

УДК 532.54

doi 10.26089/NumMet.v17r435

ГИБРИДНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ СОВМЕСТНОГО РАСЧЕТА МНОГОМАСШТАБНЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С УЧЕТОМ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Е. И. Михиенкова¹, С. А. Филимонов², А. А. Дектерев³

Предложен гибридный алгоритм, позволяющий решать задачи потокораспределения в модели, состоящей одновременно из пространственных элементов и 0-мерных (сетевых) элементов, потокораспределение в которых моделируется методами теории гидравлических цепей (ТГЦ). Алгоритм основан на SIMPLE-подобной процедуре связи потоков (скоростей) и поля давления в расчетной области. Для гибридной модели строится единая система уравнений на поправку давления для сети и пространственных областей. Потоки в соответствующих подобластях определяются либо как в ТГЦ, либо как в вычислительной гидродинамике. В тепловой части задачи связь между пространственной и сетевой областями осуществляется путем сноса энthalпии потока вниз по течению. Приведено сравнение результатов расчета гибридной модели с экспериментальными данными и пространственными расчетами.

Ключевые слова: численное моделирование, вычислительная гидродинамика, теория гидравлических цепей, гибридный 3D/0D-алгоритм.

Введение. В настоящее время численное моделирование задач гидродинамики играет существенную роль при исследовании различных природных и технологических систем, а также при проектировании новых устройств и механизмов. При этом существует несколько подходов к моделированию, основанных на пространственных моделях (1-, 2- и 3-мерные) и на 0-мерных (балансовых) моделях, построенных на базе теории гидравлических цепей (ТГЦ). Пространственные модели, в основном, используются для расчета сложных элементов, характер течения в которых играет существенную роль. ТГЦ-модели применяют для расчета систем, в которых достаточно знать лишь интегральные характеристики потока. Оба подхода имеют свои достоинства и недостатки: пространственное моделирование позволяет получить более точный результат (поля скорости, давления, температуры и др.), но требует высоких вычислительных затрат; ТГЦ-модели позволяют получить только интегральные характеристики при существенно меньших вычислительных затратах.

В этой связи при моделировании систем, в которых присутствуют как сложные пространственные элементы, так и наборы различных труб и каналов, предпочтительно создавать гибридные (многомасштабные) модели. Примеры таких систем очень многообразны: от кровеносной системы человека [1, 2] до расчетов проточного тракта гидравлических станций [3] и впадения рек в озера и океаны [4, 5]. В указанных работах в большинстве случаев сетевая и многомерная части решаются отдельными программными продуктами, а на границах раздела моделей происходит обмен краевыми условиями после каждой итерации при помощи дополнительных модулей. Такой подход может привести к неустойчивости решения и увеличению времени сходимости. Ранее был предложен и реализован алгоритм, позволяющий совместно решать сетевую и многомерную задачи в рамках одного кода [6], который был реализован на базе программного комплекса вычислительной гидродинамики SigmaFlow [7–10].

1. Математическая модель. Пространственная часть задачи решается при помощи методов вычислительной гидродинамики [11–14]. Течение жидкости в пространственной части описывается уравнениями Рейнольдса

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \nabla (\hat{\tau}^m + \hat{\tau}^t) + \mathbf{F}, \quad (1)$$

где p — давление, \mathbf{v} — вектор скорости, ρ — плотность, \mathbf{F} — вектор объемных сил, $\hat{\tau}^m$ — тензор вязких

¹ Сибирский федеральный университет, просп. Свободный, 79/10, 660041, г. Красноярск; аспирант, e-mail: mihienkova_evgeniya@mail.ru

² ООО «ТОРИНС», Академгородок, 50/44, 660036, г. Красноярск; науч. сотр., e-mail: bdk@box.ru

³ Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, просп. Лаврентьева, 1, 630090, г. Новосибирск; ст. науч. сотр., e-mail: dekterev@mail.ru

напряжений и $\hat{\tau}^t$ — тензор турбулентных напряжений Рейнольдса:

$$\tau_{ij}^m = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad \tau_{ij}^t = \mu_t \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k.$$

Здесь v_i — компоненты вектора скорости (м/с), μ и μ_t — молекулярная и турбулентная вязкость жидкости (Па·с), k — удельная кинетическая энергия турбулентных пульсаций ($\text{м}^2/\text{с}^2$). Для замыкания уравнений при турбулентном режиме течения использовалась модель $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) [15]. Граничные условия для турбулентных характеристик на границе двух частей задач были заданы исходя из условий Неймана.

Закон сохранения энергии для пространственной части задачи записывается в форме

$$\nabla \cdot (\rho v h) = \nabla (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{Pr_t} \nabla h \right) + S_h,$$

где h — энтальпия, λ — коэффициент теплопроводности, T — температура, μ_t — турбулентная вязкость, Pr_t — турбулентное число Прандтля, S_h — источниковый член, отвечающий за приток (отток) энергии в процессе химического реагирования, излучения или каких-либо других процессов.

Для дискретизации уравнений гидродинамики в пространственной области применяется метод контрольного объема, используется неструктурированная сетка из гексаэдральных ячеек, значения искомых переменных определяются в центрах контрольных объемов.

Для описания сетевой части задачи используются методы теории гидравлических цепей [16, 17], в которых сеть представляется набором узлов и ветвей. Дискретизация задачи выполнена на основе простого ориентированного графа [18] (рис. 1). Под графом понимается множество узлов и ветвей, их соединяющих. Каждой ветви задается направление, т. е. определяется понятие начального и конечного узла. Так как задано условие простого графа, то одну пару узлов может соединить только одна ветвь, а также нет ветвей, у которых начало и конец совпадают (петли).

Для описания непосредственно сетевой задачи введем соответствующие обозначения: множество узлов обозначим N , множество ветвей (труб) — U . Пусть O_i является подмножеством ветвей, начинающихся в i -м узле, а I_i — подмножеством ветвей, заканчивающихся в i -м узле. Соответственно с каждой ветвью соотносится пара узлов с обозначением N_{in} — начальный и N_{out} — конечный. Направление ветви задается от начального узла к конечному, соответственно величина расхода (q_l) и скорости (u_l) на ветви могут принимать как положительное значение (течение жидкости совпадает с направлением ветви), так и отрицательное. Следует также отметить, что в общем случае большинство узлов в сети между собой не связаны, в среднем на каждый узел приходится две-четыре ветви. Следовательно, из всего множества ветвей U_{ij} , $i, j \in N$, необходимо выделить только сравнительно небольшое подмножество непустых ветвей. Такой подход позволяет задать матрицу связей для всего графа в виде

$$D_{il} = \begin{cases} 1, & \text{если } l \in O_i, \\ -1, & \text{если } l \in I_i, \\ 0, & \text{если иначе,} \end{cases} \quad (2)$$

где l — номер ветви; $l \in O_i$ — множество ветвей, исходящих из i -го узла; $l \in I_i$ — множество ветвей, входящих в i -й узел. Используя выражение (2), задачу потокораспределения в сети можно свести к сочетанию

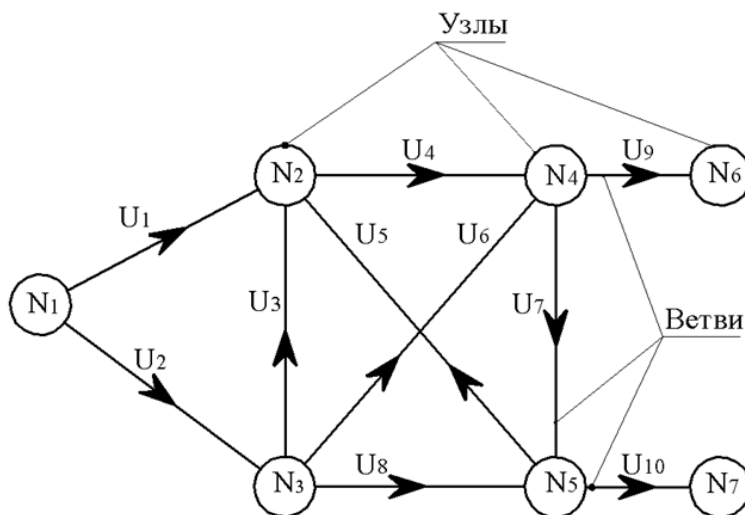


Рис. 1. Дискретизация сетевой части задачи (ориентированный граф)

закона сохранения массы в узле (см. (3)) и закона сопротивления в трубе (см. (4)):

$$\sum_{l \in U_i} D_{il} q_l = Q_i, \quad i \in N, \quad (3)$$

$$s_l |q_l| \cdot q_l = \sum_{i \in N} D_{il} \cdot p_{D_i} + h_l, \quad l \in U. \quad (4)$$

Здесь q_l — массовый поток на ветви (кг/с), Q_i — источник массы, существующий в узле (кг/с), p_{D_i} — давление в узле (Па), h_l — дополнительный напор на ветви (Па), s_l — коэффициент сопротивления, определяемый по формуле

$$s_l = \left(\xi + \frac{\lambda_{fr} \cdot l}{d} \right) \frac{1}{2 \cdot \rho \cdot f^2},$$

где λ_{fr} — коэффициент линейного трения, d — гидравлический диаметр ветви (м), l — длина ветви (м), f — площадь сечения трубы (м), ξ — коэффициент местного сопротивления.

Сопротивление трения обусловлено вязкостью (как молекулярной, так и турбулентной) жидкостей и газов. Коэффициент линейного трения λ_{fr} определяется эмпирическим путем и зависит от режима течения (числа Рейнольдса Re) и шероховатости стенки трубы.

$$\text{Выделяют три режима: } \begin{cases} Re < 2000, & \text{ламинарный,} \\ 2000 \leq Re \leq 4000, & \text{переходный,} \\ Re > 6000, & \text{турбулентный.} \end{cases}$$

В ламинарном режиме течения в трубе круглого сечения уравнения движения имеют аналитическое решение [19], известное как формула Гагена–Пуазейля: $\lambda_{fr} = \frac{64}{Re}$.

При переходном и турбулентном режимах течения аналитического решения нет, поэтому коэффициент линейного трения определяется эмпирическим путем. Для переходного режима в нашей программе используется кубическая интерполяция диаграммы Moody из работы [20]:

$$\begin{aligned} \lambda_{fr} &= \left(X_1 + R(X_2 + R(X_3 + X_4)) \right), \quad R = \frac{1}{2000} Re, \\ X_1 &= 7FA - FB, \quad X_2 = 0.128 - 17FA + 2.5FB, \quad X_3 = -0.128 + 13FA - 2FB, \\ X_4 &= R(0.032 + 3FA + 0.5FB), \quad FA = (Y_3)^{(-2)}, \quad FB = FA(2 - 0.00514215/(Y_2)(Y_3)), \\ Y_2 &= \delta/3.7d + 5.74/Re^{0.9}, \quad Y_3 = -0.86859 \ln(\delta/3.7d + 5.74/4000^{0.9}), \end{aligned}$$

где δ — шероховатость поверхности трубы, d — диаметр трубы. В случае турбулентного течения коэффициент линейного трения рассчитывается по формуле Альтшуля [21]: $\lambda_{fr} = 0.11 \left(\delta + \frac{64}{Re} \right)^{0.25}$.

Местные потери полного давления возникают при местном возмущении течения, отрыве потока от стенок, вихреобразовании и интенсивном турбулентном перемешивании потока в местах изменения конфигурации трубопровода или при встрече и обтекании препятствий. Эти явления усиливают обмен количества движения между частицами жидкости (т.е. трение), повышая диссипацию энергии. Коэффициент местного сопротивления ξ определяется для любого элемента сети эмпирическим путем, и в большинстве случаев информация о его значении для стандартизованного элемента (гиб, тройник, диафрагма и т.д.) находится из соответствующего справочника [22, 23]. Сложности возникают при использовании новых нестандартных элементов или если стандартные элементы расположены так, что оказывают сильное влияние друг на друга (например, диффузор находится непосредственно за гибом). Тогда при построении сетевой модели гидравлической цепи пользователю, чтобы определить значение коэффициента местного сопротивления, необходимо проводить эксперименты самостоятельно. Кроме того, следует учесть, что в общем случае коэффициент местного сопротивления зависит от режима течения, следовательно, необходимо получить зависимость перепада давления от числа Рейнольдса. Для корректного учета местного сопротивления таких элементов и рекомендовано применять многомасштабные модели.

Тепловая задача в сетевой части реализована методом сноса пассивной характеристики вниз по потоку. В такой постановке втекающие в узел потоки смешиваются, а полученное среднemasсовое значение характеристики среды сносится вниз по потоку на нижележащие ветви и узлы. Соответственно уравнение энергии для сетевой части задачи записывается в виде

$$h_i \cdot \sum_O (q_O) = \sum_I (q_I \cdot h_I) + Q_i \cdot h_q + S_{h_i}, \quad (5)$$

где h_i — энтальпия в i -м узле, O — множество узлов, по которым поток расходится от i -го узла, I — множество ветвей, по которым поток приходит в i -й узел, h_q — энтальпия источника массы, S_{h_i} — тепловой источник (сток) в i -м узле.

Взаимосвязь поля скорости и давления в пространственной части осуществлялась при помощи SIMPLE-подобной процедуры [11]. Для ТГЦ-части задачи SIMPLE-подобный алгоритм был адаптирован следующим образом.

На первом этапе решаем линеаризованное уравнение (4) на расход в трубе и получаем приближенное значение расхода на ветвях:

$$s_l |q_l^{k-1}| \cdot q_l^k = \sum_{i \in N} D_{il} \cdot p_{Di}^k + h_l, \quad l \in U,$$

где k — номер итерации. Найденные на первом этапе величины расходов в общем случае не удовлетворяют уравнению неразрывности. Для его соблюдения выполняется коррекция, в процессе которой решается уравнение (см. (6)) на поправку давления p' и определяется давление на следующей итерации (см. (7)):

$$\sum_{l \in U} D_{jl} \left(\tau_{br} \cdot \sum_{i \in N} D_{il} p'_{Di} \right) = q_j - \sum_{l \in U} D_{jl} q_l^k, \quad j \in N, \tag{6}$$

где коэффициент τ_{br} равен $\tau_{br} = \frac{1}{s_l |q_l^k|}$.

В правой части уравнения (6) записан баланс расходов для этого контрольного объема, или сумма расходов на ветвях, входящих в i -й узел и исходящих из него. Следующий этап — получение новых значений давления в узлах:

$$p^{k+1} = p^k + p', \tag{7}$$

где p^k и p^{k+1} — значения давления на предыдущей и текущей итерациях.

Основой объединения являются стыковочные ветви (рис. 2). На данных ветвях не решается уравнение сохранения импульса, а значение расхода определяется путем интерполяции расхода в граничной ветви и на границе в пространственной области. Однако в уравнении на поправку давления стыковочные ветви считаются как обычная ветвь.

После расчета приближенных значений скорости u^* (1) и расхода (3) в разных частях задачи происходит процедура осреднения расхода через крайнюю ветвь 3 и входную границу пространственной области 2 (рис. 2). Для этого от стыковочного узла 4 в каждый граничный контрольный объем пространственной области 5 строится стыковочная ветвь с минимальным гидравлическим сопротивлением:

$$q_{branch_i} = q_{interface_i}^* \cdot \frac{Q_{net}^* + Q_{cfd}^*}{2} \cdot \frac{1}{Q_{cfd}^*}. \tag{8}$$

Здесь q_{branch_i} — расход по стыковочной ветви, $q_{interface_i}^*$ — расход через стыковочную грань пространственной области (поз. 7 на рис. 2), Q_{net}^* — расход по стыковочной ветви, полученный в результате расчета уравнения (3), Q_{cfd}^* — суммарный расход через стыковочные грани — из уравнения (1). Такой подход позволяет сохранить профиль скорости на границе пространственной области, что исключает из результатов решения потерю давления на восстановление формы потока после ударного профиля. Полученный расход q_{branch_i} переходит в правую часть уравнения на поправку давления как для стыковочного узла, так и для каждого граничного контрольного объема. После решения уравнений на поправку давления на стыковочных гранях задается среднее значение поправки давления. Такая связь позволяет построить единое уравнение на поправку давления, а единое для всей модели поле давления существенно увеличивает скорость сходимости.

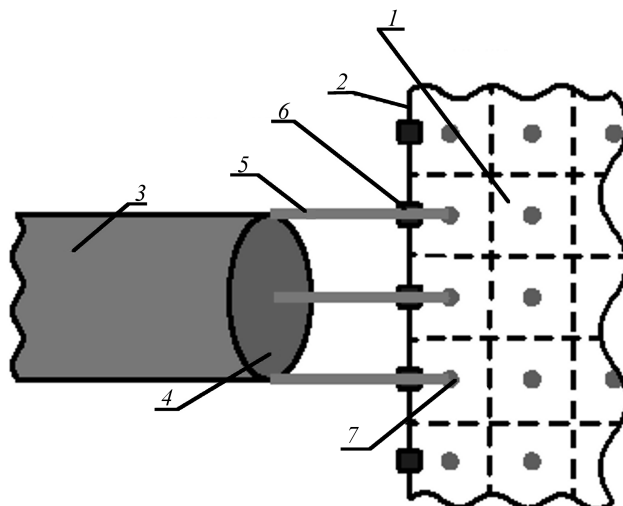


Рис. 2. Механизм объединения двух частей задачи:
 1) пространственная часть задачи, 2) граница пространственной области, 3) и 4) ветвь и узел сетевой части задачи, 5) стыковочная ветвь, 6) стыковочная грань, 7) граничный контрольный объем

Сопряжение теплообмена между двумя частями задачи основано на сносе пассивной компоненты вниз по потоку, который осуществлен следующим образом: если поток направлен из сетевой части в пространственную, то значение температуры с крайнего узла передается в стыковочные грани $T_{\text{interface}_i} = T_{\text{nod}}$. В противном случае температура из стыковочных граней записывается в узлы стыковочных ветвей и участвует в правой части уравнения (5).

Итоговый SIMPLE-подобный гибридный алгоритм выглядит следующим образом:

- 1) вычисление приближенного значения скорости u^* (1) и расхода (3);
- 2) интерполяция расходов между сетевой и пространственной частями (8);
- 3) расчет уравнений на поправку давления в пространственной и ТГЦ-частях (6);
- 4) коррекция скорости в пространственной части;
- 5) определение нового поля давления (7);
- 6) решение уравнений модели турбулентности в пространственной подмодели;
- 7) проверка критериев сходимости задачи и, при необходимости, запуск следующей итерации с первого пункта.

Блок-схема гибридного алгоритма представлена на рис. 3.

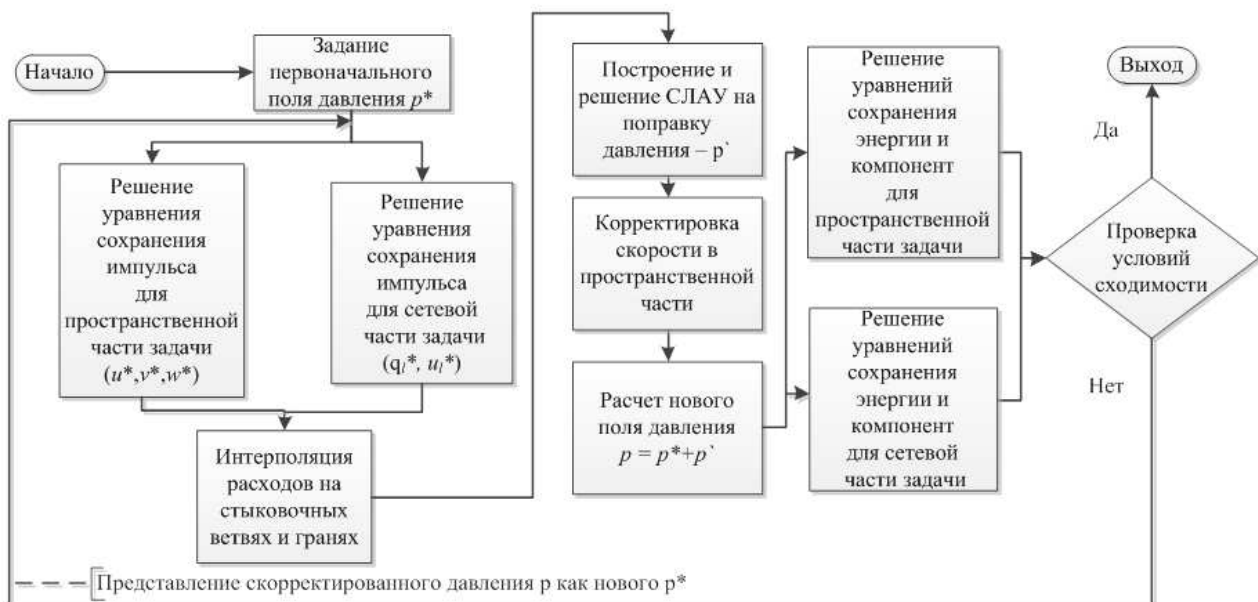


Рис. 3. Блок-схема гибридного алгоритма

2. Тестирование алгоритма.

2.1. Течение в прямой трубе. Первый тест: сравнение полей скорости и давления в двух моделях прямой трубы. Для выполнения теста были построены две модели трубы круглого сечения диаметром $d = 1$ м и длиной 10 м (рис. 4). В ходе дискретизации полностью трехмерной модели расчетную область разбили на гексагональную неструктурированную сетку, состоящую из 20 000 ячеек (рис. 4а). В гибридном варианте половину трубы заменили сетевым элементом, сократив таким образом число ячеек сетки до 10 000 (рис. 4б). Через трубу протекает жидкость со следующими свойствами: плотность $\rho = 1$ кг/м³, динамическая вязкость $\mu = 0.04$ Па·с. Расход через трубу варьировался в зависимости от режима течения. На торцах трубы для давления и скорости были заданы граничные условия Неймана. Такой подход позволяет получить развитый профиль течения по всей длине трубы.

В первую очередь было проведено сравнение полей скорости и давления. В ламинарном случае расход задавался равным $G = 3.1416$ кг/с; таким образом, число Рейнольдса в задаче равно 100. На рис. 5 представлено векторное поле скорости для обеих моделей. Как видно из рис. 5, поля скоростей в полностью

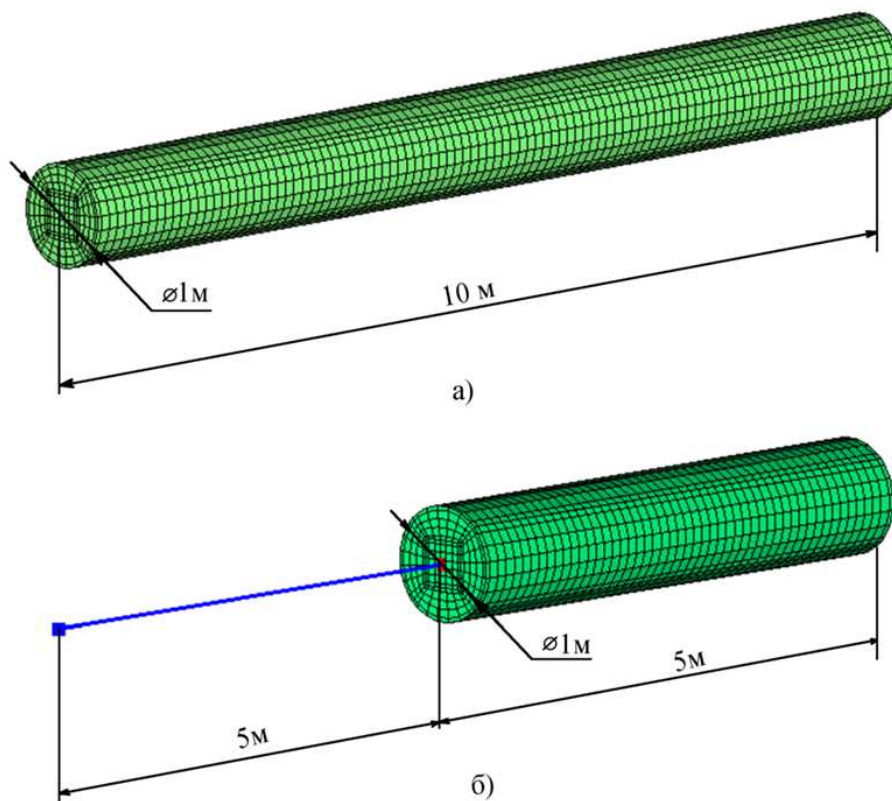


Рис. 4. Модель и сетка круглой трубы: а) полностью трехмерная модель, б) гибридная модель

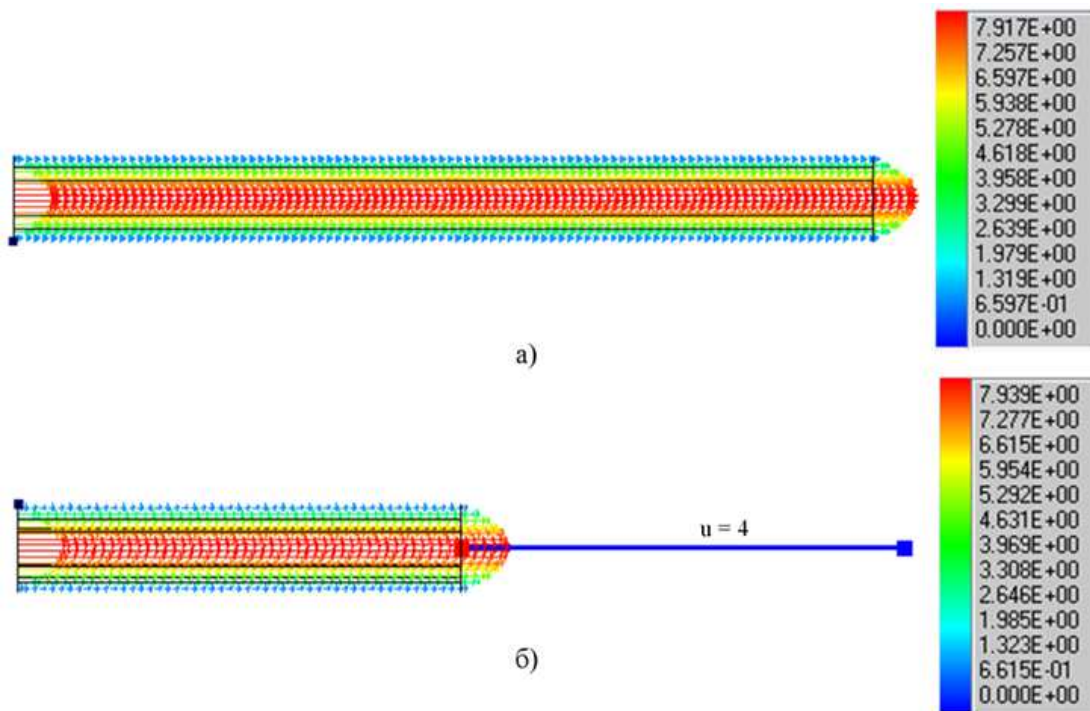


Рис. 5. Векторное поле скорости ($Re = 100$) для двух вариантов модели: а) полностью трехмерная модель, б) гибридная модель

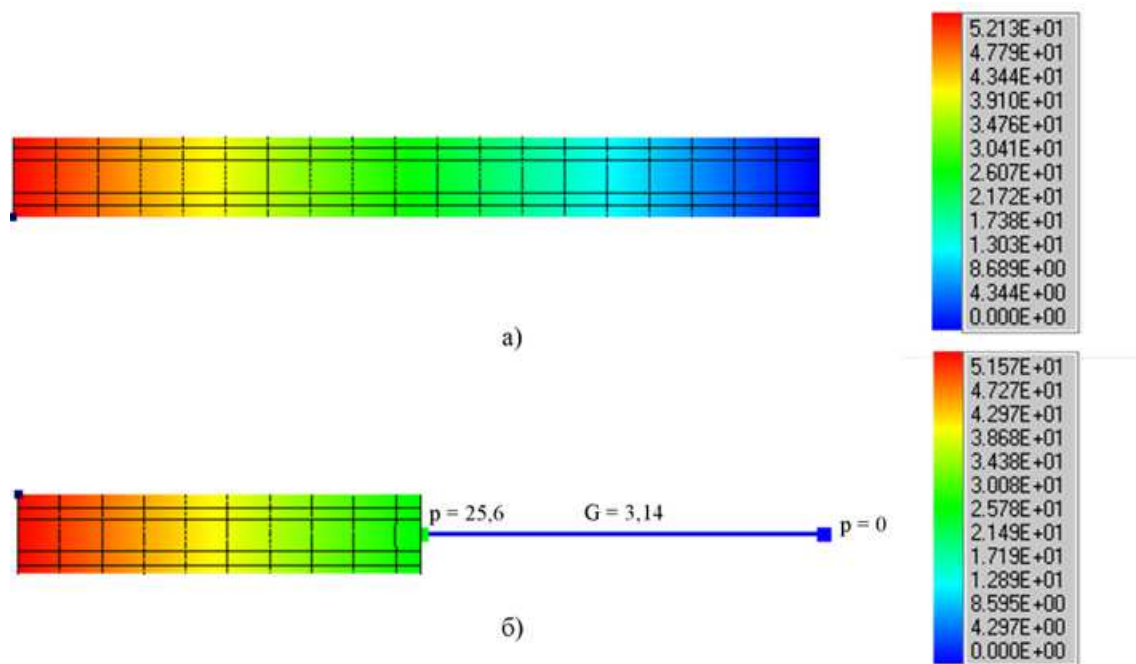


Рис. 6. Поле давления ($Re = 100$) для двух вариантов модели: а) полностью трехмерная модель, б) многомасштабная модель

пространственной постановке задачи и трехмерном элементе гибридной задачи практически совпадают. Это логично, так как поле скорости в данной постановке определяется только заданным расходом. На следующем рисунке (рис. 6) представлено распределение давления. Результат сравнения показал, что распределения давления и скорости в пространственной части гибридной модели практически такие же, как и в полностью пространственной постановке, что говорит о несущественном влиянии области стыковки.

На следующем этапе была исследована зависимость сопротивления трения λ_{fr} для разных режимов течения: число Рейнольдса варьировалось от 100 до 10^5 . Результат сравнения представлен на рис. 7. Из рисунка видно, что в области ламинарного режима течения значение коэффициента трения совпадает с кривой $\lambda_{fr} = 64/Re$, а в области турбулентного режима — с кривой Блазиуса ($\lambda_{fr} = 0.3164/Re^{0.25}$). Такое совпадение в обоих режимах течения говорит о корректности применения данного подхода.

2.2. Тестирование разветвленной модели. Для дальнейшего тестирования алгоритма была построена модель, в которой рассчитывалось течение жидкости по двум каналам (рис. 8), содержащим вставки в виде диафрагмы. Оценка работоспособности многомасштабной модели проводилась на сравнении с эталонным вариантом модели, выполненным в полностью пространственной постановке. Параметрами для сравнения являются следующие интегральные характеристики: перепад давления на входе и выходе и распределение расхода жидкости между прямым и боковым направлениями. Кроме того, были сопоставлены профили скорости в боковом и сборном отводах вытяжного тройника. На рис. 8 представлены эталонная (3D) и многомасштабная модели системы для турбулентного режима течения. Цифрами 1 и 2 обозначены сечения, в которых проводилось сравнение профилей скорости.

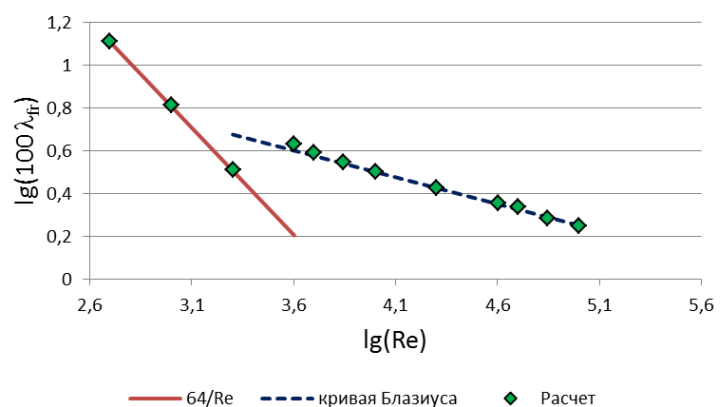


Рис. 7. Сравнение коэффициента трения в гибридной модели с экспериментальными данными

Местные сопротивления в гибридном варианте расчета оценивались по справочнику Идельчика [22], согласно которому, коэффициент местного сопротивления диафрагмы равен 2.5, колена — 0.15. Результаты представлены в табл. 1. Получено хорошее совпадение по перепадам давления и расходам между полностью пространственным и многомасштабными расчетами.

Локальные характеристики проверялись сравнением поперечной течению компоненты скорости в двух сечениях, расположенных на вытяжном тройнике (рис. 9). Видно, что профили скорости в гибридном и 3D-вариантах расчета очень близки. Также стоит отметить, что расчет многомасштабной модели происходит в 8 раз быстрее, чем полностью пространственной.

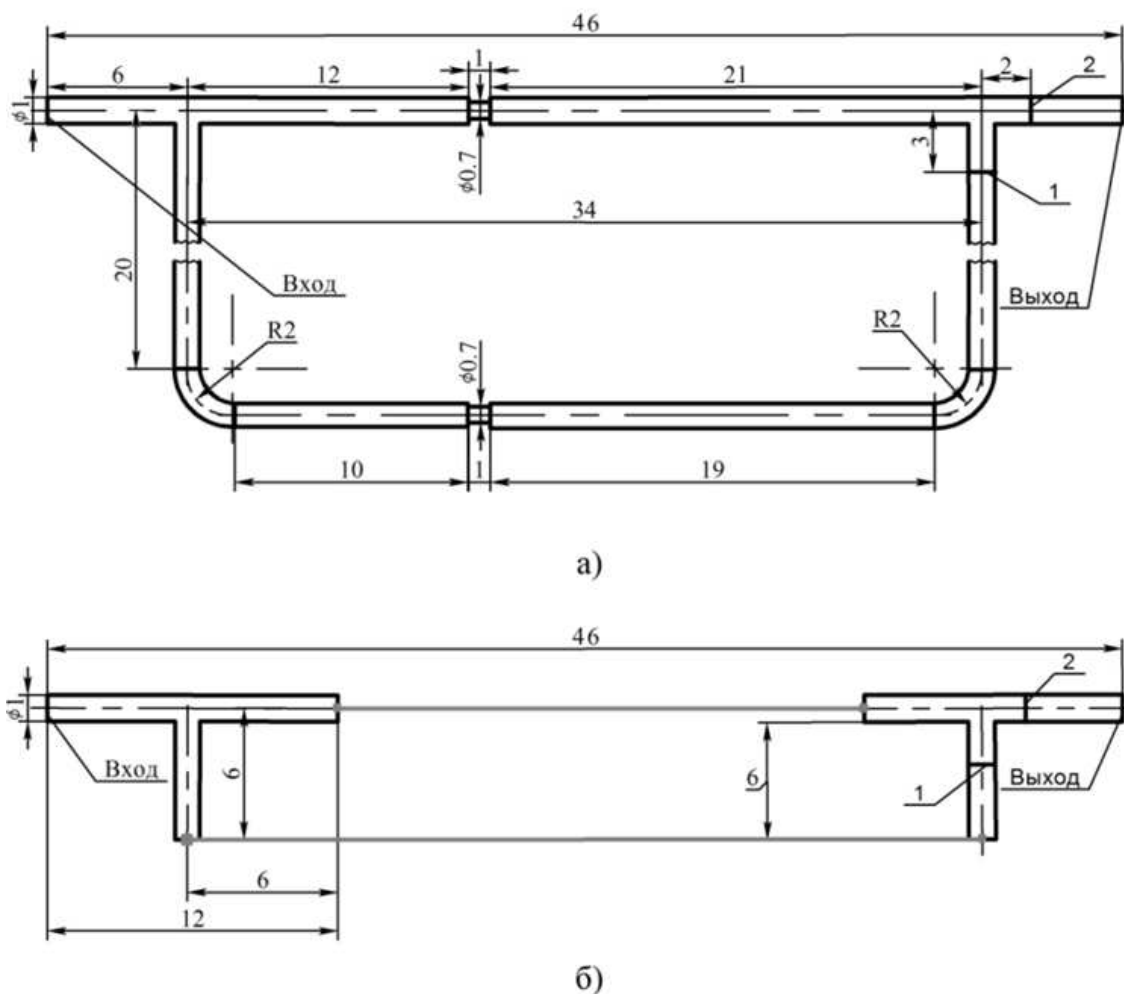


Рис. 8. Эталонная (а) и многомасштабная (б) модели теста турбулентного режима течения

Таблица 1

Результаты моделирования

Варианты модели	Расход, кг/с		Перепад давления, Па
	Прямой	Боковой	
Полностью пространственная	0.496	0.289	1.094
Многомасштабная	0.498	0.287	1.107

2.3 Тестирование задачи с теплообменом. Для проведения теста по моделированию гибридной задачи с теплообменом были построены три модели трубы длиной $l = 20$ м. Одна модель была выполнена в полностью пространственной постановке (эталонное решение), а две другие — в гибридной. Гибридные модели отличались между собой направлением потока жидкости: в первом случае поток из

трехмерной области поступал в 0-мерную, а во втором — наоборот. Температура воды на входе задавалась равной 20°C. На внешней стенке была задана температура 100°C, рабочей жидкостью была вода ($C_p = 4183$ Дж/(кг·К)). Расход варьировался для разных чисел Рейнольдса в ламинарном режиме. В гибридной части задачи были заданы: наружная температура (тоже 100°C) и коэффициент теплоотдачи, который рассчитывался по формуле $\bar{\alpha} = \frac{\bar{Nu} \cdot \lambda}{d}$, где $\bar{\alpha}$ — усредненный по длине участка трубы коэффициент теплоотдачи [Вт/(м²·К)], \bar{Nu} — усредненное по длине участка трубы число Нуссельта, λ — коэффициент теплопроводности воды [Вт/(м²·К)], d — диаметр трубы [м]. Значение \bar{Nu} было получено путем осреднения локального значения для числа Нуссельта на начальном участке трубы следующим образом [24]: $Nu \approx 1.03 \left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \right)^{-1/3}$, где Pe — число Пекле, x — расстояние от входа в трубу. Осреднение для первой половины трубы проводилось по формуле

$$\bar{Nu} = \frac{1}{l/2} \int_0^{l/2} 1.03 \left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \right)^{-1/3} dx, \quad (9)$$

а для второй по формуле

$$\bar{Nu} = \frac{1}{l/2} \int_{l/2}^l 1.03 \left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d} \right)^{-1/3} dx. \quad (10)$$

Коэффициенты теплоотдачи для разных чисел Рейнольдса, рассчитанные по формулам (10) и (9), приведены в табл. 2.

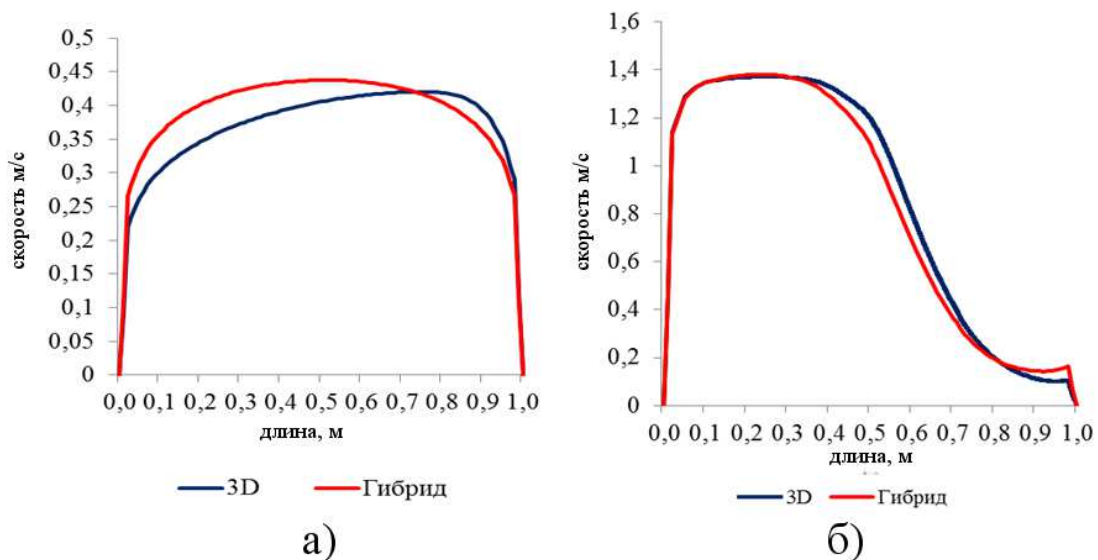


Рис. 9. Профили скорости в полностью пространственном и многомасштабном вариантах: а) сечение 1, б) сечение 2 (рис. 8)

На рис. 10 представлено поле температуры в центральном сечении трубы для разных вариантов расчета при $Re = 100$. Для всех трех вариантов показана среднемассовая температура на выходе из трубы. Как видно из данного рисунка, в первых двух случаях результаты практически совпадают (55.9/55.8°C), а в третьем — температура выше (61.2°C). Это связано с тем, что при переходе из гибридной части задачи в пространственную на границе выставляется равномерное поле температуры и пограничный слой формируется заново. Следовательно, на этом участке он тоньше, чем в полностью пространственном варианте, а значит, и поток тепла, который передается от стенки к жидкости, больше. Эта проблема характерна только для начальных участков трубы, что не так сильно сказывается на результате в практических задачах. Поэтому для тестирования и адаптации гибридного подхода для различных режимов течения было выбрано только направление потока из пространственной части в сетевую. В табл. 2 представлены результаты расчета для разных чисел Рейнольдса. Во втором и третьем столбцах приведена среднемассовая температура в центре и на выходе из трубы, взятая из полностью пространственного варианта.

В четвертом и пятом столбцах записаны коэффициенты теплоотдачи для обоих вариантов гибридной модели. В шестом показана температура воды на выходе из трубы в гибридной модели. Если соотнести значения третьего и шестого столбцов, то видно, что отклонения по нагреву воды для всех вариантов не превышают 1%. В последнем столбце показано ускорение времени расчета гибридной задачи в сравнении с полностью пространственным вариантом.

Таблица 2

Результаты расчета

Число Рейнольдса	$T_{center}^{3D}, \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{out}^{3D}, \text{ }^\circ\text{C}$	$\alpha (9), \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha (10), \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$T_{out}^{\text{hybrid}}, \text{ }^\circ\text{C}$	Ускорение счета, раз
100	44.51	55.92	3.82	2.244	55.78	2.48
500	29.2	34.14	6.533	3.837	34.06	2.12
1000	20.06	29.31	8.231	4.835	29.22	2.06
2000	24.01	26.04	10.37	6.091	26.01	2.06

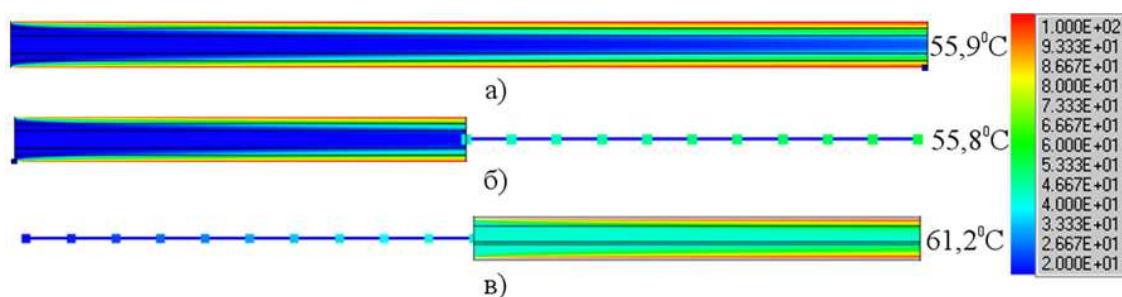


Рис. 10. Поле температуры в центральном сечении трубы для разных вариантов расчета при $Re = 100$:

- а) полностью пространственная постановка, б) гибридный вариант, в котором поток направлен из пространственной части в сетевую, в) гибридный вариант, в котором поток направлен из сетевой части в пространственную

3. Заключение. Предложен эффективный алгоритм моделирования задач гидродинамики, в которых одновременно можно выделить разные по масштабу элементы: пространственные (трехмерные) и сетевые (нульмерные). Предложенный алгоритм основан на едином уравнении на поправку давления, что позволяет получать общее поле давления для всей задачи на каждой итерации. На базе программного комплекса SigmaFlow реализован программный модуль, который позволяет задавать и решать многомасштабные модели, а также анализировать полученные результаты. Тестовые расчеты продемонстрировали хорошую точность и устойчивость вычислительного алгоритма в широком диапазоне параметров течения и характеристик рабочей среды. Данный алгоритм подходит для моделирования широкого круга научных и практических гидродинамических систем. Его дальнейшее развитие предполагает решение нестационарных и многокомпонентных многомасштабных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астраханцева Е.В., Гудаснов В.Ю., Ревизников Д.Л. Математическое моделирование гемодинамики крупных кровеносных сосудов // Математическое моделирование. 2005. **17**, № 8. 61–80.
2. Formaggia L., Nobile F., Quarteroni A., Veneziani A. Multiscale modelling of the circulatory system: a preliminary analysis // Computing and Visualization in Science. 1999. **2**, N 2. 75–83.
3. Авдюшенко А.Ю., Черный С.Г. Метод численного моделирования переходных процессов в гидротурбинах // XIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск, 2012.
4. Воеводин А.Ф., Никифоровская В.С. Численное моделирование неустановившихся гидротермических процессов в водных объектах // Международная конференция “Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика”, посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко. Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. механики, 2011. 1–6.
5. Twigt D.J., de Goede E.D., Zijl F., et al. Coupled 1D–3D hydrodynamic modelling, with application to the Pearl river delta // Ocean Dynamics. 2009. **59**. 1077–1093.

6. Филимонов С.А., Дектерев А.А., Бойков Д.В. Гибридный подход для решения задач ТГЦ, содержащих пространственные элементы // Трубопроводные системы энергетики: математическое и компьютерное моделирование. Новосибирск: Наука, 2014. 46–55.
7. Минаков А.В. Численный алгоритм решения задач гидродинамики с подвижными границами и его тестирование // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2014. 54, № 10. 1618–1629.
8. Дектерев А.А., Гаврилов А.А., Минаков А.В. Современные возможности Cfd кода sigmaflow для решения теплофизических задач // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. Киев: Триакон, 2010.
9. Гаврилов А.А., Минаков А.В., Дектерев А.А., Рудяк В.Я. Численный алгоритм для моделирования ламинарных течений в кольцевом канале с эксцентриситетом // Сибирский журнал индустриальной математики. 2010. 13, № 4. 3–14.
10. Rudyak V.Ya., Minakov A.V., Gavrilo A.A., Dekterev A.A. Application of new numerical algorithm for solving the Navier–Stokes equations for modelling the work of a viscometer of the physical pendulum type // Thermophysics and Aeromechanics. 2008. 15. 333–345.
11. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
12. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Петчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990.
13. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. Heidelberg: Springer, 2002.
14. Быстров Ю.А., Исаев С.А., Кудрявцев Н.А., Леонтьев А.И. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб. СПб.: Судостроение, 2005.
15. Menter F.R. Zonal two equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. Paper 93–2906.
16. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. М.: Наука, 1985.
17. Новицкий Н.Н., Сеннова Е.В., Сухарев М.Г. и др. Гидравлические цепи. Развитие теории и приложения. Новосибирск: Наука, 2000.
18. Уилсон Р. Введение в теорию графов. М.: Мир, 1977.
19. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003.
20. Moody L.F. Friction factors for pipe flow // Transactions of the ASME. 1944. 66, N 8. 671–684.
21. Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. М.: Недра, 1982.
22. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992.
23. Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П. Справочник по теплогидравлическим расчетам (ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы). М.: Энергоатомиздат, 1984.
24. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен. Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во МЭИ, 2005.

Поступила в редакцию
18.08.2016

A Hybrid Algorithm for the Joint Calculation of Multiscale Hydraulic Problems with Consideration of Thermal Processes

E. I. Mihienkova¹, S. A. Filimonov², and A. A. Dekterev³

¹ Siberian Federal University; prospekt Svobodnyi 79, Krasnoyarsk, 660041, Russia; Graduate Student, e-mail: mihienkova_evgeniya@mail.ru

² TORINS Ltd; 50/44 Akademgorodok, 660036 Krasnoyarsk, Russia; Scientist, e-mail: bdk@box.ru

³ Kutateladze Institute of Thermophysics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences; prospekt Lavrent'eva 1, Novosibirsk, 630090, Russia; Ph.D., Senior Scientist, e-mail: dekterev@mail.ru

Received August 18, 2016

Abstract: A hybrid algorithm to solve the problems of flux-distribution in a model consisting of both spatial elements and 0-dimensional (network) elements is proposed. In these problems, the flux-distribution is simulated by the methods of Hydraulic Circuit Theory (HCT). The algorithm is based on a SIMPLE-like procedure of flows (velocities) and pressure field communications in the computational domain. The hybrid model is based on a single system of pressure correction equations for the network and for the spatial domains. The flows in the corresponding subdomains are determined similar to those in the HCT or in computational hydrodynamics. In the thermal part of the problem, the relation between the spatial domains and the network domains is performed by the transfer of the enthalpy flow in the downward flow direction. The numerical

results obtained according to the hybrid model are compared with experimental data and with results of spatial calculations.

Keywords: numerical simulation, Computational Fluid Dynamics (CFD), hydraulic circuit theory, hybrid 3D/0D algorithm.

References

1. E. V. Astrakhantseva, V. Yu. Gidaspov, and D. L. Reviznikov, “Mathematical Modelling of Hemodynamics of Large Blood Vessels,” *Mat. Model.* **17** (8), 61–80 (2005).
2. L. Formaggia, F. Nobile, A. Quarteroni, and A. Veneziani, “Multiscale Modelling of the Circulatory System: A Preliminary Analysis,” *Comput. Visual. Sci.* **2** (2), 75–83 (1999).
3. A. Yu. Avdyushenko and S. G. Cherny, “A Method for the Numerical Simulation of Transient Processes in Hydroturbines,” in *Proc. 13th All-Russia Conf. of Young Scientists on Mathematical Simulation and Information Technologies, Novosibirsk, Russia, October 15–17, 2012*.
http://conf.nsc.ru/files/conferences/ym2012/fulltext/137843/139439/Large_thesis_Avd.pdf. Cited September 25, 2016.
4. A. F. Voevodin and V. S. Nikiforovskaya, “Numerical Modelling of Unsteady Hydro-Thermal Processes in Water Bodies,” in *Proc. Int. Conf. on Modern Problems of Applied Mathematics and Mechanics: Theory, Experiment and Applications Dedicated to the 90th Anniversary of Academician N. N. Yanenko, Novosibirsk, Russia, May 30–June 4, 2011* (Inst. Teoret. Prikl. Mekh., Novosibirsk, 2011), pp. 1–6.
5. D. J. Twigt, E. D. de Goede, F. Zijl, et al., “Coupled 1D–3D Hydrodynamic Modelling, with Application to the Pearl River Delta,” *Ocean Dyn.* **59**, 1077–1093 (2009).
6. S. A. Filimonov, A. A. Dekterev, and D. V. Boikov, “A Hybrid Approach to Solve the TGTS Problems with Spatial Elements,” in *Power Pipeline Systems: Mathematical and Computer Modeling* (Nauka, Novosibirsk, 2014), pp. 46–55.
7. A. V. Minakov, “Numerical Algorithm for Moving-Boundary Fluid Dynamics Problems and Its Testing,” *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **54** (10), 1618–1629 (2014) [*Comput. Math. Math. Phys.* **54** (10), 1560–1570 (2014)].
8. A. A. Dekterev, A. A. Gavrilov, A. V. Minakov, “New Features of SIGMAFLOW Code for Thermophysics Problems Solving,” in *Modern Science: Researches, Ideas, Results, Technologies* (Triacon, Kiev, 2010), pp. 117–122.
9. A. A. Gavrilov, A. V. Minakov, A. A. Dekterev, and V. Ya. Rudyak, “A Numerical Algorithm for Modeling Laminar Flows in an Annular Channel with Eccentricity,” *Sib. Zh. Ind. Mat.* **13** (4), 3–14 (2010) [*J. Appl. Ind. Math.* **5** (4), 559–568 (2011)].
10. V. Ya. Rudyak, A. V. Minakov, A. A. Gavrilov, and A. A. Dekterev, “Application of New Numerical Algorithm for Solving the Navier–Stokes Equations for Modelling the Work of a Viscometer of the Physical Pendulum Type,” *Thermophys. Aeromech.* **15**, 333–345 (2008).
11. S. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* (Hemisphere, New York, 1980; Energoatomizdat, 1984).
12. D. A. Anderson, J. C. Tannehill, and R. H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer* (Hemisphere, New York, 1984; Mir, Moscow, 1990).
13. J. H. Ferziger and M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics* (Springer, Heidelberg, 2002).
14. Yu. A. Bystrov, S. A. Isaev, N. A. Kudryavtsev, and A. I. Leont’ev, *Numerical Modeling of Vortex Intensification of Heat Transfer in Packs of Tubes* (Sudostroenie, St. Petersburg, 2005) [in Russian].
15. F. R. Menter, “Zonal Two Equation $k - \omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows,” AIAA Paper 93-2906 (1993).
16. A. P. Merenkov and V. Ya. Khasilev, *Hydraulic Circuits Theory* (Nauka, Moscow, 1985) [in Russian].
17. N. N. Novitskii, E. V. Sennova, M. G. Sukharev, et al., *Hydraulic Circuits. Theory Development and Applications* (Nauka, Novosibirsk, 2000) [in Russian].
18. R. J. Wilson, *Introduction to Graph Theory* (Oliver and Boyd, Edinburgh, 1972; Mir, Moscow, 1977).
19. L. G. Loitsyanskii, *Mechanics of Liquids and Gases* (Drofa, Moscow, 2003; Pergamon, Oxford, 1966).
20. L. F. Moody, “Friction Factors for Pipe Flow,” *Trans. ASME* **66** (8), 671–684 (1944).
21. A. D. Altshul, *Hydraulic Resistance* (Nedra, Moscow, 1982) [in Russian].
22. I. E. Idelchik, *Handbook of Hydraulic Resistance* (Mashinostroenie, Moscow, 1992; Begell House, Danbury, 1996).
23. P. L. Kirillov, Yu. S. Yur’ev, and V. P. Bobkov, *A Handbook on Thermal-Hydraulic Calculations (Nuclear Reactors, Heat Exchangers, and Steam Generators)* (Energoatomizdat, Moscow, 1984) [in Russian].

24. F. F. Tsvetkov and B. A. Grigor'ev, *Heat and Mass Exchange* (Mosk. Energ. Inst., Moscow, 2005) [in Russian].