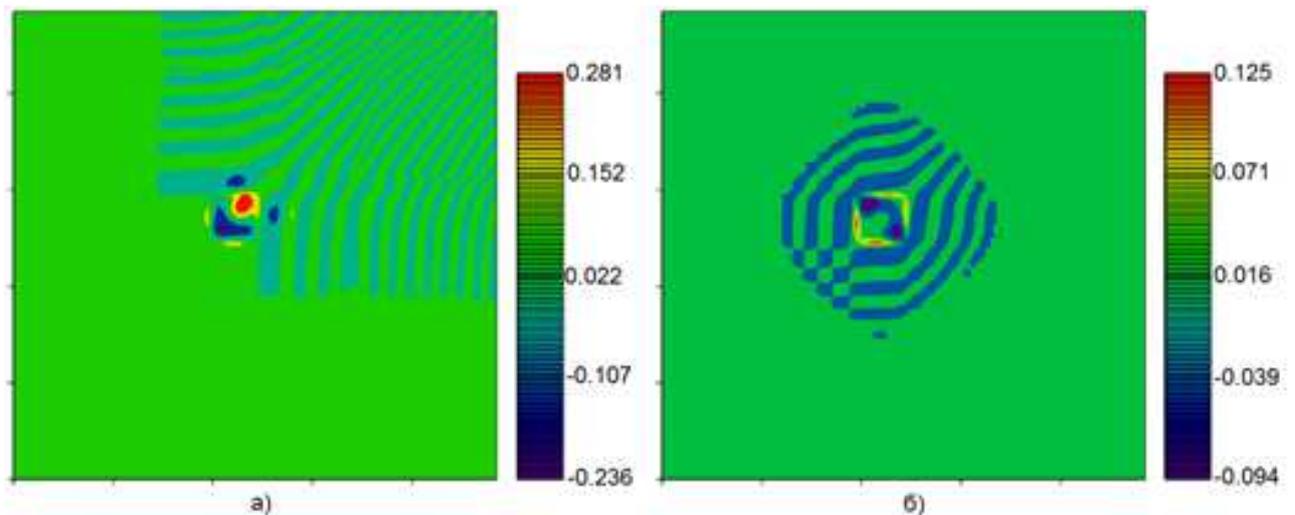


Рис. 8. Погрешность численного решения задачи конвекции ( $\mu = 0$ ,  $Pe \rightarrow \infty$ ) с использованием а) схемы “кабаре” и б) схемы (4)

составляющая равна 4 м/с, вертикальная — 3 м/с, коэффициент турбулентного обмена задавался равным 0, 0.1, 0.4, 2 м<sup>2</sup>/с. При решении задачи двумерной конвекции-диффузии начальное распределение

задавалось функцией [4]

$$q(x, y) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi(x-10)}{10}\right) \sin\left(\frac{\pi(y-10)}{10}\right), & \{x, y\} \in D, \\ 0, & \{x, y\} \notin D, \end{cases} \quad (8)$$

где  $D : \{x \in [10, 20], y \in [10, 20]\}$ .

Численное решение задачи конвекции с помощью разностной схемы (6)–(7) на различных временных интервалах приведено на рис. 5.

На рис. 6 и 7 приведены численные решения задачи конвекции–диффузии при различных числах Пекле с помощью схемы “кабаре” и схемы (4).

Предельная абсолютная погрешность решения задачи конвекции с помощью схемы “кабаре” равна 0.281 единиц, а с помощью схемы (4) — 0.125 единиц. Таким образом, при  $Pe \rightarrow \infty$  погрешность численного решения модельной задачи (8) с помощью разностной схемы (4) в 2.248 раз меньше, чем погрешность при решении с помощью схемы “кабаре”. На рис. 8 приведены изображения погрешностей численного решения задачи конвекции для различных схем.

**Заключение.** При моделировании прикладных задач, таких как задача гидродинамики мелководных водоемов [5], аэродинамики [6], динамики популяций [7] и др., необходимо решать уравнения конвекции–диффузии. Если в задаче ставится условие преобладания конвекции над диффузией, то стандартные схемы обладают низкой точностью. В настоящей статье предложена трехслойная разностная схема для уравнения конвекции–диффузии, представляющая собой линейную комбинацию схемы “кабаре” и центральной разностной схемы. Показано, что новая схема устойчива при числах Куранта, принадлежащих интервалу  $[0, 0.75]$ , и больших числах Пекле ( $Pe > 20$ ). Исследование численного решения двумерного уравнения конвекции–диффузии в предельном случае (коэффициент диффузии равен нулю) показывает, что при больших числах Пекле погрешность численного решения модельной задачи на основе предложенной разностной схемы в 2.248 раз меньше, чем погрешность при решении с помощью схемы “кабаре”.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17–11–01286).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач конвекции–диффузии. М.: Эдиториал, 1999.
2. Головизнин В.М., Самарский А.А. Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной // Математическое моделирование. 1998. **10**, № 1. 86–100.
3. Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Тишкин В.Ф. Использование разрывного метода Галеркина при решении задач газовой динамики // Математическое моделирование. 2014. **26**, № 1. 17–32.
4. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Якобовский М.В. Точность численного решения уравнения диффузии–конвекции на основе разностных схем второго и четвертого порядков погрешности аппроксимации // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Выч. матем. информ. 2016. **5**, № 1. 47–62.
5. Сухинов А.И., Белова Ю.В. Математическая модель трансформации форм фосфора, азота и кремния в движущейся турбулентной водной среде в задачах динамики планктонных популяций // Инженерный вестник Дона. 2015. **37**, № 3. 50.
6. Сухинов А.И., Хачуни Д.С., Чистяков А.Е. Математическая модель распространения примеси в приземном слое атмосферы прибрежной зоны и ее программная реализация // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 2015. **55**, № 7. 1238–1254.
7. Сухинов А.И., Никитина А.В., Чистяков А.Е. Моделирование сценария биологической реабилитации Азовского моря // Математическое моделирование. 2012. **24**, № 9. 3–21.

Поступила в редакцию  
07.07.2017

---

### Solution of the Matter Transport Problem at High Peclet Numbers

A. I. Sukhinov<sup>1</sup>, Yu. V. Belova<sup>2</sup>, and A. E. Chistyakov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Don State Technical University; pl. Gagarina 1, Rostov-on-Don, 344010, Russia;  
Dr. Sci., Professor, Pro-Rector, e-mail: sukhinov@gmail.com

<sup>2</sup> Don State Technical University, Faculty of Informatics and Computer Science; pl. Gagarina 1, Rostov-on-Don, 344010, Russia; Junior Scientist, e-mail: yubelova@yandex.ru

<sup>3</sup> Don State Technical University, Faculty of Informatics and Computer Science; pl. Gagarina 1, Rostov-on-Don, 344010, Russia; Dr. Sci., Professor, e-mail: cheese\_05@mail.ru

Received July 7, 2017

**Abstract:** The aim of this work is the development of a difference scheme for solving the convection–diffusion problem at high Peclet numbers ( $Pe > 2$ ). In accordance with this aim, a new difference scheme for convection is proposed and compared with several existing schemes and some stability conditions are formulated for the proposed scheme. The convection–diffusion equations are solved on the basis of this new difference scheme at various Peclet numbers.

**Keywords:** transport problem, Peclet number, CABARET (Compact Accurately Boundary Adjusting-REsolution Technique) scheme, stability.

### References

1. A. A. Samarskii and P. N. Vabishchevich, *Numerical Methods for Solving Convection–Diffusion Problems* (Editorial, Moscow, 1999) [in Russian].
2. V. M. Goloviznin and A. A. Samarskii, “Finite Difference Approximation of Convective Transport Equation with Space Splitting Time Derivative,” *Mat. Model.* **10** (1), 86–100 (1998).
3. M. E. Ladonkina, O. A. Neklyudova, and V. F. Tishkin, “Application of the RKDG Method for Gas Dynamics Problems,” *Mat. Model.* **26** (1), 17–32 (2014) [*Math. Models Comput. Simul.* **6** (4), 397–407 (2014)].
4. A. I. Sukhinov, A. E. Chistakov, and M. V. Iakobovskii, “Accuracy of the Numerical Solution of the Equations of Diffusion–Convection Using the Difference schemes of Second and Fourth Order Approximation Error,” *Vestn. South Ural State Univ. Ser. Vychisl. Mat. Inf.* **5** (1), 47–62 (2016).
5. A. I. Sukhinov and Yu. V. Belova, “The Mathematical Model of Transformation of Phosphorus, Nitrogen and Silicon Forms in the Moving Turbulent Water Environment in Problems of Dynamics of Planktonic Populations,” *Inzhener. Vestn. Dona* **37** (3), 50 (2015).
6. A. I. Sukhinov, D. S. Khachunts, and A. E. Chistyakov, “A Mathematical Model of Pollutant Propagation in Near-Ground Atmospheric Layer of a Coastal Region and Its Software Implementation,” *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **55** (7), 1238–1254 (2015) [*Comput. Math. Math. Phys.* **55** (7), 1216–1231 (2015)].
7. A. I. Sukhinov, A. V. Nikitina, and A. E. Chistyakov, “Numerical Simulation of Biological Remediation of Azov Sea,” *Mat. Model.* **24** (9), 3–21 (2012).