

УДК 519.633.9

МЕТОД ПОДПИКСЕЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ ПЛАВАЮЩИМИ СЕТКАМИ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ КОЛЬЦЕВЫХ АРТЕФАКТОВ В ВЕЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

В. В. Пикалов¹

Изучаются отличия артефактов между параллельной и веерной томографическими системами сбора данных, а также исследуется новый метод подавления артефактов — метод подпиксельного сглаживания плавающими сетками. Строится алгоритм без итераций на основе классического метода обратного проецирования с фильтрацией Шеппа–Логана, но со случайными сдвигами (в пределах доли пикселя) либо каждого элемента детектора, либо каждого пикселя томограммы. По итогам математического моделирования на разнообразных моделях показано, что уровень кольцевой помехи можно понизить методом подсеточного сглаживания, сопоставимого с существующими методами подавления артефактов.

Ключевые слова: обратные задачи, томография газовых потоков, численные алгоритмы, веерная томография, артефакты томограмм, подпиксельное сглаживание, фильтр Шеппа–Логана.

1. Введение. Как известно, кольцевые артефакты в томографии практически всегда встречаются в современных томографических приборах и своим появлением обязаны несовершенству систем детектирования. Они появляются на томограммах в виде системы концентрических колец, наложенной на томограмму исследуемого сечения объекта [1–4]. Один из простейших способов юстировки системы наблюдений — это регистрация однородного сигнала на всем детекторе без объекта. Такая калибровка позволяет вычислить поправочные множители для режима реальных проекционных данных. Однако сигналы на элементах детектора (и калибровочные множители) могут меняться во времени, между двумя последовательными корректирующими измерениями. Кроме того, сигнал может искажаться ошибками считывающей электроники и др.

Естественно, основной подход к устранению артефакта заключается в сглаживании в пространстве сигнала (синограммы), где ошибочная компонента выглядит как прямая линия с пониженной интенсивностью на синограмме, и в сглаживании этого провала по прицельному параметру с выделением этой прямой. Существуют и другие подходы: так, в работе [4], наоборот, область выделенного интереса на томограмме переводится в полярную систему координат (с центром в начале координат томограммы), тогда кольцевые артефакты переходят в прямые линии, и для них тоже производится оценка их положения (по уровню углового постоянства изображения на кольце) и последующая коррекция. В работе [5] осуществляется сглаживание синограммы, зависящей от времени, с минимизацией нормы поправки к измеренной синограмме, причем поправка в данном пикселе не зависит от времени, совместно с минимизацией стабилизатора Тихонова (норма первой производной по переменным в пространстве синограммы) по времени от оценки точной синограммы. Надо отметить, что существующие методы лишь частично подавляют кольцевые артефакты, не устраняя их полностью.

В настоящей статье рассматривается сглаживание синограммы или томограммы, либо и того и другого одновременно. Однако алгоритм такого сглаживания выбран отличный от других, а именно используется метод подпиксельного сглаживания, впервые опробованный в работе по такому сглаживанию в итерационном алгоритме ART (Algebraic Reconstruction Technique) [6]. В отличие от работы [6], здесь нами строится алгоритм без итераций на основе классического метода Шеппа–Логана [7], но со случайными сдвигами (в пределах доли пикселя) либо каждого элемента детектора, либо каждого пикселя томограммы.

2. Томографический алгоритм подсеточного сглаживания в методе фильтрованного обратного проецирования (ФОП). В реальных томограммах, как известно, практически всегда присутствуют концентрические кольцевые артефакты, обычно небольшие. Ранее нами были исследованы некоторые характеристики и артефакты алгоритмов ФОП и ART в рамках ROI-томографии (ROI — область выделенного интереса, Region Of Interest), когда восстанавливается лишь часть томограммы [8]. Переход от полного изображения к его части можно назвать процедурой увеличения. Поэтому в ROI-томографии,

¹ Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, ул. Институтская 4/1, 630090, Новосибирск; главный науч. сотр., e-mail: pickalov@itam.nsc.ru

дающей увеличенное изображение области выделенного интереса, кольцевые артефакты тоже оказываются выделены более заметно.

Суть нового алгоритма заключается в малом (в долях пикселя на детекторе) случайном смещении положения точки приема на детекторе. Такое нерегулярное смещение, выполняемое для каждой проекции, приводит к небольшому сглаживанию результата обратного проецирования внутри каждого пикселя за счет усреднения малых случайных сдвигов лучей. Внутри модифицированного алгоритма ФОП это выражается в сдвиге координаты луча, проходящего в модуле обратного проецирования через узел сетки томограммы (x_i, y_j) и вычисляемого по формуле

$$p_{ij} = -x_i \sin \xi + y_j \cos \xi - p_{\text{shift}},$$

где ξ — угол между лучом просвечивания и осью OX ; сдвиг $p_{\text{shift}} = \text{rndm}(k) \cdot h \cdot \text{rPixel}$; $\text{rndm}(k)$ — равномерно распределенное случайное число в диапазоне $[-1, 1]$; h — шаг равномерной сетки по детектору; $\text{rPixel} < 1$ — доля пикселя, отведенная для случайного блуждания луча. Для фиксированных сеток в стандартном алгоритме ФОП случайного сдвига нет: $p_{\text{shift}} = 0$.

Моделирование задачи проводилось средствами пакета *Tomax-Micro* [9, 10] (вычислительная томография) на гладкой модели № 80 из этого пакета (две эллиптические гауссианы). Гладкие модели выбраны с целью моделирования томографических исследований в эмиссионной плазменной томографии, когда искомые возмущения пространственного распределения коэффициентов эмиссии плазмы не содержат больших градиентов. Кроме того, гладкие модели хорошо описывают многие случаи оптической диагностики потоков газа. Во всех приведенных расчетах томограмма восстанавливалась только внутри единичного круга, дополнительно на нее накладывалось условие положительности решения. Изучались две стандартные схемы регистрации проекций: параллельная, когда в данной проекции интегрирование ведется по набору параллельных лучей, и веерная (*fan-beam*), когда все лучи выходят из одной (фокальной) точки.

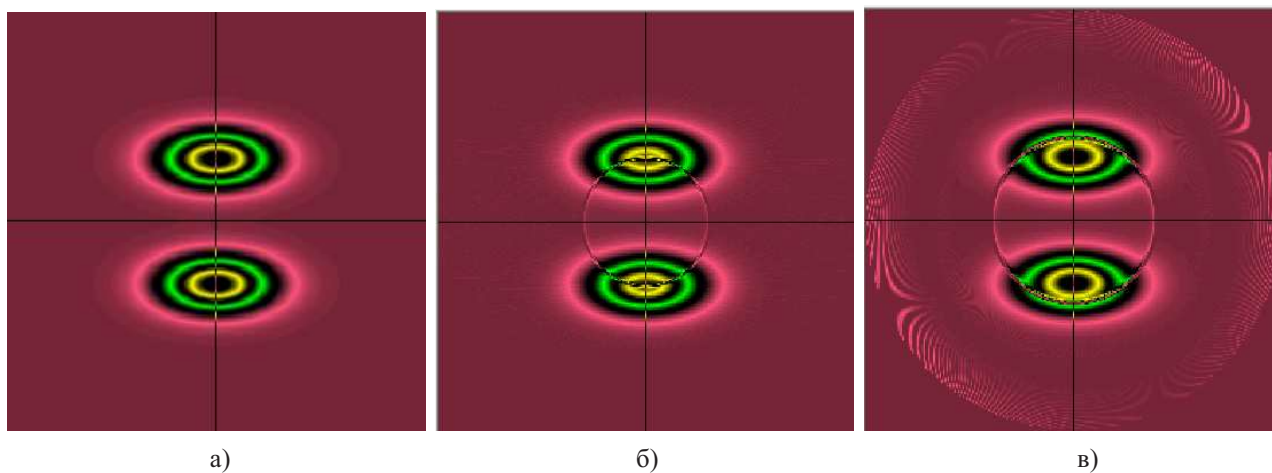


Рис. 1. Точная модель (а) и ее реконструкции по данным без шума с дефектным детектором: параллельная геометрия (б) и веерная геометрия (в). Размерность всех томограмм 257×257

На рис. 1 показаны точная модель (а) и восстановленные томограммы в параллельной (б) и веерной (в) системах регистрации проекций. В веерной геометрии регистрации проекций параметры задавались так: фокальная точка веера находилась на оси OY на расстоянии $D = 1.5$ (в единицах радиуса круга, описанного вокруг изучаемого объекта) от начала координат, область просвечивания — единичный круг, данные с детектора пересчитывались на “виртуальный” детектор, проходящий через начало координат вдоль оси OY . Дефект детектора приходился на луч № 169, вправо от центрального луча, его эффективность регистрации излучения принималась в 80% от идеальной. Разница в радиусе кольцевого артефакта между веерной и параллельной схемами в численном эксперименте объясняется сохранением размерности сеток на детекторах, приходящихся на разную длину детектора в этих схемах. Крайние касательные лучи к единичному кругу задают размер “виртуального” детектора, задаваемого расстоянием между точками пересечения этого детектора крайними лучами.

Таким образом, если в параллельной системе просвечивающих лучей длина детектора $L = 2$, то в веерной системе (для $D = 1.5$) эта длина равна 2.6832. Расходимостью лучей и объясняется увеличение радиуса кольцевого артефакта. Нетрудно показать, что в веерной геометрии радиус кольца для параллельной геометрии увеличивается на множитель $D \text{tg} \alpha_N$, где α_N — максимальный угол просвечивания,

соответствующий в веере крайнему (касательному) лучу. Конечно, в системе, где оба варианта детектирования используют линейку детекторов максимальной длины, радиус колец будет один и тот же для одинакового дефекта. Отметим, что для расходящихся лучей разрешающая способность всей системы регистрации данных несколько уменьшается с ростом расстояния от центра томограммы (совпадающего с осью вращения объекта или системы детектирования). Это приводит в веерной томографии к появлению на периферии специфических ажурных артефактов (рис. 1в).

На рис. 2 показаны параллельная (а) и веерная (б) синограммы для этой модели со случайным гауссовским шумом в 3%. Здесь сетка по прицельному параметру p располагалась по вертикальной оси в диапазоне $[-1.3416, 1.3416]$, число приемных элементов на линейке детекторов (размерность сетки по p) $N = 257$. Горизонтальная ось — это угол просвечивания объекта в диапазоне от 0 до 360 градусов, число проекций здесь $K = 181$. В случаях, когда изучалось влияние случайного гауссовского шума в проекциях, его величина выбиралась равной 3%. В нижней части синограмм черная горизонтальная прямая — это след от ошибочного сигнала дефектного детектора, эффективность этого элемента детектора: 0% (а) и 80% (б) (здесь дефект проявляется слабее).

Для задач физической томографии обычно число направлений наблюдения, т.е. число проекций, весьма мало. Соответствующие задачи называются задачами малоракурсной томографии. Далее в настоящей статье рассматриваются только такие постановки задачи.

Особенностью погрешностей для подобных задач являются довольно сильные полосовые артефакты, вытянутые по направлениям наблюдения. Поэтому можно предположить, что плавающие сетки будут размывать эти полосы, аналогично тому, как алгоритм ART с такими сетками подавлял характерный для него шум типа “соль и перец” [6].

В первой серии численного моделирования для целей сравнения изучались характеристики кольцевых артефактов в параллельной схеме регистрации проекций. На рис. 3а показана реконструкция модели 80 для 19 проекций (в диапазоне от 0 до 360 градусов), когда дефекты в детекторах отсутствуют, а также отсутствует шум в данных. Погрешность реконструкции, в силу малого числа проекций, довольно большая: $RMS = 18.5\%$ (RMS — Root Mean Square). После включения в модель дефекта на детекторе (узел сетки № 169 из 257 узлов) погрешность реконструкции алгоритмом ФОП возрастает до $RMS = 32.6\%$ (рис. 3б).

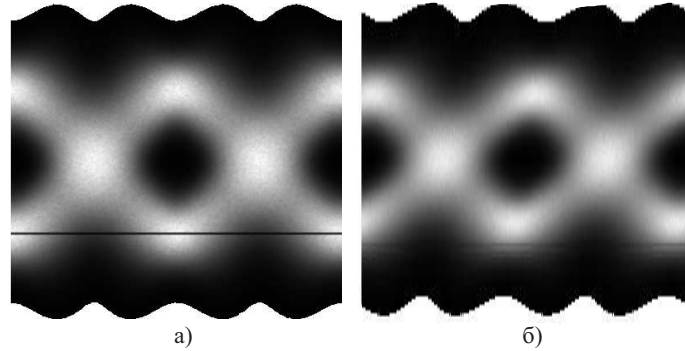


Рис. 2. Синограммы для модели из 2-х эллиптических гауссиан: параллельная (а) и веерная (б) схемы; след от дефектного детектора выглядит как черная горизонтальная линия

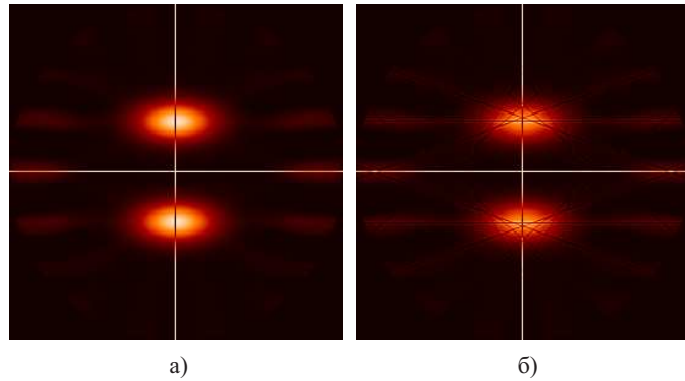


Рис. 3. Реконструкция алгоритмом ФОП-модели 80 по 19 проекциям без шума: а) без дефектов детектора, $RMS = 18.5\%$; б) дефект на детекторе № 169 с эффективностью 80%, $RMS = 32.6\%$

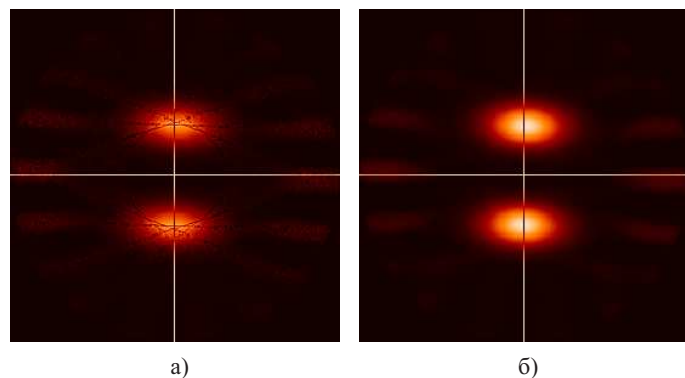


Рис. 4. Реконструкция с включением в ФОП малых случайных сдвигов сеток, шум в проекциях отсутствует, имеется дефект детектора: а) без сглаживания, $RMS = 30.5\%$; б) добавлены сглаживающие сплайны и медианная фильтрация для проекций, $RMS = 16.5\%$

Из-за малости числа проекций кольцевой артефакт проявляется в первую очередь по касательным линиям к этому кольцу.

На рис. 4а иллюстрируется подсеточное сглаживание со случайными сдвигами сеток по p на детекторе, а также по координатам x, y на томограмме, допустимые сдвиги находились внутри области с радиусом в 0.5 шага сетки. Погрешность реконструкции упала на 2% ($RMS = 30.5\%$), а полосовые артефакты из-за дефектного детектора еще заметны, хотя и несколько уменьшились по амплитуде. Дополнительное применение сглаживающих кубических сплайнов для проекций, а также медианной фильтрации дает существенное подавление артефактов (рис. 4б).

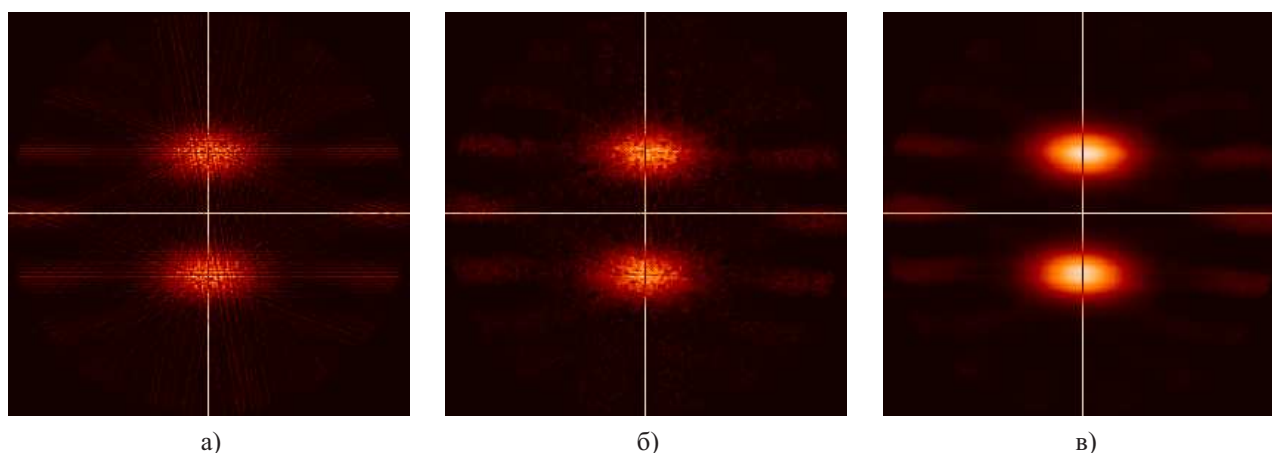


Рис. 5. Реконструкция с плавающими сетками, в проекции добавлен шум 3%: а) алгоритм ФОП без сглаживания, $RMS = 50.8\%$; б) включены плавающие сетки, $RMS = 32.7\%$; в) добавлены сплайны, $RMS = 17.9\%$

На рис. 5 показано влияние плавающих сеток на реконструкцию в случае проекционных данных, зашумленных гауссовским случайным шумом в 3%. На рис. 5а показана обычная реконструкция алгоритмом ФОП без сглаживания, ошибка реконструкции $RMS = 50.8\%$. После включения плавающих сеток погрешность упала до 32.7% (рис. 5б), а добавление сглаживающих сплайнов уменьшило погрешность до 17.9%, и кольцевой артефакт практически не виден. Конечно, при полном отказе элемента детектора (эффективность 0%) кольцо еще будет проявляться, но все же не так резко, как без процедуры его подавления. Отметим, что при согласовании процедуры сглаживания кубическими сплайнами со случайным шумом наилучший результат был получен при небольшом завышении оценки шума, до 4%. Возможно, такое завышение было связано с необходимостью подавления дополнительного возмущения из-за кольцевого артефакта.

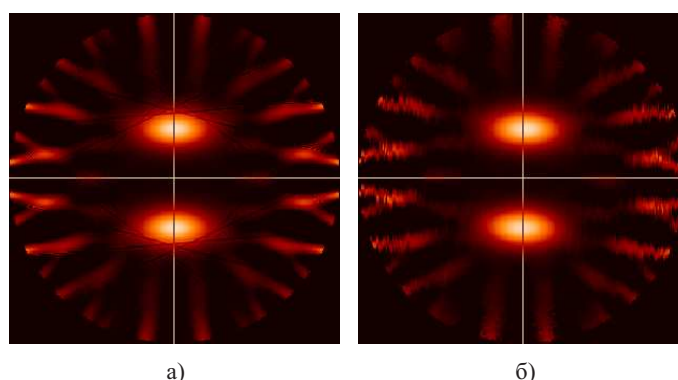


Рис. 6. Верная геометрия: а) реконструкция без плавающих сеток, без сглаживания, шум 0%, ошибка $RMS = 70.8\%$; б) плавающие сетки, сплайны (4%), медианная фильтрация, $RMS = 63.3\%$

Во второй серии численных экспериментов изучалось отличие характеристик артефактов в верной и параллельных геометриях регистрации проекций. Как уже отмечалось, в верной томографии разрешение реконструкции ухудшается к периферии томограммы, что четко проявилось на результатах реконструкции для малоракурсной верной томографии на рис. 6. Здесь сравниваются реконструкции: а) по проекциям без шума, обычным методом ФОП, дефектный элемент детектора № 169 с эффективностью тоже в 80%, без сплайнов и плавающих сеток и б) по проекциям с шумом в 3%, модификацией алгоритма ФОП с включением плавающих сеток, сглаживающих сплайнов и медианной фильтрации. В первом случае ошибка реконструкции, $RMS = 70.8\%$ (а), а во втором — $RMS = 63.3\%$ (б). Кроме того, на рис. 6б плавающие сетки были включены и по угловой переменной с диапазоном случайной вариации значения угла в 0.2 значения шага сетки по углу. Заметна сопутствующая деградация полосовых артефактов на

периферии томограммы.

3. Заключение. По итогам математического моделирования на разнообразных моделях получено, что уровень кольцевой помехи в веерной и параллельной схемах регистрации томографических проекций несколько снижается методом подсеточного сглаживания, сопровождаемого медианной фильтрацией и регуляризованными сглаживающими кубическими сплайнами. Такое сглаживание, выполненное, в частности, с помощью случайных смещений узлов сетки дискретизации проекционных данных (синограммы) по прицельному параметру и по угловой переменной (а также случайными смещениями узлов сетки самой томограммы), дает неплохие результаты в постановках малоракурсной томографии. Однако в случае значительного числа проекций снижение амплитуды кольцевых артефактов все еще невелико; поэтому необходимо описанную модификацию алгоритма ФОРП применять в дальнейшем развитии данного метода, например использующего плавающие сетки в итерациях. Кроме того, представляется, что вэйвлет-фильтрация проекций позволит еще больше понизить уровень кольцевых артефактов, на что указывает развитый в [11] итерационный алгоритм подавления с помощью вэйвлет-фильтрации нелинейных полосовых (касательных) артефактов.

Работа проводилась при частичной поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 14 “Обратные задачи и их приложения: теория, алгоритмы, программы” (2012–2014 гг.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shepp L.A., Stein J.A. Simulated reconstruction artifacts in computerized X-ray tomography // Reconstruction Tomography in Diagnostic Radiology and Nuclear Medicine. Baltimore: Univ. Park Press, 1977. 33–48.
2. Hsieh J. Computed tomography: principles, design, artifacts, and recent advances. Hoboken: Wiley, 2009.
3. Sijbers J., Postnov A. Reduction of ring artefacts in high resolution micro-CT reconstructions // Physics in Medicine and Biology. 2004. **49**, N 14. N247–N253.
4. Kim Y., Baek J., Hwang D. Ring artifact correction using detector line-ratios in computed tomography // Opt. Express. 2014. **22**, N 11. 13380–13392.
5. Тутаренко С.С., Ягола А.Г. Подавление кольцевых артефактов в режиме реального времени в рентгеновской томографии // Вестник МГУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2010. № 1. 65–67.
6. Лихачев А.В., Пикалов В.В. Подсеточное сглаживание в алгебраических алгоритмах трехмерной томографии // Математическое моделирование. 1999. **11**, № 8. 79–90.
7. Shepp L.A., Logan B.F. The Fourier reconstruction of a head section // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1974. **21**, N 3. 21–43.
8. Кулаков И.Ю., Вологин Д.А., Пикалов В.В. Многосеточный алгоритм в задаче веерной ROI-томографии контрастных объектов // Вычислительные методы и программирование. 2013. **14**, вып. 4. 543–548.
9. Пикалов В.В., Мельникова Т.С. Томография плазмы. Новосибирск: Наука, 1995.
10. Бойко В.М., Оришнич А.М., Павлов А.А., Пикалов В.В. Методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте. Новосибирск: НГУ, 2009.
11. Пикалов В.В., Непомнящий А.В. Итерационный алгоритм с вэйвлет-фильтрацией в задаче двумерной томографии // Вычислительные методы и программирование. 2003. **4**. 244–253.

Поступила в редакцию
27.11.2014

Subpixel Smoothing by Floating Grids for Ring Artifact Reduction in Fan-Beam Tomography

V. V. Pickalov¹

¹ *Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences; Institutskaya ulitsa 4/1, Novosibirsk, 630090, Russia; Dr. Sci., Principal Scientist, e-mail: pickalov@itam.nsc.ru*

Received November 27, 2014

Abstract: The distinctions between the artifacts of the tomographic data acquisition systems with parallel and fan-beam geometry are studied. A new method for suppressing such artifacts on the basis of subpixel smoothing by floating grids is proposed. A non-iterative algorithm based on the classical Shepp–Logan method of filtered back-projection with random shifts (within fractions of a pixel) of each detector element or each pixel

of a tomogram is developed. According to the results of mathematical simulation using a variety of models, it is shown that the level of ring artifacts can be reduced by subpixel smoothing comparable to the existing methods of artifact suppression.

Keywords: inverse problems, gas flow tomography, numerical algorithms, fan-beam tomography, tomogram artifacts, subpixel smoothing, Shepp–Logan filter.

References

1. L. A. Shepp and J. A. Stein, “Simulated Reconstruction Artifacts in Computerized X-Ray Tomography,” in *Reconstruction Tomography in Diagnostic Radiology and Nuclear Medicine* (Univ. Park Press, Baltimore, 1977), pp. 33–48.
2. J. Hsieh, *Computed Tomography: Principles, Design, Artifacts, and Recent Advances* (Wiley, Hoboken, 2009).
3. J. Sijbers and A. Postnov, “Reduction of Ring Artefacts in High Resolution Micro-CT Reconstructions,” *Phys. Med. Biol.* **49** (14), N247–N253 (2004).
4. Y. Kim, J. Baek, and D. Hwang, “Ring Artifact Correction Using Detector Line-Ratios in Computed Tomography,” *Opt. Express* **22** (11), 13380–13392 (2014).
5. S. S. Titarenko and A. G. Yagola, “Ring Artefact Suppression in Real-Time X-Ray Tomography,” *Vestn. Mosk. Univ., Ser. 3: Fiz. Astron., No. 1*, 65–67 (2010) [*Moscow Univ. Phys. Bull.* **65** (1), 65–67 (2010)].
6. A. V. Likhachev and V. V. Pickalov, “Subpixel Smoothing in the Algebraic Algorithms of 3D-Tomography,” *Mat. Model.* **11** (8), 79–90 (1999).
7. L. A. Shepp and B. F. Logan, “The Fourier Reconstruction of a Head Section,” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **21** (3), 21–43 (1974).
8. I. Yu. Kulakov, D. A. Vologin, and V. V. Pickalov, “A Multigrid Algorithm for the Fan-Beam ROI-Tomography of Contrast Objects,” *Vychisl. Metody Programm.* **14** (4), 543–548 (2013).
9. V. V. Pickalov and T. S. Melnikova, *Plasma Tomography* (Nauka, Novosibirsk, 1995) [in Russian].
10. V. M. Boiko, A. M. Orishich, A. A. Pavlov, and V. V. Pickalov, *Methods of Optical Diagnostics in Aerophysical Experiments* (Novosib. Gos. Univ., Novosibirsk, 2009) [in Russian].
11. V. V. Pickalov and A. V. Nepomnyashchiy, “An Iterative Algorithm for Two-Dimensional Tomographic Reconstruction Based on Wavelet Filtration,” *Vychisl. Metody Programm.* **4**, 244–253 (2003).