УДК 519.642 doi 10.26089/NumMet.v18r210

НОВЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТОМОГРАФИИ ПРИ НАЛИЧИИ НЕПРОЗРАЧНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

А. В. Лихачев[1]

Разработан новый метод реконструкции изображения сечения объекта, содержащего непрозрачное включение. Для того чтобы оценить неизвестные данные в области тени, решается система линейных алгебраических уравнений, построенная на основе представления моментов проекций однородными полиномами. По результатам проведенного вычислительного эксперимента оказалось, что метод имеет преимущества перед альтернативными подходами.

Ключевые слова: двумерная томография, непрозрачное включение, условие Кавальери.

1. Введение. В настоящей работе рассматривается томографическая реконструкция для случая, когда в исследуемом объекте имеются включения, практически полностью поглощающие попадающее на них зондирующее излучение. Такая ситуация, в частности, возникает в стоматологии, когда пациент имеет на зубах металлические коронки. В связи с этим искажения, возникающие на изображениях, получающихся при решении подобных задач, называют “металлическими артефактами” [1, 2]. Другим примером является экспериментальная газодинамика. Современные технологии оптического исследования потоков позволяют использовать томографию для реконструкции картины распределения скорости, температуры и других параметров, в том числе вблизи поверхности обтекаемых твердых тел, как правило, непроницаемых для видимого света [3, 4].

Следуя лучевому приближению, которое часто с хорошей точностью выполняется на практике, изображение внутренней структуры изучаемого объекта получается путем восстановления функции по интегралам от нее вдоль прямых [5, 6]. В зависимости от конкретных условий, реконструкция проводится в одном слое или непосредственно в некотором объеме. Здесь предполагается первый случай.

Пусть $g(x, y)$ — искомая функция, а $f(p, \varphi)$ — значение интеграла от нее вдоль прямой, заданной расстоянием от начала координат p и углом φ между направлением нормали и осью X. Имеет место следующее выражение:

$$f(p,\varphi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} g\left(\sqrt{p^2+l^2},\ \varphi + \arctan\left(l/p\right)\right) dl. \tag{1}$$

В принятой модели $f(p, \varphi)$ — это результаты измерений. В соответствии с конструктивными особенностями оборудования они обычно группируются в виде набора проекций $f_\varphi(p)$, каждая из которых представляет данные, зарегистрированные под определенным углом по отношению к объекту.

Соотношение (1) известно как двумерное преобразование Радона. Согласно [6], формула его обращения может быть записана в виде

$$g(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int\limits_0^{\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\omega| \widetilde{f}(\omega,\varphi)\, \exp\left(i\omega(x\cos\varphi + y\sin\varphi)\right) d\omega\, d\varphi, \tag{2}$$

где $\widetilde{f}(\omega, \varphi)$ — преобразование Фурье от $f(p, \varphi)$ по первой переменной. Исходя из (2), функция может быть восстановлена, если известны интегралы вдоль всех прямых, пересекающих ее носитель. Наличие непрозрачного тела с формальной точки зрения означает, что поле реконструкции содержит некоторую область D_B, такую, что $f(p, \varphi) = 0$ для любой пересекающей ее прямой, независимо от того, чему равен интеграл (1). Таким образом, на каждой проекции образуется тень, и вычисление $g(x, y)$ непосредственно по формуле (2) приводит к большой погрешности. Положение усугубляется тем, что в упомянутых выше реальных томографических задачах непрозрачный объект обычно окружен средой, являющейся предметом исследования, а именно в этой граничной области металлические артефакты проявляются наиболее сильно.

[1] Институт автоматики и электрометрии СО РАН (ИАЭ СО РАН), просп. Коптюга, 1, 630090, г. Новосибирск; ст. науч. сотр., e-mail: ipm1@iae.nsk.su

В настоящее время задача решается в рамках нескольких подходов. Наиболее распространенным из них является интерполяция данных. Используются как простые оценки по значениям в точках, граничащих с тенью, так и более сложные процедуры [7–11]. К последним, в частности, относится алгоритм "просветления" непрозрачного тела [3]. В [12] неизвестные участки проекций восстанавливались путем разложения по вэйвлетным базисам. Применение алгебраических методов, сводящих реконструкцию к обращению системы линейных уравнений, тоже возможно, см., например, [4]. В настоящей статье предлагается еще один подход, основанный на свойстве преобразования Радона, известном как условие Кавальери, или условие совместности. До этого оно уже рассматривалось в связи с другими постановками, сопряженными с недостатком данных: ограниченный угол сканирования объекта [13, 14] и томография области интереса [15].

2. Теория. В этом разделе проведена адаптация для исследуемого случая результатов, полученных автором в [15]. Возьмем проекцию, зарегистрированную под некоторым углом φ. Запишем выражение для ее момента k-го порядка:

$$M_k(\varphi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(p,\varphi) p^k \, dp. \tag{3}$$

Условие Кавальери состоит в следующем [16, 17]. Все $M_k(\varphi)$ являются однородными многочленами степени k с постоянными коэффициентами от компонент единичного вектора $\vec{n} = (\cos\varphi, \sin\varphi)$:

$$M_k(\varphi) = \sum_{l=0}^{k} a_{lk} (\cos\varphi)^l (\sin\varphi)^{k-l}, \quad k = 0, 1, \dots . \tag{4}$$

Предположим, что объект сканируется в N направлениях, на каждом из которых имеется I отсчетов с равномерным шагом $h = 2/(I-1)$. Аппроксимируем интеграл (3) следующим образом:

$$M_k(\varphi_n) \approx h \sum_{p_i \in D_B | \varphi_n} p_i^k \chi_{in} + h \sum_{p_i \notin D_B | \varphi_n} p_i^k f_{in}. \tag{5}$$

Здесь p_i — координата i-го узла. В частности, если проекции заданы на интервале $[-1; 1]$ и вне его равны нулю, то $p_i = (i-1)h - 1$. В первом и втором членах правой части суммирование идет по узлам, соответственно попавшим и не попавшим в тень непрозрачного тела, падающую в направлении φ_n, индекс n нумерует ракурсы наблюдения. Для краткости введены обозначения $f_{in} \equiv f(p_i, \varphi_n)$ и $\chi_{in} \equiv \chi(p_i, \varphi_n)$, при этом χ_{in} — значения интегралов от функции $g(x, y)$ вдоль прямых, пересекающих D_B:

$$\chi_{in} = \int\limits_{l \notin D_B \bigcap L_{in}} g\left(\sqrt{p_i^2 + l^2},\ \varphi_n + \arctan(l/p_i)\right) dl. \tag{6}$$

Интегрирование в (6) ведется вне пересечения прямой L_{in}, определяемой параметрами p_i и φ_n, с областью D_B. Таким образом, данные (6) были бы зарегистрированы в том случае, если бы область D_B занимало вещество, полностью проницаемое для зондирующего излучения. В связи с этим можно считать, что предлагаемый здесь подход тоже основывается на идее "просветления" непрозрачного тела, однако используемая при этом алгоритмическая процедура совсем иная, чем та, которая рассматривалась в [3].

Приравнивая выражения (4) и (5), получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений для определения χ_{in} и коэффициентов a_{lk}:

$$\sum_{l=0}^{k} a_{lk} (\cos\varphi_n)^l (\sin\varphi_n)^{k-l} - h \sum_{p_i \in D_B | \varphi_n} p_i^k \chi_{in} = h \sum_{p_i \notin D_B | \varphi_n} p_i^k f_{in}. \tag{7}$$

Пусть K — максимальный порядок рассматриваемых моментов, тогда $0 \leqslant k \leqslant K$. Нетрудно видеть, что матрица системы (7) имеет размерность $(L_a + L_\chi) \times (K+1)N$, где $L_a = (K+2)(K+1)/2$ — суммарное количество коэффициентов полиномов (4); L_χ — число неизвестных значений на проекциях, которое можно оценить как $L_\chi = \gamma N I$, причем $\gamma < 1$ зависит от размеров и формы непрозрачного тела.

Чтобы обеспечить достаточно высокое качество реконструкции изображения сложного объекта, значение N должно составлять сотни, а I — тысячи. Например, если $N = 360$, $I = 2000$ и $\gamma = 0.1$, т.е. тень занимает 10% на проекциях, то $L_\chi = 72\,000$. Вычислительный эксперимент, проведенный в [15], показал, что наиболее целесообразно выбирать $4 \leqslant K \leqslant 12$. Положив $K = 9$, получаем $L_a = 55 \ll L_\chi$. Количество уравнений в системе (7) при таких значениях параметров составляет $360 \times 10 = 3600$, что приблизительно в 20 раз меньше, чем число неизвестных.

Как и в работе [15], посвященной томографии области интереса, где были получены аналогичные выражения, для решения недоопределенной системы (7) применялся алгоритм ART (Algebraic Reconstruction Technique) [5]. Оказалось, что для рассматриваемого здесь случая он сходится медленнее. Однако результат может быть существенно улучшен путем выбора начального приближения итерационного процесса, которое ниже будет обозначаться через $\chi_{in}^{(0)}$ и $a_{lk}^{(0)}$ соответственно для неизвестных χ_{in} и a_{lk}. Для получения $\chi_{in}^{(0)}$ использовалась линейная интерполяция. Пусть на n-й проекции область тени покрывает узлы с i_{n1} по i_{n2}, тогда

$$\chi_{in}^{(0)} = f_{i_{n1}-1,n} + \left(f_{i_{n2}+1,n} - f_{i_{n1}-1,n}\right) \frac{i - i_{1n}}{i_{2n} - i_{1n}}, \quad i_{n1} \leqslant i \leqslant i_{n2}. \tag{8}$$

Для определения $a_{lk}^{(0)}$ была разработана следующая процедура. Величина $a_{00}^{(0)}$ вычислялась как среднее арифметическое интегралов от проекций, дополненных значениями $\chi_{in}^{(0)}$, найденными по формуле (8). Остальные рассчитывались при помощи метода наименьших квадратов. Проиллюстрируем сказанное на примере полинома первой степени. Исходя из (7), для $k = 1$ приходим к задаче минимизации выражения

$$\sum_{n=1}^{N} \left(a_{01}^{(0)} \sin \varphi_n + a_{11}^{(0)} \cos \varphi_n - S_n\right)^2, \tag{9}$$

где $S_n = h \sum\limits_{p_i \in D_D | \varphi_n} p_i \chi_{in}^{(0)} + h \sum\limits_{p_i \notin D_D | \varphi_n} p_i f_{in}$.

Приравняем частные производные по $a_{01}^{(0)}$ и $a_{11}^{(0)}$ от (9) к нулю:

$$a_{01}^{(0)} \sum_{n=1}^{N} (\sin \varphi_n)^2 + a_{11}^{(0)} \sum_{n=1}^{N} \sin \varphi_n \cos \varphi_n = \sum_{n=1}^{N} S_n \sin \varphi_n,$$
$$a_{01}^{(0)} \sum_{n=1}^{N} \sin \varphi_n \cos \varphi_n + a_{11}^{(0)} \sum_{n=1}^{N} (\cos \varphi_n)^2 = \sum_{n=1}^{N} S_n \cos \varphi_n.$$

При другом k аналогичным образом получаем систему, содержащую $k+1$ уравнений. В нашей работе для ее решения использовался метод исключения в случае $k < 5$ или простая итерация, когда $k \geqslant 5$.

3. Численное моделирование. Метод исследовался путем вычислительного эксперимента. Математический фантом задавался выражением

$$g_0(x, y) = \sum_{j=1}^{20} g_j(x, y), \quad g_j(x, y) = \begin{cases} 1 - r_j^2, & r_j^2 \leqslant 1, \\ 0, & r_j^2 > 1, \end{cases} \quad r_j^2 = \frac{(x - x_{0j})^2}{\rho_{xj}^2} + \frac{(y - y_{0j})^2}{\rho_{yj}^2}. \tag{10}$$

Он изображен на рис. 1. Значения параметров, входящих в (10), приведены в таблице. Непрозрачное тело моделировалось кругом радиуса r_B с центром в точке $x_B = -0.35$, $y_B = -0.35$, его граница при $r_B = 0.1$ проведена пунктирной линией.

Направления сканирования были равномерно распределены по углу в интервале от 0 до π. Томограммы вычислялись на квадратной сетке с таким же шагом, как и проекции: $h = 2/1024 \approx 0.002$. Формула обращения преобразования Радона (2) была реализована посредством алгоритма Шеппа–Логана [6]. Для количественного описания результатов использовались две нормированные среднеквадратичные ошибки Δ_f и Δ_g. Первая характеризует восстановление неизвестных данных (6), вторая — реконструкцию искомой функции вне непрозрачного тела:

$$\Delta_f = \sqrt{\frac{\sum\limits_{n=1}^{N} \left(\sum\limits_{ih \in D_B | \varphi_n} \left(\chi_{in} - \widehat{\chi}_{in}\right)^2\right)}{\sum\limits_{n=1}^{N} \left(\sum\limits_{ih \in D_B | \varphi_n} \left(\chi_{in}\right)^2\right)}}, \quad \Delta_g = \sqrt{\frac{\sum\limits_{(x_{q1}, y_{q2}) \notin D_B} \left(g_0(x_{q1}, y_{q2}) - \widehat{g}(x_{q1}, y_{q2})\right)^2}{\sum\limits_{(x_{q1}, y_{q2}) \notin D_B} \left(g_0(x_{q1}, y_{q2})\right)^2}}.$$

Через $\widehat{\chi}$ и $\widehat{g}$ обозначены полученные оценки; χ определяется согласно (6); g_0 — математический фантом.

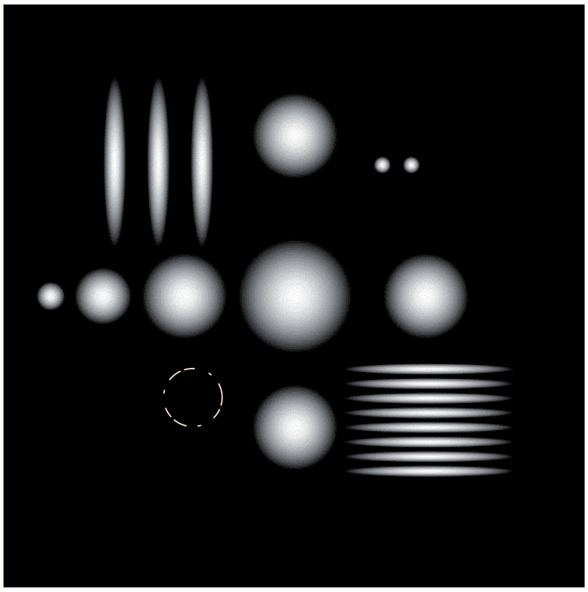


Рис. 1. Фантом (пунктирная линия — граница непрозрачного тела)

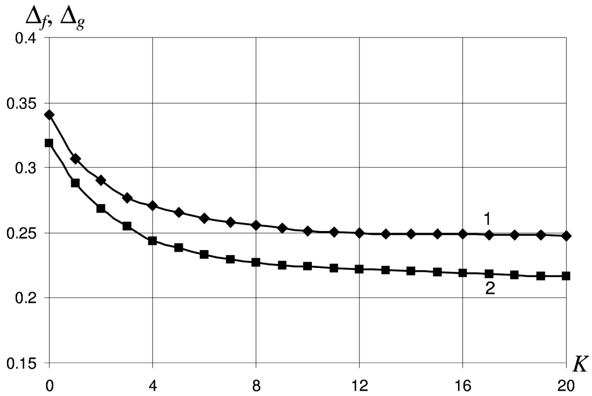


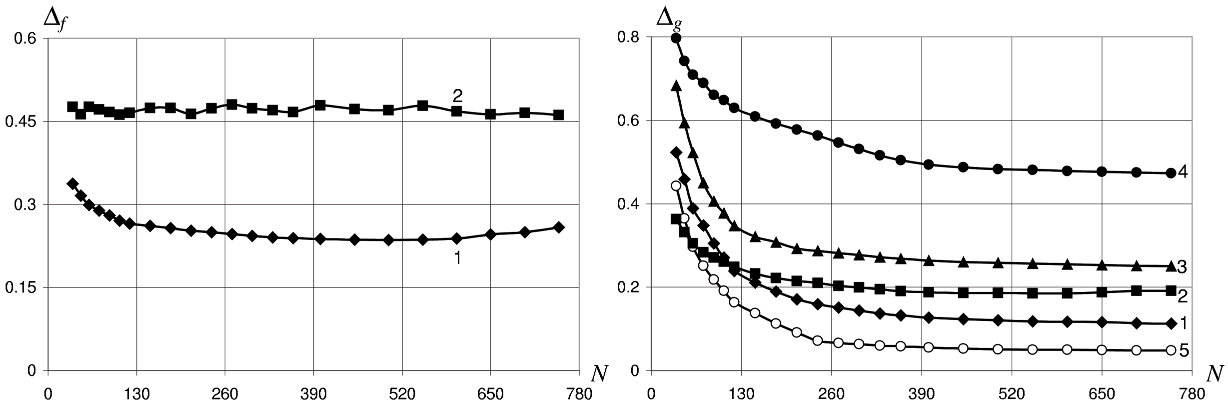
Рис. 2. Зависимости от количества рассматриваемых моментов: 1) ошибка восстановления проекционных данных, 2) ошибка реконструкции

Предыдущие работы автора, посвященные применению условия Кавальери в задачах томографии при недостатке данных [14, 15], показали, что выбор количества используемых моментов существенно влияет на точность и время счета. Это тоже было подтверждено в настоящем исследовании. Как и в [15], зависимости $\Delta_f(K)$ для различных N носят одинаковый характер. Наиболее значительное уменьшение Δ_f происходит тогда, когда K увеличивается от 0 до 8–10. Дальнейший рост K не ведет к заметному улучшению. Некоторое отличие состоит в том, что в [15] ошибка Δ_f начинала слабо расти при $K \geqslant 16$, здесь же такого не наблюдалось.

Параметры математического фантома (10)

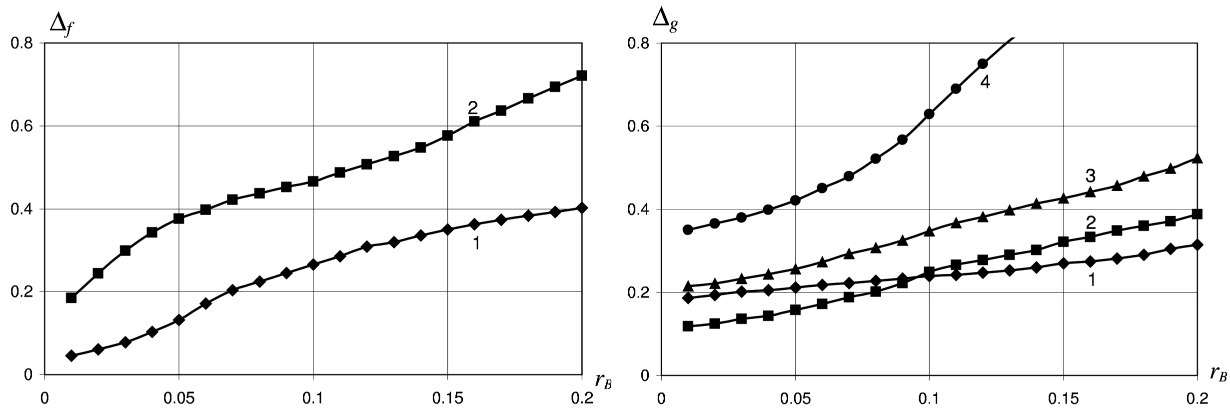
j	x_0	y_0	ρ_x	ρ_y	j	x_0	y_0	ρ_x	ρ_y
1	0.00	0.00	0.20	0.20	11	0.46	0.25	0.31	0.02
2	0.45	0.00	0.15	0.15	12	0.46	0.30	0.31	0.02
3	−0.38	0.00	0.15	0.15	13	0.46	0.35	0.31	0.02
4	−0.66	0.00	0.11	0.11	14	0.46	0.40	0.31	0.02
5	−0.84	0.00	0.06	0.06	15	0.46	0.45	0.31	0.02
6	0.00	0.45	0.15	0.15	16	0.46	0.50	0.31	0.02
7	0.00	−0.55	0.15	0.15	17	0.46	0.55	0.31	0.02
8	−0.32	−0.46	0.42	0.30	18	0.46	0.60	0.31	0.02
9	−0.47	−0.46	0.44	0.30	19	0.30	−0.45	0.03	0.03
10	−0.62	−0.46	0.46	0.30	20	0.40	−0.45	0.03	0.03

На рис. 2 представлены $\Delta_f(K)$ и $\Delta_g(K)$ при $r_B = 0.1$, $N = 120$. Ошибка реконструкции фантома в отсутствие непрозрачного тела для тех же ракурсов составляет 0.216, а величина Δ_f после линейной интерполяции (т.е. для начальных оценок $\chi_{in}^{(0)}$, см. окончание раздела 2) равна 0.445. В связи с упомянутой медленной сходимостью ART при решении рассматриваемой задачи количество его итераций составляет 10 000. Отметим, что Δ_f уменьшается и после 10 000 итераций. Однако дальнейшее продолжение процесса представляется нецелесообразным по причине больших затрат компьютерных ресурсов, которые



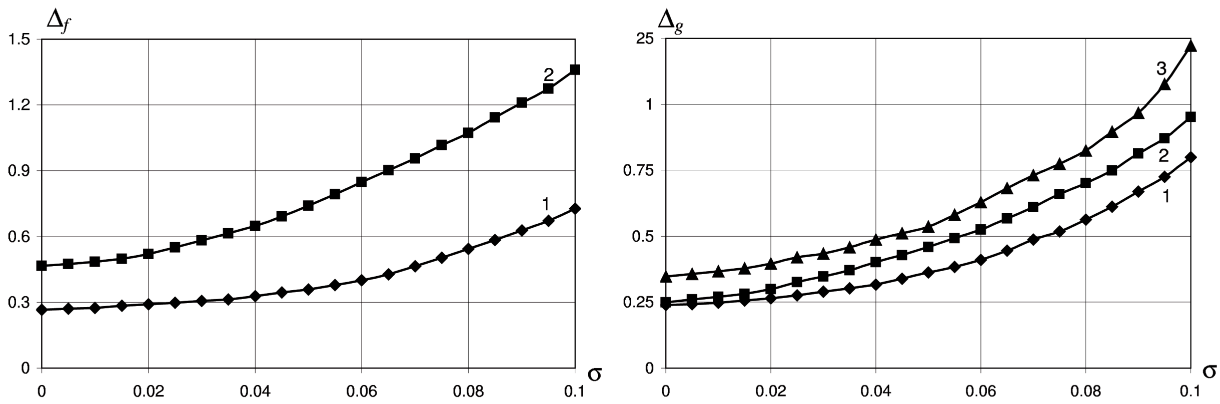
a) b)

Рис. 3. Зависимости ошибок от количества ракурсов: a) восстановление проекционных данных; b) томографическая реконструкция



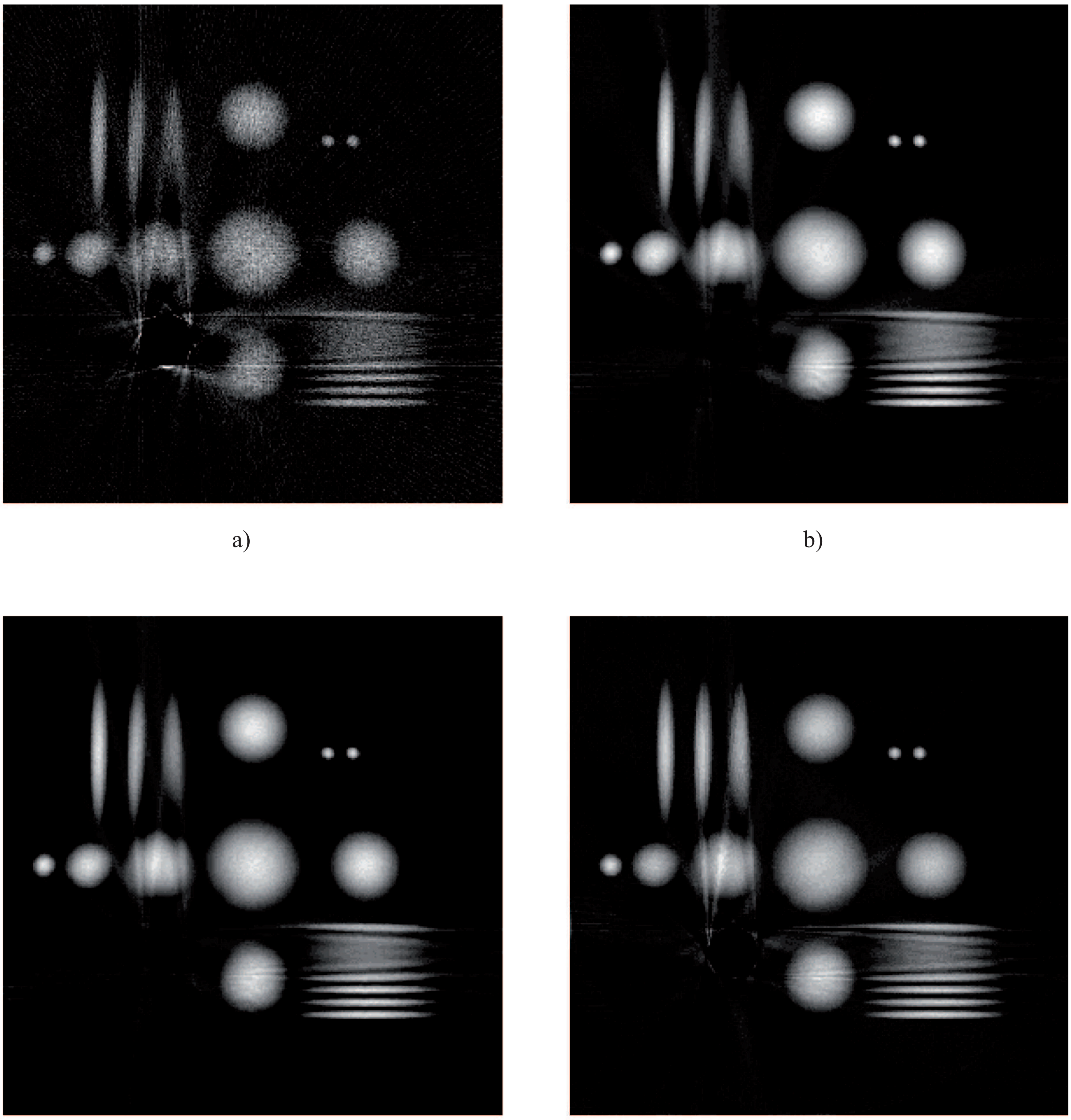
a) b)

Рис. 4. Зависимости ошибок от радиуса непрозрачного тела: a) восстановление проекционных данных; b) томографическая реконструкция



a) b)

Рис. 5. Зависимости ошибок от уровня шума: a) восстановление проекционных данных; b) томографическая реконструкция резко возрастают при увеличении числа моментов. Например, при $K = 10$ и $N = 120$ время счета на персональном компьютере с тактовой частотой процессора 2.2 ГГц составило около получаса.



a) b) c) d)

Рис. 6. Томограммы: a) без коррекции, $\Delta_g = 0.504$; b) интерполяция, $\Delta_g = 0.268$; c) предлагаемый метод, $\Delta_g = 0.132$; d) алгебраический подход, $\Delta_g = 0.190$

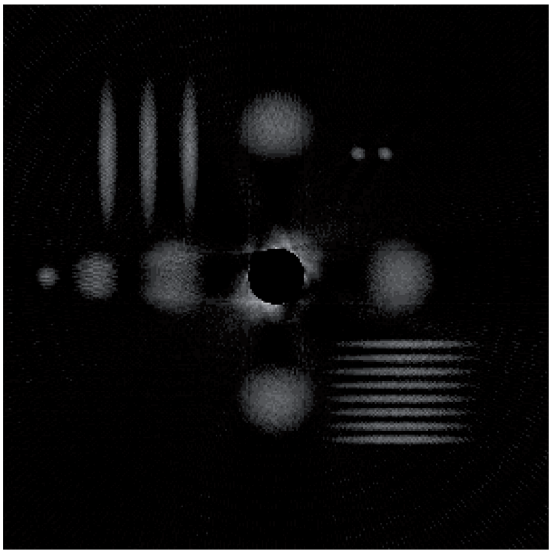
На рис. 3 приведены зависимости ошибок Δ_f (рис. 3a) и Δ_g (рис. 3b) от N при $r_B = 0.1$. Здесь и далее для всех описываемых результатов $K = 5$. Видно, что для предлагаемого метода (кривая 1 на рис. 3a) с ростом числа направлений сканирования значение Δ_f сначала уменьшается, а после $N \approx 500$ медленно растет. По-видимому, это связано с увеличением матрицы системы уравнений (7). В отличие от этого, точность интерполяции (8) практически не зависит от N. Наблюдаемые небольшие колебания кривой 2 носят случайный характер. В целом по рис. 3a можно заключить, что в рассматриваемом случае разработанный алгоритм позволяет снизить ошибку восстановления проекционных данных в области тени в 1.7–1.8 раза.

Кривая 1 на рис. 3b показывает ошибку Δ_g для предлагаемого метода, кривая 2 — для линейной интерполяции в области тени, кривая 3 — для алгебраического подхода, реализация которого описана в работе [4]. Кривая 4 представляет реконструкцию по исходным данным без какой-либо корректировки. Кривая 5 включена в график для сравнения, она соответствует реконструкции по полным проекциям (без тени). Из рис. 3b следует, что когда $N < 120$, алгебраический подход обеспечивает лучший результат, а при $N < 50$ он по точности даже превосходит алгоритм Шеппа–Логана, примененный к полным данным. Это согласуется с известным фактом о том, что при малом числе ракурсов алгебраические методы имеют преимущества перед алгоритмами фильтрации и обратного проецирования [5]. Однако если N достаточно велико, то использование условия Кавальери для решения задачи с непрозрачным телом приводит к наименьшей ошибке. Так, при $N = 750$ она равна 0.113 против 0.191 для алгебраического подхода, т.е. почти в 1.7 раза меньше.

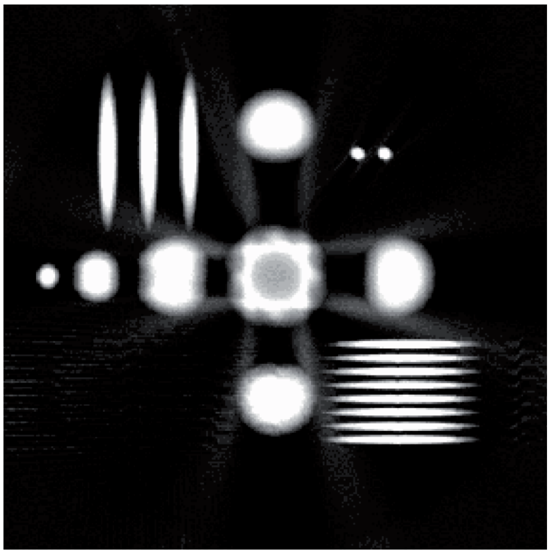
Исследование точности от радиуса включения r_B при $N = 120$ иллюстрирует рис. 4. Кривые (за исключением кривой 5, которая на рис. 4 отсутствует) пронумерованы так же, как и на рис. 3. Согласно рис. 4 алгебраический метод дает наименьшую ошибку, когда размер непрозрачного объекта мал (несколько процентов от области реконструкции). С ростом r_B преимущество переходит к предлагаемому методу. Например, если $r_B = 0.2$, то Δ_g для него приблизительно на 24% меньше.

Устойчивость изучалась также путем вычислительного эксперимента. Моделировался некоррелированный шум, стационарный для каждого направления. Пусть $f_{\varphi,\max}$ — максимальное значение проекции, зарегистрированной под углом φ. В любой ее точке шум представляется нормально распределенной случайной величиной с нулевым средним и дисперсией $D = \sigma^2 f^2_{\varphi,\max}$. На рис. 5a и 5b показаны зависимости ошибок Δ_f и Δ_g от параметра σ при $N = 120$, $r_B = 0.1$. Исходные зашумленные проекции, содержащие тень, сглаживались медианным фильтром с шириной окна 7 узлов сетки. Номера кривых — 1, 2 на рис. 5a и 1, 2, 3 на рис. 5b — означают то же, что и на рис. 3 и рис. 4. Как свидетельствует рис. 5, все рассмотренные процедуры обладают достаточной устойчивостью при умеренном уровне шума до значений σ порядка 0.04–0.05. Далее их устойчивость заметно ухудшается. Тем не менее, для предлагаемого метода Δ_f и Δ_g растут медленнее при увеличении σ.

На рис. 6 приведены томограммы. Радиус непрозрачного включения 0.1, число ракурсов наблюдения 360. Томограмма на рис. 6a получена по проекциям, не корректированным в области тени. Изображения, представленные на рис. 6b–6d, реконструированы с применением линейной интерполяции, условия Кавальери и алгебраического алгоритма соответственно.



a)



b)

Рис. 7. Томограммы: a) без коррекции, $\Delta_g = 0.632$; b) предлагаемый метод, $\Delta_g = 0.289$

Во введении упоминалось, что наиболее сильно металлические артефакты проявляются, когда непрозрачное тело находится внутри изучаемого объекта, т.е. со всех сторон окружено его веществом. Однако из рис. 1 видно, что носитель фантома $\operatorname{supp}(g)$ не пересекается с D_B. Причина этого в следующем. В процессе вычислительного эксперимента сравнивались результаты реконструкции при наличии и отсутствии непрозрачного включения. Рассматриваемая при этом ошибка Δ_g вычисляется вне области D_B. Поэтому в случае $\operatorname{supp}(g) \bigcap D_B \neq \emptyset$ ее использование было бы некорректным.

Для полноты исследования была проведена серия расчетов с непрозрачным телом, помещенным в начало координат (вовнутрь самого большого параболоида, входящего в фантом, см. рис. 1). На рис. 7 представлены томограммы, полученные при $r_B = 0.1$. Для рис. 7a коррекция данных не проводилась.

Сопоставление рис. 6c и рис. 7b подтверждает отмеченное выше усиление артефактов, в том числе вблизи непрозрачного тела.

4. Заключение. В работе проведены исследования, показавшие, что задача двумерной томографии в присутствии непрозрачного тела может быть решена на основе условия Кавальери. Разработан алгоритм, позволяющий оценить неизвестные проекционные данные в области тени. Предложен способ выбора начального приближения для итерационного процесса. Выполнен вычислительный эксперимент, в котором, в частности, предлагаемый метод сравнивался с другими подходами. Оказалось, что при достаточном количестве ракурсов наблюдения (360–750) он обеспечивает значение среднеквадратичной ошибки реконструкции в 1.4–1.7 раза меньше, чем алгебраический алгоритм, и в 2.0–2.3 раза меньше, чем линейная интерполяция. Кроме того, он более устойчив по отношению к случайному шуму.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ziegler Ch.M., Franetzki M., Denig T., Mühling J., Hassfeld S.* Digital tomosynthesis — experiences with a new imaging device for the dental field // Clinical Oral Investigations. 2003. **7**, N 1. 41–45.
2. *Van der Linden V., Van de Casteele E., Thomas M.S., et al.* Analysis of micro computed tomography images; a look inside historic enamelled metal objects // Applied Physics A. 2010. **98**, N 2. 385–392.
3. *Пикалов В.В., Преображенский Н.Г.* Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987.
4. *Лихачев А.В., Пикалов В.В.* Трехмерная томография в диагностике газовых потоков при наличии непрозрачного тела // Прикладная механика и техническая физика. 1998. **39**, № 1. 174–180.
5. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983.
6. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990.
7. *Glover G.H., Pelc N.J.* An algorithm for the reduction of metal clip artifacts in CT reconstructions // Med. Phys. 1981. **8**, N 6. 799–807.
8. *Medoff B.P., Brody W.R., Nassi M., Macovski A.* Iterative convolution backprojection algorithms for image reconstruction from limited data // J. Opt. Soc. Amer. 1983. **73**, N 11. 1493–1500.
9. *Kalender W.A., Hebel R., Ebersberger J.* Reduction of CT artifacts caused by metallic implants // Radiology. 1987. **164**, N 2. 576–577.
10. *Wang G., Snyder D.L., O'Sullivan J.A., Vannier M.W.* Iterative deblurring for CT metal artifact reduction // IEEE Trans. Med. Imag. 1996. **15**, N 5. 657–664.
11. *Robertson D.D., Yuan J., Wang G., Vannier M.W.* Total hip prosthesis metal-artifact suppression using iterative deblurring reconstruction // J. Comput. Assist. Tomogr. 1997. **21**, N 2. 293–298.
12. *Zhao S., Robertson D.D., Wang G., Whiting B., Bae K.T.* X-ray CT metal artifact reduction using wavelets: an application for imaging total hip prostheses // IEEE Trans. Med. Imag. 2000. **19**, N 12. 1238–1247.
13. *Prince J.L., Willsky A.S.* Constrained sinogram restoration for limited-angle tomography // Optical Engineering. 1990. **29**, N 5. 535–544.
14. *Важенцева Н.В., Лихачев А.В.* Сравнение алгоритмов томографии, использующих условие Кавальери, в задачах с ограниченным углом обзора объекта // Автометрия. 2012. **48**, № 6. 35–45.
15. *Лихачев А.В.* Применение условия Кавальери в задаче ROI-томографии // Автометрия. 2015. **51**, № 4. 53–61.
16. *Хелгасон С.* Преобразование Радона. М.: Мир, 1983.
17. *Гельфанд И.М., Гиндикин С.Г., Граев М.И.* Избранные задачи интегральной геометрии. М.: Добросвет, 2000.

Поступила в редакцию
15.02.2017

A New Tomography Method in the Presence of an Opaque Object

A. V. Likhachov [1]

[1] *Institute of Automation and Electrometry, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences; Koptyug prospekt 1, Novosibirsk, 630090, Russia; Dr. Sci., Junior Scientist, e-mail: ipm1@iae.nsk.su*

Received February 15, 2017

Abstract: A new tomography method for a two-dimensional object containing an opaque inclusion is developed. For the estimation of unknown data in the opaque object's shadow, the system of linear algebraic equations derived from the representation of projections of moments by homogeneous polynomials is solved. The numerical results show that the method has a number of advantages over alternative approaches.

Keywords: two-dimensional tomography, opaque inclusion, Cavalieri condition.

References

1. Ch. M. Ziegler, M. Franetzki, T. Denig, et al., "Digital Tomosynthesis — Experiences with a New Imaging Device for the Dental Field," Clin. Oral Invest. **7** (1), 41–45 (2003).

2. V. Van der Linden, E. Van de Casteele, M. S. Thomas, et al., "Analysis of Micro Computed Tomography Images; A Look Inside Historic Enamelled Metal Objects," Appl. Phys. A **98** (2), 385–392 (2010).

3. V. V. Pikalov and N. G. Preobrazhenskii, *Reconstructive Tomography in Gas Dynamics and Plasma Physics* (Nauka, Novosibirsk, 1987) [in Russian].

4. A. V. Likhachev and V. V. Pikalov, "Three-Dimensional Tomography in Gas Flow Diagnostics in the Presence of an Opaque Body," Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz. **39** (1), 174–180 (1998) [J. Appl. Mech. Tech. Phys. **39** (1), 152–157 (1998)].

5. G. T. Herman, *Image Reconstruction from Projections. The Fundamentals of Computerized Tomography* (Academic, New York, 1980; Mir, Moscow, 1983).

6. F. Natterer, *The Mathematics of Computerized Tomography* (Wiley, New York, 1986; Mir, Moscow, 1990).

7. G. H. Glover and N. J. Pelc, "An Algorithm for the Reduction of Metal Clip Artifacts in CT Reconstructions," Med. Phys. **8** (6), 799–807 (1981).

8. B. P. Medoff, W. R. Brody, M. Nassi, and A. Macovski, "Iterative Convolution Backprojection Algorithms for Image Reconstruction from Limited Data," J. Opt. Soc. Amer. **73** (11), 1493–1500 (1983).

9. W. A. Kalender, R. Hebel, and J. Ebersberger, "Reduction of CT Artifacts Caused by Metallic Implants," Radiology **164** (2), 576–577 (1987).

10. G. Wang, D. L. Snyder, J. A. O'Sullivan, and M. W. Vannier, "Iterative Deblurring for CT Metal Artifact Reduction," IEEE Trans. Med. Imag. **15** (5), 657–664 (1996).

11. D. D. Robertson, J. Yuan, G. Wang, and M. W. Vannier, "Total Hip Prosthesis Metal-Artifact Suppression Using Iterative Deblurring Reconstruction," J. Comput. Assist. Tomogr. **21** (2), 293–298 (1997).

12. S. Zhao, D. D. Robertson, G. Wang, et al., "X-Ray CT Metal Artifact Reduction Using Wavelets: An Application for Imaging Total Hip Prostheses," IEEE Trans. Med. Imag. **19** (12), 1238–1247 (2000).

13. J. L. Prince and A. S. Willsky, "Constrained Sinogram Restoration for Limited-Angle Tomography," Opt. Eng. **29** (5), 535–544 (1990).

14. N. V. Vazhenceva and A. V. Likhachov, "Comparison of Limited-Angle Tomography Algorithms Based on the Cavalieri Condition," Avtometriya **48** (6), 35–45 (2012) [Optoelectron., Instrum. Data Process. **48** (6), 565–573 (2012)].

15. A. V. Likhachov, "Use of the Cavalieri Conditions in Region-of-Interest Tomography," Avtometriya **51** (4), 53–61 (2015) [Optoelectron., Instrum. Data Process. **51** (4), 364–371 (2015)].

16. S. Helgason, *The Radon Transform* (Birkhäuser, Basel, 1980; Mir, Moscow, 1983).

17. I. M. Gelfand, S. G. Gindikin, and M. I. Graev, *Selected Problems of Integral Geometry* (Dobrosvet, Moscow, 2000) [in Russian].