

УДК 537.8

doi 10.26089/NumMet.v17r439

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАСЫЩЕННЫХ ПОРИСТЫХ СРЕД

Д. А. Лисицын<sup>1</sup>, Л. Е. Довгилевич<sup>2</sup>

Представлен метод, позволяющий проводить численное моделирование эффективных спектральных электромагнитных характеристик многокомпонентно насыщенных пористых сред. Приведены результаты применения этого метода к численным моделям пористых сред, распределение компонентов флюида в которых определяется путем прямого гидродинамического моделирования методом функционала плотности. Обсуждаются результаты моделирования частотной зависимости эффективной электрической проводимости и эффективной диэлектрической проницаемости модели пористой среды при различных величинах водонасыщенности модели и при различных условиях смачиваемости материала породы. Проведено сравнение результатов для случаев без учета и с учетом частотной зависимости параметров одного из компонентов флюида. Выполнен анализ влияния соотношения между характеристиками компонентов системы на результаты моделирования.

**Ключевые слова:** численное моделирование, электромагнитные свойства, дисперсия электромагнитных характеристик, насыщенные пористые среды, электрическая проводимость, диэлектрическая проницаемость.

**1. Введение.** В процессе интерпретации данных петрофизических исследований кернового материала ключевую роль играет решение задачи определения зависимости различных характеристик пористой среды (тепловых, упругих, электромагнитных и др.) от ее структуры. В частности, известны подходы, позволяющие связать электромагнитные характеристики исследуемого материала с такими параметрами, как пористость, водонасыщенность [1], смачиваемость [2, 3] и гидродинамическая проницаемость [4, 5]. В настоящей статье мы рассматриваем способы определения эффективных спектральных электромагнитных характеристик насыщенных пористых сред.

Для описания дисперсии электрической проводимости и диэлектрической проницаемости возможно применение эмпирических моделей [6, 7] и использование теории эффективных сред [8]. К сожалению, в рамках этих подходов детальное описание дисперсионных свойств материалов со сложной геометрической структурой и компонентным составом затруднительно.

В качестве альтернативного пути решения задачи определения дисперсионных характеристик пористых сред может применяться численное моделирование. В частности, наша работа основывается на описанном в [9] подходе численного моделирования, позволяющем проводить исследования спектральных зависимостей диэлектрической проницаемости и электрической проводимости среды со сложной геометрией.

На данный момент известны работы (см., например, [10, 11]), посвященные применению этого подхода для исследования дисперсионных характеристик пористых сред. Полученные в этих работах результаты служат для верификации и демонстрации возможностей рассматриваемого подхода, однако в них используются значительно упрощенные модели (искусственные модели с однокомпонентным насыщением и двумерные модели соответственно). Следует также заметить, что на данный момент авторам представленной работы не известны посвященные численному моделированию публикации, демонстрирующие возможность учета спектральных зависимостей характеристик компонентов моделей.

В настоящей статье рассматриваются особенности применения этого подхода для определения дисперсионных характеристик реальных трехмерных пористых сред с неоднородным распределением компонентов насыщающего поровое пространство флюида (рассматривается случай насыщения типа “нефть–вода”) в широком диапазоне частот. При проведении численного эксперимента используются построенные

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт, факультет проблем физики и энергетики, Институтский переулок, д. 9, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный; аспирант, e-mail: liscindm@gmail.com

<sup>2</sup> Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже, ул. Пудовкина, д. 13, 119285, Москва; науч. сотр., e-mail: ldovgilevich@slb.com

методами рентгеновской микротомографии [12] численные модели пористых сред (в контексте изучения свойств горных пород часто употребляется термин “цифровые модели керна”). При этом используемые в настоящей работе распределения компонентов насыщающего поровое пространство флюида получены путем прямого численного моделирования методом функционала плотности [13].

На основе полученных в ходе серии численных экспериментов результатов проводится исследование влияния на эффективные спектральные характеристики учета частотной зависимости параметров компонентов модели. Кроме того, в настоящей работе сравниваются результаты расчетов, полученных при двух различных значениях солености водной фазы.

**2. Постановка задачи.** Для описания дисперсионных характеристик неоднородных сред принято рассматривать частотное представление уравнения Максвелла [14–16], выражающего обобщенную теорему Ампера о циркуляции в дифференциальной форме:

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  — вектор напряженности магнитного поля,  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  — вектор объемной плотности тока и  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  — вектор индукции электрического поля.

Переход к частотному представлению путем фурье-преобразования по времени [15] с учетом материальных соотношений выполняется следующим образом:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \tilde{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad \mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega).$$

Здесь  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega)$  — фурье-образ вектора объемной плотности тока,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$  — фурье-образ вектора напряженности электрического поля,  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega)$  — фурье-образ вектора индукции электрического поля,  $\tilde{\sigma}(\mathbf{r}, \omega)$  и  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega)$  — электрическая проводимость и относительная диэлектрическая проницаемость в частотном представлении соответственно,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Таким образом, уравнение (1) в частотном представлении преобразуется к виду

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = (\tilde{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) + i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega)) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega),$$

где  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)$  — фурье-образ вектора напряженности магнитного поля.

Часто бывает удобно использовать следующие обозначения для комплексной проводимости  $\sigma(\mathbf{r}, \omega)$  и относительной комплексной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)$ :

$$\sigma(\mathbf{r}, \omega) = \tilde{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) + i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega), \quad \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\sigma(\mathbf{r}, \omega)}{i\omega\varepsilon_0}. \quad (2)$$

В приближении малых частот (размер рассматриваемой области много меньше длины волны электромагнитного поля  $\lambda$ ) задачу об определении эффективных дисперсионных характеристик модели можно свести [15, 16] к нахождению распределения комплексного потенциала  $\varphi(\mathbf{r}, \omega)$  электрического поля:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega) \approx 0, \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -\nabla\varphi(\mathbf{r}, \omega), \quad (\nabla, \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)) = (\nabla, \sigma(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)), \\ (\nabla, -\sigma(\mathbf{r}, \omega) \nabla\varphi(\mathbf{r}, \omega)) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega)$  — вектор индукции магнитного поля в частотном представлении.

Уравнение (3) решается в области пространства  $\Omega = [x_{\min}; x_{\max}] \times [y_{\min}; y_{\max}] \times [z_{\min}; z_{\max}]$  в совокупности с заданными на границе  $\delta\Omega$  условиями

$$\begin{aligned} \varphi|_{z=z_{\min}} = \varphi_1, \quad \varphi|_{z=z_{\max}} = \varphi_2, \\ \frac{d\varphi}{dn} \Big|_{x=x_{\min}} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dn} \Big|_{x=x_{\max}} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dn} \Big|_{y=y_{\min}} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dn} \Big|_{y=y_{\max}} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности. Эти граничные условия соответствуют приложению постоянной разности комплексных потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  вдоль заданного направления и отсутствию тока в перпендикулярных ему направлениях. Здесь и далее рассмотрение проводится для случая приложения внешнего поля вдоль оси  $OZ$ , выражения для случаев  $OX$  и  $OY$  получаются аналогичным образом.

Для выбранного направления приложения внешнего поля эффективная комплексная проводимость модели  $\langle \sigma_z(\omega) \rangle$  определяется путем усреднения по всему объему модели  $V$  величины проекции плотности

комплексного тока  $j_z(\mathbf{r}, \omega)$  на это направление:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) &= -\sigma(\mathbf{r}, \omega) \nabla \varphi(\mathbf{r}, \omega), \\ \int_V j_z(\omega) dV &= \int_V -\sigma(\mathbf{r}, \omega) \frac{d\varphi(\mathbf{r}, \omega)}{dz} dV = -\langle \sigma_z(\omega) \rangle \int_V \frac{d\varphi(\mathbf{r}, \omega)}{dz} dV, \\ \int_V j_z(\omega) dV &= \langle \sigma_z(\omega) \rangle (\varphi_1 - \varphi_2). \end{aligned}$$

В нашей работе принимается, что эффективная электрическая проводимость  $\sigma_z^{\text{eff}}(\omega)$  и эффективная относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_z^{\text{eff}}(\omega)$  модели являются действительными величинами и связаны с эффективной комплексной проводимостью соотношением

$$\langle \sigma_z(\omega) \rangle = \sigma_z^{\text{eff}}(\omega) + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_z^{\text{eff}}(\omega).$$

**3. Численный метод.** Для решения уравнения (3) рассматривается его конечно-разностная аппроксимация на трехмерной ортогональной равномерной сетке, состоящей из  $N_x N_y N_z$  ячеек, в параллелепипеде  $\Omega$  с координатами центров ячеек  $\{x_i, y_j, z_k\}$ :

$$\begin{aligned} x_i &= x_{\min} + (i - 1/2) \Delta x : i \in \{1, 2, \dots, N_x\}, & \Delta x &= \frac{x_{\max} - x_{\min}}{N_x}, \\ y_j &= y_{\min} + (j - 1/2) \Delta y : j \in \{1, 2, \dots, N_y\}, & \Delta y &= \frac{y_{\max} - y_{\min}}{N_y}, \\ z_k &= z_{\min} + (k - 1/2) \Delta z : k \in \{1, 2, \dots, N_z\}, & \Delta z &= \frac{z_{\max} - z_{\min}}{N_z}. \end{aligned}$$

Центру каждой ячейки приписывается комплексный потенциал  $\varphi_{i,j,k} = \varphi(x_i, y_j, z_k)$ , а также величина комплексной проводимости  $\sigma_{i,j,k} = \sigma(x_i, y_j, z_k)$ , соответствующей параметрам заполняющего объем ячейки вещества. Поровое пространство рассматриваемых в данной работе моделей может быть заполнено многокомпонентной смесью флюидов, но при этом считается, что каждая ячейка заполнена лишь одним из веществ. Подобное упрощение модели позволяет избежать влияния на результаты расчетов выбора формул смешения для задания свойств ячеек, заполненных смесью различных фаз.

Система разностных уравнений, аппроксимирующая уравнение (3), совместно с граничными условиями (4) может быть записана в виде

$$\frac{\dot{J}_{i+1/2,j,k} - \dot{J}_{i-1/2,j,k}}{\Delta x} + \frac{\dot{J}_{i,j+1/2,k} - \dot{J}_{i,j-1/2,k}}{\Delta y} + \frac{\dot{J}_{i,j,k+1/2} - \dot{J}_{i,j,k-1/2}}{\Delta z} = 0, \quad (5)$$

где  $\dot{J}_{i+1/2,j,k}$ ,  $\dot{J}_{i,j+1/2,k}$ ,  $\dot{J}_{i,j,k+1/2}$  — величины плотности комплексного тока через границы ячейки с индексом  $i, j, k$  в положительном направлении осей  $OX, OY, OZ$  соответственно. При этом токи через границы внутренних ячеек определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{i+1/2,j,k} &= \sigma_{i+1/2,j,k} \frac{\varphi_{i,j,k} - \varphi_{i+1,j,k}}{\Delta x} : i \in \{1, \dots, N_x - 1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_y\}, \quad k \in \{1, \dots, N_z\}, \\ \dot{J}_{i,j+1/2,k} &= \sigma_{i,j+1/2,k} \frac{\varphi_{i,j,k} - \varphi_{i,j+1,k}}{\Delta y} : i \in \{1, \dots, N_x\}, \quad j \in \{1, \dots, N_y - 1\}, \quad k \in \{1, \dots, N_z\}, \\ \dot{J}_{i,j,k+1/2} &= \sigma_{i,j,k+1/2} \frac{\varphi_{i,j,k} - \varphi_{i,j,k+1}}{\Delta z} : i \in \{1, \dots, N_x\}, \quad j \in \{1, \dots, N_y\}, \quad k \in \{1, \dots, N_z - 1\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь величины  $\sigma$  с полуцелыми индексами вычисляются по формулам

$$\sigma_{i+1/2,j,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k}\sigma_{i+1,j,k}}{\sigma_{i,j,k} + \sigma_{i+1,j,k}}, \quad \sigma_{i,j+1/2,k} = \frac{2\sigma_{i,j,k}\sigma_{i,j+1,k}}{\sigma_{i,j,k} + \sigma_{i,j+1,k}}, \quad \sigma_{i,j,k+1/2} = \frac{2\sigma_{i,j,k}\sigma_{i,j,k+1}}{\sigma_{i,j,k} + \sigma_{i,j,k+1}}. \quad (7)$$

Задание граничных условий (4) осуществляется путем использования следующих величин в качестве значений токов через внешние границы модели:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{1/2,j,k} &= 0, & \dot{J}_{N_x+1/2,j,k} &= 0, & \dot{J}_{i,1/2,k} &= 0, \\ \dot{J}_{i,N_y+1/2,k} &= 0, & \dot{J}_{i,j,1/2} &= \sigma_{i,j,1} \frac{\varphi_1 - \varphi_{i,j,1}}{\Delta z/2}, & \dot{J}_{i,j,N_z+1/2} &= \sigma_{i,j,N_z} \frac{\varphi_{i,j,N_z} - \varphi_2}{\Delta z/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Для решения системы разностных уравнений (5)–(8) в данной работе использовался стабилизированный метод бисопряженных градиентов [17] с многосеточным предобусловливателем. Программная реализация использованного численного метода основывается на пакете библиотек PETSc [18]. И метод, и его программная реализация допускают эффективное параллельное выполнение вычислений на системах с распределенной памятью, в том числе на ускорителях вычислений на основе GPU (Graphics Processing Unit).

Рассмотренный подход был протестирован на ряде одномерных моделей с известными аналитическими решениями для распределения комплексного потенциала при различных частотах с исследованием сеточной сходимости. Критерием остановки для решения линейной системы (5)–(8) было выбрано уменьшение относительной невязки до  $10^{-13}$ . Следует отметить, что для достижения этого уровня сходимости на низких частотах требовалось в среднем в 10 раз больше итераций, чем на максимальных частотах, при которых проводились расчеты.

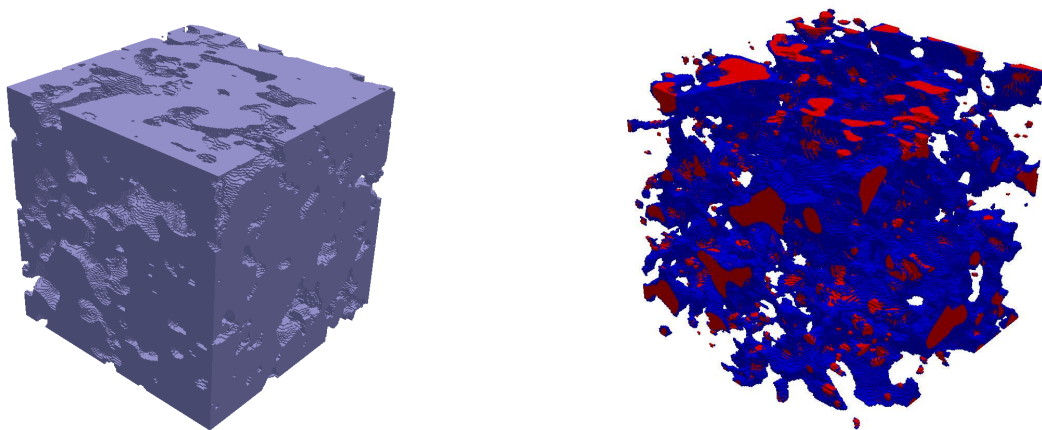


Рис. 1. Изображение скелета породы (а). Поровое пространство сделано прозрачным. Распределение насыщающих поровое пространство компонентов (б). Нефть изображена красным цветом, вода — синим. Скелет породы сделан прозрачным

**4. Результаты.** Численное моделирование эффективных спектральных электромагнитных характеристик проводилось с помощью представленного метода в широком диапазоне частот ( $10^4$ – $10^{12}$  Гц/ $2\pi$ ) на цифровой модели ядра песчаника Begea ( $192^3$  кубических ячеек с линейным размером 2.32 мкм), неоднородно насыщенной смесью нефти и воды. Пространственные распределения компонентов флюидов были получены путем прямого гидродинамического моделирования методом функционала плотности [13]. Пористость скелета породы использованной модели составляет 19.2%. Распределения насыщающих модель флюидов соответствуют водонасыщенностям  $sw = 0\%, 10\%, \dots, 100\%$ , полученным для двух случаев: материал породы считался водосмачиваемым или нефтесмачиваемым.

Скелет породы использованных моделей изображен на рис. 1а, при этом поровое пространство модели сделано прозрачным. На рис. 1б представлен трехмерный вид двухфазного распределения нефти (красный) и воды (синий) в модели с водонасыщенностью  $sw = 0.5$  в случае, когда материал породы считался водосмачиваемым. Материал породы при этом сделан прозрачным.

Определение эффективных характеристик моделей проводилось в двух взаимно ортогональных направлениях: граничные условия соответствовали случаю приложения внешнего поля либо вдоль оси  $OZ$ , либо вдоль оси  $OY$ .

Для исследования влияния, оказываемого на результаты моделирования учетом зависимости параметров компонентов модели от частоты, проводилось сравнение результатов расчетов в двух случаях: в первом случае учитывалась спектральная зависимость характеристик одной из фаз (воды); во втором случае характеристики всех компонентов модели не зависели от частоты. Более сложный случай, когда от частоты зависят параметры всех образующих модель веществ, в представленной работе не рассматривался.

Комплексная проводимость ячеек, заполненных веществами с независимыми от частоты  $\omega$  характеристиками, определялась в соответствии с (2) по заданным для каждого из веществ величинам проводимости  $\tilde{\sigma}(\mathbf{r}, \omega)$  и диэлектрической проницаемости  $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}, \omega)$ , которые считались вещественными. Во всех расчетах

характеристики породы и нефти не зависели от частоты и по величине соответствовали табличным значениям на нулевой частоте:  $\tilde{\sigma}_{\text{rock}} = 10^{-5}$  См/м,  $\tilde{\epsilon}_{\text{rock}} = 4$ ,  $\tilde{\sigma}_{\text{oil}} = 10^{-4}$  См/м и  $\tilde{\epsilon}_{\text{oil}} = 2$ .

Для описания частотной зависимости характеристик воды использовалась модель дебаевской диэлектрической релаксации с дополнительным слагаемым, соответствующим проводимости по постоянному току [19, 20]:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon^*(\infty) + \frac{\epsilon^*(0) - \epsilon^*(\infty)}{1 + i\omega\tau} - \frac{i\sigma^*(0)}{\omega\epsilon_0}, \quad (9)$$

где  $\epsilon(\omega)$  — комплексная относительная диэлектрическая проницаемость,  $\epsilon^*(0)$  и  $\epsilon^*(\infty)$  — диэлектрические проницаемости воды на нулевой частоте и в пределе больших частот соответственно,  $\sigma^*(0)$  — проводимость воды на нулевой частоте,  $\tau$  — характерное время диэлектрической релаксации. Величина комплексной проводимости определялась по комплексной относительной диэлектрической проницаемости (9) в соответствии с соотношением (2).

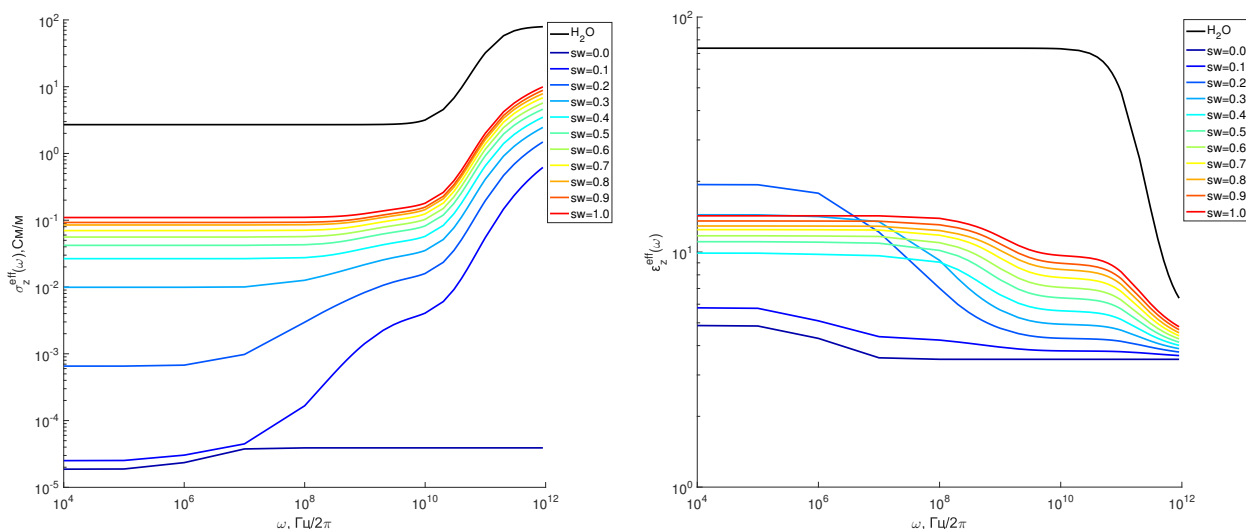


Рис. 2. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для водосмачиваемой модели в направлении OZ при учете зависимости характеристик воды от частоты

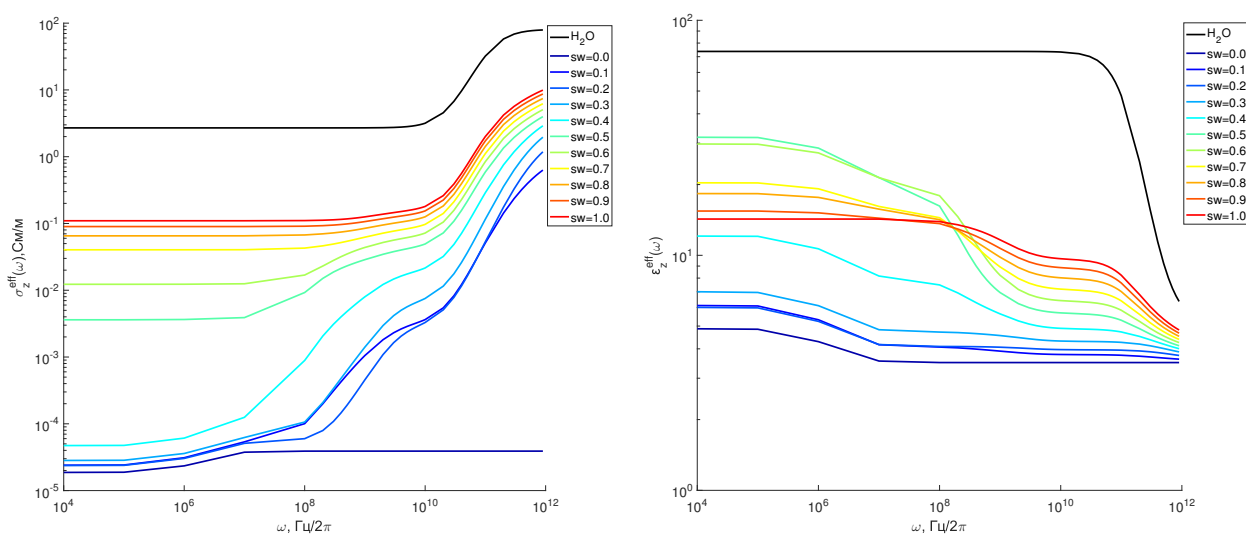


Рис. 3. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для нефтесмачиваемой модели в направлении OZ при учете зависимости характеристик воды от частоты

При расчетах с учетом зависимости характеристик воды от частоты использовались приведенные в [21] параметры модели диэлектрической релаксации, соответствующие проводимости на нулевой ча-

стоте  $\sigma^*(0) = 2.7$  См/м (концентрация раствора NaCl  $\sim 50$  г/л):  $\varepsilon^*(0) = 73.7$ ,  $\varepsilon^*(\infty) = 5$ ,  $\tau = 7.8$  пс. Определяемая этими параметрами частотная зависимость проводимости и относительной диэлектрической проницаемости воды изображена черной сплошной линией на всех приведенных ниже иллюстрациях с целью задания единого масштаба при представлении полученных результатов.

Полученные при использовании описанных параметров компонентов модели результаты расчетов спектральных зависимостей эффективной проводимости  $\sigma_{z,y}^{\text{eff}}(\omega)$  и эффективной относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{z,y}^{\text{eff}}(\omega)$  в направлениях  $OZ$  и  $OY$  приведены на рис. 2–3 и рис. 4–5 соответственно.

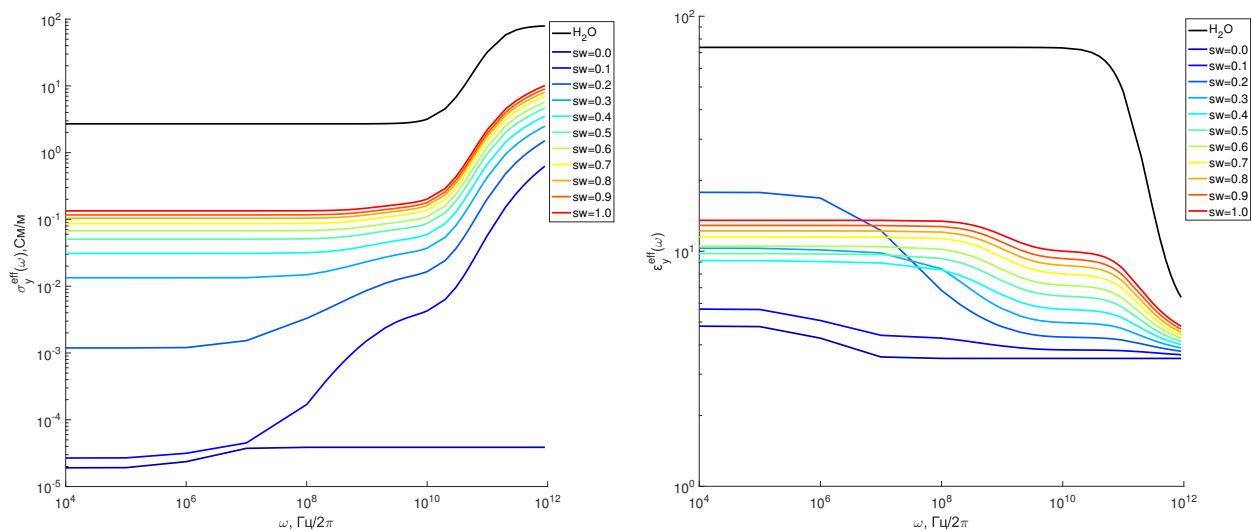


Рис. 4. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для водосмачиваемой модели в направлении  $OY$  при учете зависимости характеристик воды от частоты

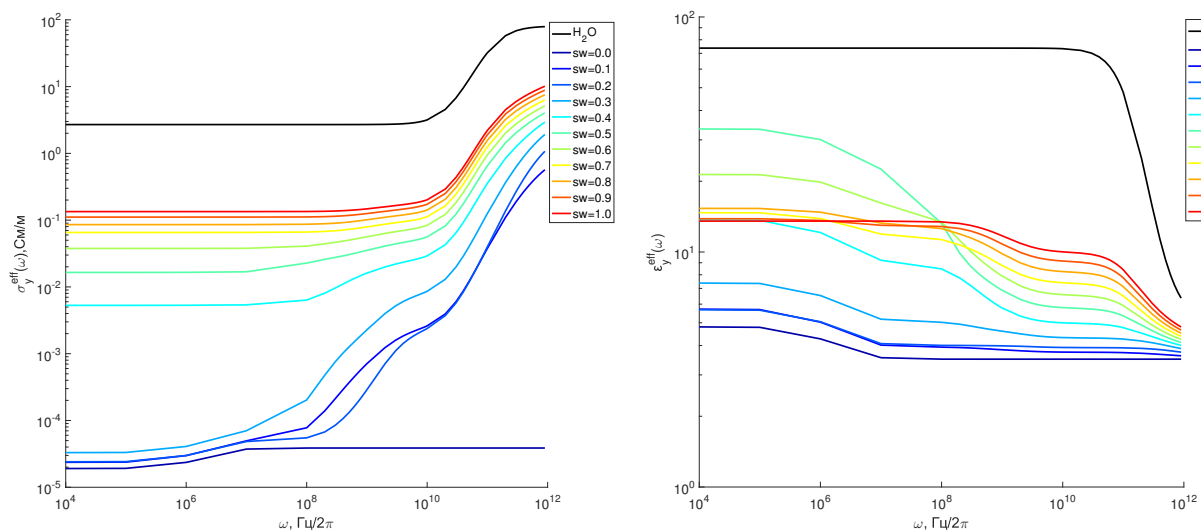


Рис. 5. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для нефтесмачиваемой модели в направлении  $OY$  при учете зависимости характеристик воды от частоты

Из приведенных на графиках результатов видно, что, несмотря на сравнительно небольшой размер модели, зависимость эффективных характеристик среды от направления незначительна. Это объясняется высокой степенью изотропии материала песчаника Begea. Следует также отметить существенную разницу между результатами для распределений насыщающих компонентов при различных условиях смачиваемости материала породы. Этот факт обусловлен разной структурой распределения фаз в модели.

Кроме того, следует обратить внимание на тот факт, что в случае низких частот на графиках от-

носительной диэлектрической проницаемости наблюдается немонотонность от водонасыщенности при постоянной частоте при обоих рассмотренных условиях смачиваемости породы. В случае водосмачиваемой породы при водонасыщенностях  $sw = 0.2-0.3$  величина  $\epsilon_z^{\text{eff}}(\omega)$  превосходит значения при  $sw = 1.0$ , хотя вода обладает наибольшей диэлектрической проницаемостью в системе. В случае нефтесмачиваемой породы подобное поведение наблюдается при  $sw = 0.5-0.7$ . Следует подчеркнуть, что данный эффект наблюдается при мельчении шага разностной сетки и, следовательно, не связан с особенностями сходимости численного метода. Качественно данный эффект объясняется тем, что при уменьшении водонасыщенности постепенно разрываются связные водные каналы, определяющие в низкочастотном пределе проводимость системы, и в то же время образуются тонкие прослойки нефти, обладающие низкой проводимостью, но приносящие значительный вклад в мнимую часть эффективной комплексной проводимости системы и, следовательно, существенно увеличивающие эффективную относительную диэлектрическую проницаемость системы.

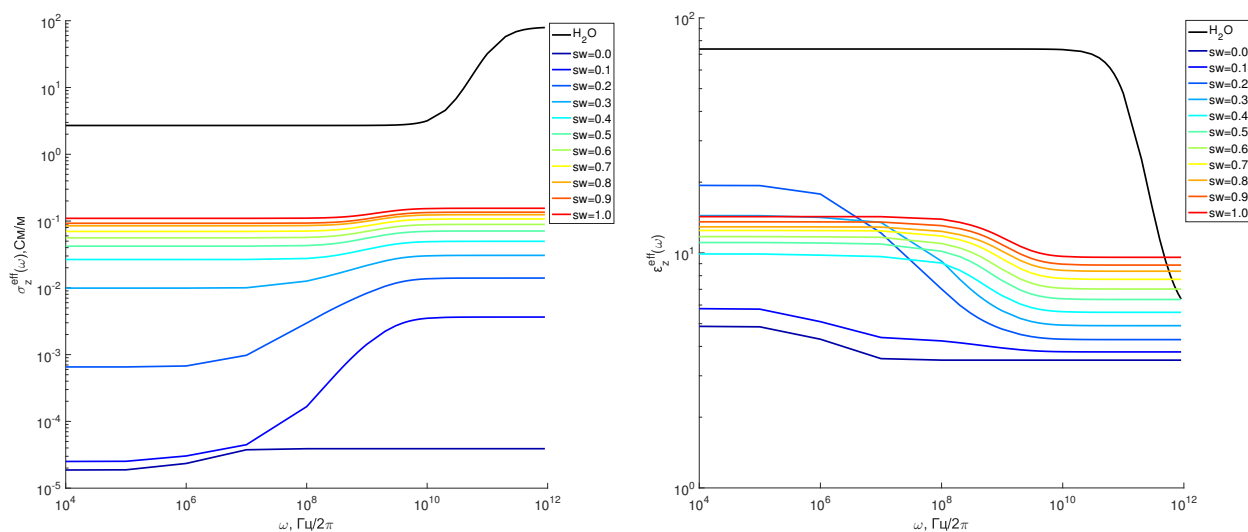


Рис. 6. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для водосмачиваемой модели в направлении  $OZ$  без учета зависимости характеристик воды от частоты

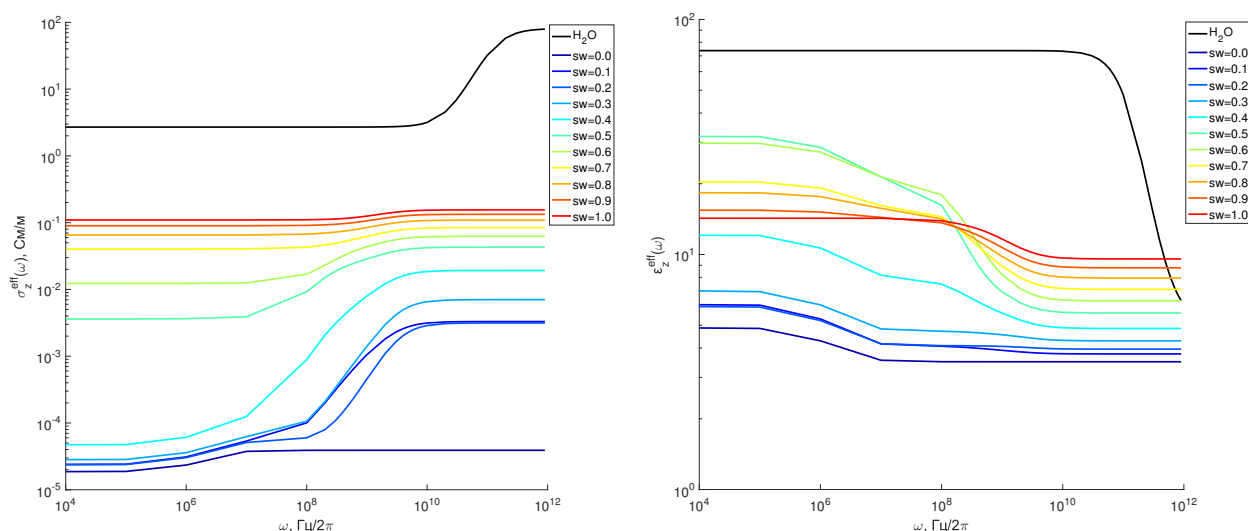


Рис. 7. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для нефтесмачиваемой модели в направлении  $OZ$  без учета зависимости характеристик воды от частоты

При расчетах без учета зависимости характеристик веществ от частоты для задания параметров воды использовались величины  $\tilde{\sigma}_{\text{wat}}(0) = 2.7 \text{ См/м}$ ,  $\tilde{\epsilon}_{\text{wat}} = 73.7$ , совпадающие со значениями в случае учета спектральной зависимости свойств воды на низких частотах. Результаты расчетов эффективных

спектральных характеристик моделей в этом случае в направлениях  $OZ$  и  $OY$  приведены соответственно на рис. 6–7 и рис. 8–9. Следует подчеркнуть, что изображенная черной сплошной линией на этих графиках кривая соответствует параметрам воды, использованным при расчетах с учетом частотной зависимости, и на частотах ниже  $10^7$  Гц/ $2\pi$  ее значения совпадают с использованными при расчетах без учета частотной зависимости величинами.

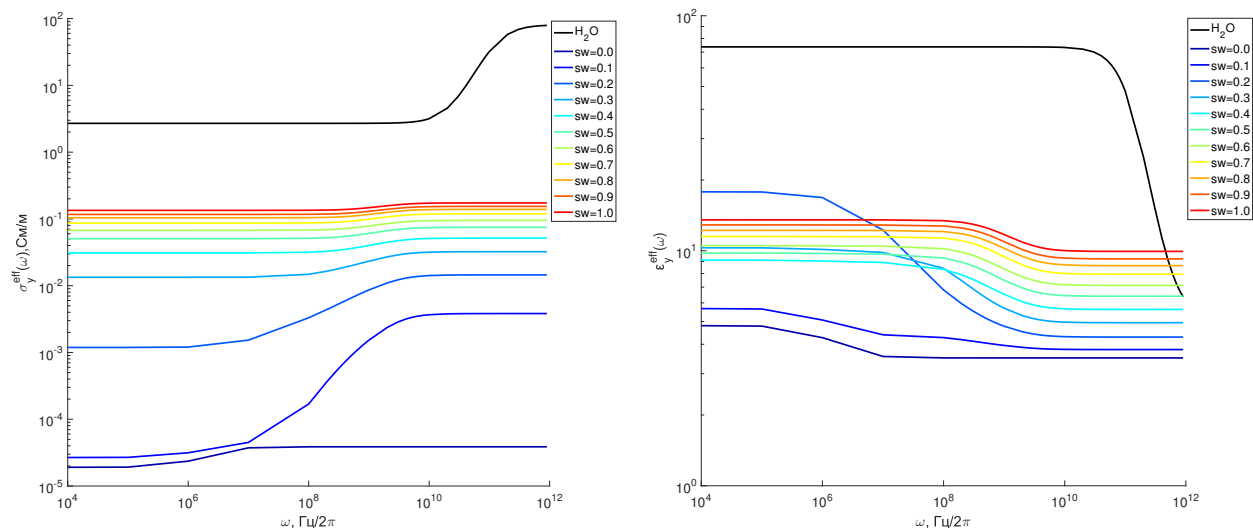


Рис. 8. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для водосмачиваемой модели в направлении  $OY$  без учета зависимости характеристик воды от частоты

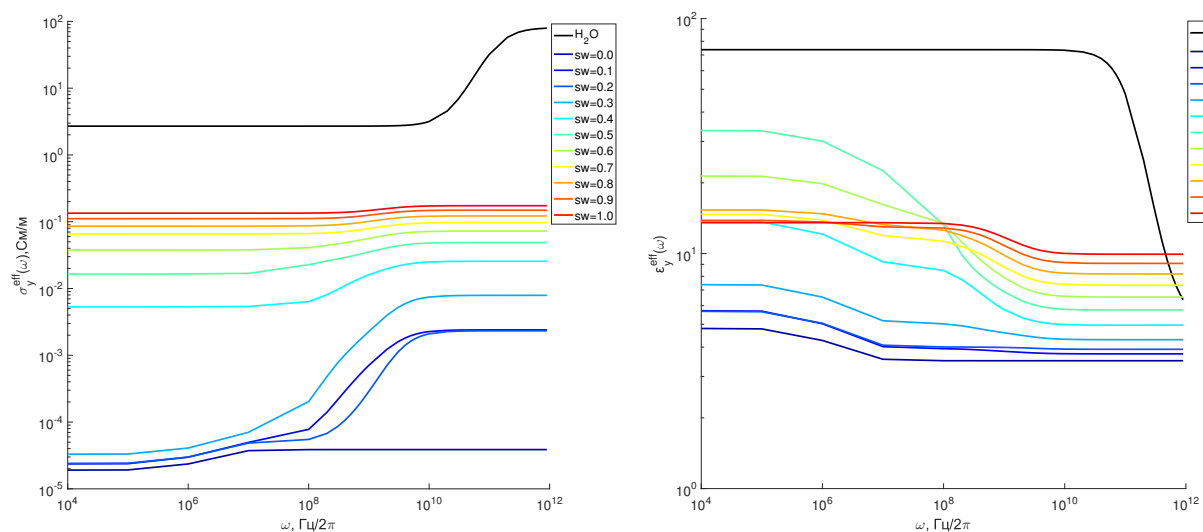


Рис. 9. Частотные зависимости эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для нефтесмачиваемой модели в направлении  $OY$  без учета зависимости характеристик воды от частоты

Из приведенных на графиках результатов видно, что учет частотной зависимости хотя бы одного компонента модели (в данном случае воды) может оказать существенное влияние на эффективные характеристики системы. Однако, так как частотная зависимость объемных характеристик воды проявляется на частотах, больших  $\omega \sim 10^{10}$  Гц/ $2\pi$ , связанная с ней особенность на графиках тоже существует лишь на этих частотах. Поэтому можно утверждать, что особенности в спектральных зависимостях эффективной проводимости и относительной диэлектрической проницаемости на частотах, меньших  $\omega \sim 10^8$  Гц/ $2\pi$ , обусловлены структурой распределения компонентов модели и соотношением их характеристик.

С целью исследования влияния соотношения между характеристиками флюидов на результаты расчетов было проведено сравнение для двух различных спектральных зависимостей параметров воды.



При сравнении использовались результаты для случая с  $\sigma^*(0) = 2.7$  См/м, уже представленного выше, и результаты для случая с меньшей соленостью:  $\sigma^*(0) = 0.57$  См/м,  $\varepsilon^*(0) = 77.3$ ,  $\varepsilon^*(\infty) = 4.7$ ,  $\tau = 7.9$  пс. Выбор именно водной фазы для изменения параметров обусловлен тем фактом, что в указанных условиях характеристики воды гораздо сильнее отличаются от характеристик породы и нефти, чем те между собой. Для сравнения использовались модели с водонасыщенностями  $sw = 100\%$  и  $sw = 50\%$ . На рис. 10 представлены результаты сравнения эффективных спектральных характеристик в описанных случаях, результаты для воды с меньшей соленостью изображены пунктирными линиями, с большей соленостью — сплошными линиями. При водонасыщенности  $sw = 50\%$  результаты приведены и для случая водосмачиваемой породы (суффикс “ww” в легенде, зеленые графики) и для нефтесмачиваемой (суффикс “ow” в легенде, красные графики).

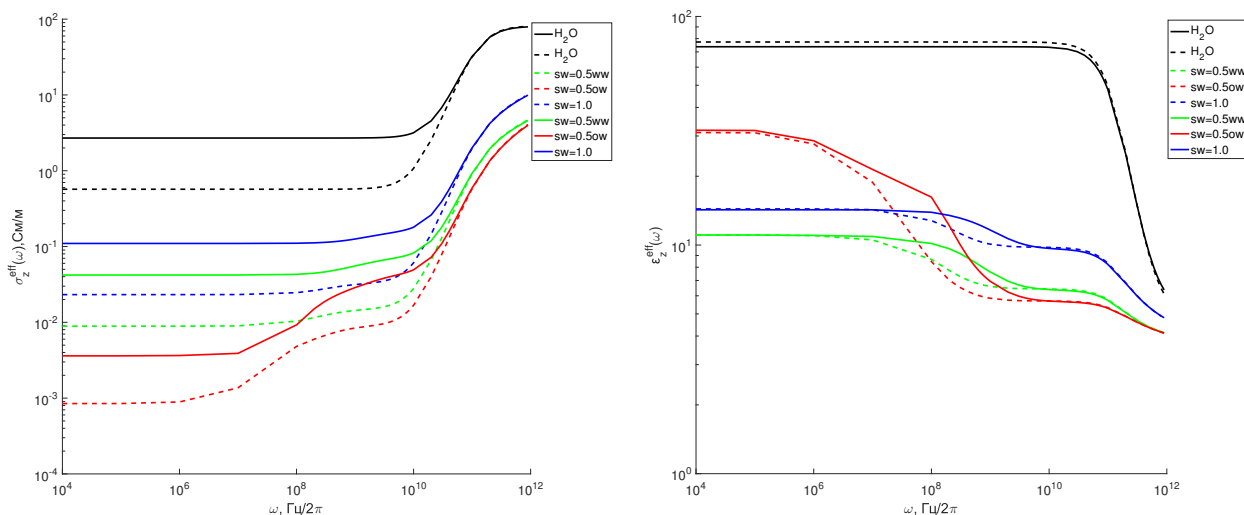


Рис. 10. Сравнение частотных зависимостей эффективной проводимости (а) и эффективной относительной диэлектрической проницаемости (б) для водосмачиваемого (ww) и нефтесмачиваемого (ow) случаев при различных параметрах водной фазы

Как видно из приведенных графиков, все различия между эффективными характеристиками моделей наблюдаются на частотах, меньших  $10^{11}$  Гц/2π, что является следствием малости различий между параметрами воды при различных соленостях на больших частотах в модели (9). Различия в эффективных проводимостях на малых частотах при этом носят характер масштабирования в соответствии со средней проводимостью насыщающего поровое пространство флюида. Такое поведение согласуется с предсказаниями эмпирически полученного закона Арчи [1], часто используемого при интерпретации данных электрорезистивного каротажа. В то же время на графиках эффективной относительной диэлектрической проницаемости значительно лучше видно влияние солености на характерные частоты спектральных зависимостей. Так, уменьшение проводимости водной фазы приводит к уменьшению характерной частоты, обусловленной соотношением характеристик компонентов модели ( $\sim 10^8$ – $10^9$  Гц/2π сплошные линии правее пунктирных при всех  $sw$ ). Подобная зависимость хорошо согласуется с представленными в работе [10] результатами, полученными в ходе моделирования на искусственных двухкомпонентных моделях.

Следует отметить, что в настоящей статье приводятся примеры применения описанного подхода численного моделирования для расчета эффективных спектральных характеристик значительно упрощенных моделей пористых сред. Так, значительное влияние на результаты моделирования могут оказать учет существенно более сложного компонентного состава (в том числе взаимная растворимость компонентов) флюидов и многоминеральной структуры породы, а также учет спектральных зависимостей характеристик каждого из компонентов модели.

Помимо того следует заметить, что значительное влияние на эффективные характеристики пористых сред могут оказывать поверхностные эффекты [22, 23]. Для учета влияния этих эффектов описанный в представленной статье метод может быть модифицирован по аналогии с работами [24, 25] путем использования регулярных неоднородных расчетных сеток.

**5. Выводы.** В настоящей статье описан метод численного моделирования частотной зависимости эффективных электрических характеристик (электрической проводимости и эффективной проницаемости) насыщенных пористых сред.

С его помощью впервые проведены расчеты эффективной электрической проводимости и эффек-

тивной относительной диэлектрической проницаемости трехмерных моделей пористых сред, неоднородно насыщенных путем прямого гидродинамического моделирования методом функционала плотности.

Рассматриваемый метод позволяет проводить моделирование с учетом реальных зависимостей характеристик образующих модель веществ от частоты. В работе проведено исследование влияния учета реальной зависимости характеристик водной фазы от частоты на эффективные характеристики модели.

Кроме того, проведено исследование влияния соотношения характеристик различных компонентов модели на ее эффективные спектральные характеристики. В частности, проведено сравнение результатов расчетов для двух спектральных зависимостей воды, соответствующих различным соленостям.

Все полученные с помощью представленного метода численного моделирования результаты непротиворечивы и хорошо согласуются с ранее продемонстрированными другими исследователями качественными зависимостями. Данный подход можно использовать для моделирования эффективных электромагнитных характеристик насыщенных пористых сред с учетом реальных спектральных зависимостей образующих модель компонентов.

Авторы выражают искреннюю благодарность И.Л. Софронову, А.Ю. Демьянову и О.Ю. Динариеву за продуктивные обсуждения проблем, возникавших в ходе выполнения работы.

Авторы также благодарят Московский научно-исследовательский центр Шломберже за поддержку и разрешение опубликовать результаты работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Archie G.E. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics // Transactions of the AIME. 1942. **146**. 54–62.
2. Knight R., Abad A. Rock/water interaction in dielectric properties: experiments with hydrophobic sandstones // Geophysics. 1995. Vol. 60, N 2. 431–436.
3. Bona N., Rossi E., Venturini C., et al. Characterization of rock wettability through dielectric measurements // Oil & Gas Science and Technology. 1998. **53**, N 6. 771–783.
4. Johnson D.L., Koplík J., Schwartz L.M. New pore-size parameter characterizing transport in porous media // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**, N 20. 2564–2567.
5. Niu Q., Revil A. Connecting complex conductivity spectra to mercury porosimetry of sedimentary rocks // Geophysics. 2016. **81**, N 1. E17–E32.
6. Debye P. Polar molecules. New York: Dover, 1945.
7. Cole K.S., Cole R.H. Dispersion and absorption in dielectrics I. Alternating Current Characteristics // J. Chem. Phys. 1941. **9**, N 4. 341–351.
8. Sihvola A. Mixing rules with complex dielectric coefficients // Subsurface Sensing Technologies and Applications. 2000. **1**, N 4. 393–415.
9. Asami K. Dielectric dispersion in biological cells of complex geometry simulated by the three-dimensional finite difference method // Journal of Physics D: Applied Physics. 2006. **39**, N 3. 492–499.
10. Luo M., Pan H. A numerical study on the relation between the electrical spectra of a mixture and the electrical properties of the components of the mixture // Journal of Applied Geophysics. 2015. **112**. 33–41.
11. Toumelin E., Torres-Verdin C., Bona N. Improving petrophysical interpretation with wide-band electromagnetic measurements // SPE Journal. 2008. **13**, N 2. 205–215.
12. Mees F., Swennen R., van Geet M., Jacobs P. Applications of X-ray computed tomography in the geosciences // Applications of X-Ray Computed Tomography in the Geosciences. Vol. 215. London: Geological Society, 2003. 1–6.
13. Демьянов А.Ю., Динариев О.Ю., Евсеев Н.В. Основы метода функционала плотности в гидродинамике. М.: Физматлит, 2009.
14. Семенов Н.А. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973.
15. Rothwell E.J., Cloud M.J. Electromagnetics. Boca Raton: CRC Press, 2008.
16. Никольский В.В. Теория электромагнитного поля. М.: Высшая школа, 1961.
17. Sleijpen G.L.G., Fokkema D.R. Bicgstab (L) for linear equations involving unsymmetric matrices with complex // Electronic Transactions on Numerical Analysis. 1993. **1**. 11–32.
18. PETSc User's Manual. <http://www.mcs.anl.gov/petsc>.
19. Nörtemann K., Hilland J., Kaatz U. Dielectric properties of aqueous NaCl solutions at microwave frequencies // J. Phys. Chem. A. 1997. **101**, N 37. 6864–6869.
20. Köhler M., Lunkenheimer P., Loidl A. Dielectric and conductivity relaxation in mixtures of glycerol with LiCl // The European Physical Journal E. 2008. **27**, N 2. 115–122.
21. Midi N.S., Sasaki K., Ohyama R., Shinyashiki N. Broadband complex dielectric constants of water and sodium chloride aqueous solutions with different DC conductivities // IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering. 2014. **9**, N S1. S8–S12.
22. Weller A., Breede K., Slater L., Nordsiek S. Effect of changing water salinity on complex conductivity spectra of sandstones // Geophysics. 2011. **76**, N 5. F315–F327.

23. *Revil A., Skold M.* Salinity dependence of spectral induced polarization in sands and sandstones // *Geophys. J. Int.* 2011. **187**, N 2. 813–824.
24. *Демьянов А.Ю., Динариев О.Ю., Лисицын Д.А.* Метод расчета электрических свойств насыщенных горных пород, учитывающий поверхностную проводимость // *Компьютерные исследования и моделирование.* 2015. **7**, № 5. 1081–1088.
25. *Zhan X., Schwartz L.M., et al.* Pore-scale modeling of electrical and fluid transport in Berea sandstone // *Geophysics.* 2010. **75**, N 5. F135–F142.

Поступила в редакцию  
6.09.2016

---

## Frequency Dependence Simulation of Electromagnetic Characteristics for Saturated Porous Media

D. A. Lisitsin<sup>1</sup> and L. E. Dovgilovich<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Moscow Institute of Physics and Technology, Faculty of Problems of Physics and Energetics; Institutskii pereulok 9, Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia; Graduate Student, e-mail: lisicindm@gmail.com*

<sup>2</sup> *Schlumberger Moscow Research Center; ulitsa Pudovkina 13, Moscow, 119285, Russia; Ph.D., Scientist, e-mail: ldovgilovich@slb.com*

Received September 6, 2016

**Abstract:** A method to perform numerical simulations of effective spectral electromagnetic characteristics for porous media saturated with multicomponent fluid is proposed. This method is applied to numerical models of porous media whose fluid component distribution is determined by the direct hydrodynamic simulation using the density functional method. The numerical results obtained for the effective electrical conductivity and relative dielectric permittivity of porous media with various water saturation values and rock wettability are discussed. The results obtained with consideration of the frequency dependence of one of the fluid components and without considering such a dependence are compared. The effect of the relation between the electrical characteristics of components in the model on the effective parameters is analyzed.

**Keywords:** numerical simulation, electromagnetic properties, electromagnetic dispersion, saturated porous medium, electrical conductivity, dielectric permittivity.

### References

1. G. E. Archie, "The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics," *Trans. Amer. Inst. Min. Metall. Eng.* **146**, 54–62 (1942).
2. R. Knight and A. Abad, "Rock/Water Interaction in Dielectric Properties: Experiments with Hydrophobic Sandstones," *Geophysics* **60** (2), 431–436 (1995).
3. N. Bona, E. Rossi, C. Venturini, et al., "Characterization of Rock Wettability through Dielectric Measurements," *Oil Gas Sci. Technol.* **53** (6), 771–783 (1998).
4. D. L. Johnson, J. Koplik, and L. M. Schwartz, "New Pore-Size Parameter Characterizing Transport in Porous Media," *Phys. Rev. Lett.* **57** (20), 2564–2567 (1986).
5. Q. Niu and A. Revil, "Connecting Complex Conductivity Spectra to Mercury Porosimetry of Sedimentary Rocks," *Geophysics* **81** (1), E17–E32 (2016).
6. P. Debye, *Polar Molecules* (Dover, New York, 1945).
7. K. S. Cole and R. H. Cole, "Dispersion and Absorption in Dielectrics I. Alternating Current Characteristics," *J. Chem. Phys.* **9** (4), 341–351 (1941).
8. A. Sihvola, "Mixing Rules with Complex Dielectric Coefficients," *Subsur. Sensing Technol. Appl.* **1** (4), 393–415 (2000).
9. K. Asami, "Dielectric Dispersion in Biological Cells of Complex Geometry Simulated by the Three-Dimensional Finite Difference Method," *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** (3), 492–499 (2006).
10. M. Luo and H. Pan, "A Numerical Study on the Relation between the Electrical Spectra of a Mixture and the Electrical Properties of the Components of the Mixture," *J. Appl. Geophys.* **112**, 33–41 (2015).

11. E. Toumelin, C. Torres-Verdin, and N. Bona, "Improving Petrophysical Interpretation with Wide-Band Electromagnetic Measurements," *SPE J.* **13** (2), 205–215 (2008).
12. F. Mees, R. Swennen, M. van Geet, and P. Jacobs, "Applications of X-Ray Computed Tomography in the Geosciences," in *Applications of X-Ray Computed Tomography in the Geosciences* (Geological Society, London, 2003), Vol. 215, pp. 1–6.
13. A. Yu. Dem'yanov, O. Yu. Dinariev, and N. V. Evseev, *Foundations of the Density Functional Method in Hydrodynamics* (Fizmatlit, Moscow, 2009) [in Russian].
14. N. A. Semenov, *Theoretical Electrodynamics* (Svyaz', Moscow, 1973) [in Russian].
15. E. J. Rothwell and M. J. Cloud, *Electromagnetics* (CRC Press, Boca Raton, 2008).
16. V. V. Nikol'skii, *The Electromagnetic Field Theory* (Vysshaya Shkola, Moscow, 1961) [in Russian].
17. G. L. G. Sleijpen and D. R. Fokkema, "BICGSTAB(L) for Linear Equations Involving Unsymmetric Matrices with Complex Spectrum," *Electron. Trans. Numer. Anal.* **1**, 11–32 (1993).
18. PETSc User's Manual. <http://www.mcs.anl.gov/petsc>. Cited November 1, 2016.
19. K. Nörtemann, J. Hilland, and U. Kaatze, "Dielectric Properties of Aqueous NaCl Solutions at Microwave Frequencies," *J. Phys. Chem. A* **101** (37), 6864–6869 (1997).
20. M. Köhler, P. Lunkenheimer, and A. Loidl, "Dielectric and Conductivity Relaxation in Mixtures of Glycerol with LiCl," *Eur. Phys. J. E* **27** (2), 115–122 (2008).
21. N. S. Midi, K. Sasaki, R. Ohyaama, and N. Shinyashiki, "Broadband Complex Dielectric Constants of Water and Sodium Chloride Aqueous Solutions with Different DC Conductivities," *IEEJ Trans. Electr. Electr. Eng.* **9** (S1), S8–S12 (2014).
22. A. Weller, K. Breede, L. Slater, and S. Nordsiek, "Effect of Changing Water Salinity on Complex Conductivity Spectra of Sandstones," *Geophysics* **76** (5), F315–F327 (2011).
23. A. Revil and M. Skold, "Salinity Dependence of Spectral Induced Polarization in Sands and Sandstones," *Geophys. J. Int.* **187** (2), 813–824 (2011).
24. A. Yu. Demianov, O. Yu. Dinariev, and D. A. Lisitsin, "Numerical Simulation of Electromagnetic Properties of the Saturated Rock Media with Surface Conductivity Effects," *Komp'yut. Issled. Model.* **7** (5), 1081–1088 (2015).
25. X. Zhan, L. M. Schwartz, M. N. Torksöz, et al., "Pore-Scale Modeling of Electrical and Fluid Transport in Berea Sandstone," *Geophysics* **75** (5), F135–F142 (2010).