

УДК 518.5:533.6; 681.3

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МОЩНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

П. А. Галкин¹, Я. М. Жилейкин¹

Обсуждаются результаты математического моделирования явлений, связанных с распространением оптических пучков в нелинейных средах. Используется модель нелинейного уравнения Шредингера. Основное внимание уделяется изобразительному представлению результатов, позволяющему информативно и наглядно представить протекание процессов.

Ключевые слова: итерационные алгоритмы, математическое моделирование, уравнение Шредингера, визуализация, оптические пучки, оператор Лапласа, разностные схемы, лазерная физика.

В качестве основной модели рассматривается приближенное дифференциальное уравнение Шредингера, описывающее распространение оптических пучков в нелинейных средах:

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} E + iF(|E|^2, r, z)E = 0, \quad (1)$$

где z — переменная, вдоль которой распространяется оптический пучок, $k = w/c$ — волновое число, $\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right)$ — оператор Лапласа в поперечных координатах, F — функция, характеризующая нелинейные свойства среды, E — компонента вектора электрической напряженности.

Предполагается, что $E(r, z)$ удовлетворяет начальным условиям

$$E(r, z)|_{z=0} = E_0(r), \quad (2)$$

где $E_0(r)$ — быстроубывающая функция переменной r . В качестве граничных условий используются условия

$$E|_{r \rightarrow +\infty} \Rightarrow 0, \quad \frac{\partial E}{\partial r}|_{r=0} = 0. \quad (3)$$

Как правило, путем перехода к безразмерным переменным осуществляется нормировка уравнений (1)–(3). Для этого вводятся переменные $E' = E/E_0$, $E_0 = \max|E_0(r)|$, $r' = r/r_0$, r_0 — характерная ширина пучка. Часто при численном решении задачи (1)–(3) нормируется также и переменная z на некоторое характерное значение z_0 : $z' = z/z_0$. В нормированном виде уравнения (1)–(2) принимают вид

$$\frac{\partial E'}{\partial z'} + \frac{i}{2k'} \Delta'_{\perp} E' + iF'(|E'|^2, r', z')E' = 0,$$

$$E'(r')|_{z'=0} = E'_0(r').$$

Здесь $k' = \frac{kr_0^2}{z_0}$, $F' = z_0 F$.

При численном моделировании процессов распространения оптических пучков функция в начальном условии имела вид функции Гаусса $E'_0(r') = e^{-r'^2/2}$ и функции гипер-Гаусса $E'_0(r') = e^{-r'^N/2}$, где N — большой целый параметр.

В дальнейшем для простоты мы будем опускать знак штрих у неизвестной функции и независимых переменных.

Были рассмотрены следующие виды нелинейности.

1. Керровская нелинейность с трехфотонным нелинейным поглощением

$$F(I) = \alpha I - i\beta I^2.$$

Здесь α — коэффициент нелинейности, β — коэффициент нелинейного трехфотонного поглощения.

¹ Научно-исследовательский вычислительный центр, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119992, Москва; e-mail: jam@srcc.msu.su

2. Бездиссипативная нелинейность корневого вида

$$F(I) = \alpha_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_2 I}} \right). \quad (4)$$

При малых $\alpha_2 I$ эта нелинейность имеет вид

$$F(I) \approx \frac{\alpha_1 \alpha_2}{2} I.$$

3. Релятивистско-стрикционная нелинейность среды (плазмы)

$$F(I) = \alpha_1 \left[1 - (1 + \alpha_2 I)^{-1/2} \max \{ 0, 1 + \alpha_1^{-1} \Delta_{\perp} (1 + \alpha_2 I)^{1/2} \} \right].$$

Вопрос о свойствах решения задачи (1) – (3) рассмотрен в литературе [1 – 6]. Ниже приводятся результаты численного моделирования ряда конкретных случаев.

Сначала проанализируем распространение световых пучков с гауссовым начальным распределением интенсивности в средах с керровской нелинейностью. В этом случае протекание процесса характеризуется величиной параметра $M = P_0/P_{кр}$, где P_0 — входная мощность пучка, $P_{кр}$ — характерная критическая мощность образования фокуса, $M = \alpha k/2$. В этом случае на оси пучка образуется порядка M фокусов на расстояниях, зависящих от параметров задачи. В каждый фокус втекает энергия порядка одной $P_{кр}$, часть этой энергии поглощается в фокусе, а часть распространяется в виде цилиндрически-симметричных волн. На приведенных ниже рисунках изображены распределения интенсивности пучка в цветовом решении.



Рис. 1. Интенсивность светового пучка с гауссовым начальным распределением в средах с керровской нелинейностью при $M = 5$



Рис. 2. Интенсивность светового пучка с гауссовым начальным распределением в средах с керровской нелинейностью при $M = 10$

Рис. 1 соответствует $M = 5$, рис. 2 — $M = 10$. Эти рисунки наглядно иллюстрируют образование фокусов и рассеяние энергии.

Перейдем к рассмотрению распространения световых пучков с платообразным начальным распределением интенсивности в средах с керровской нелинейностью. Процесс характеризуется формированием кольцевой структуры интенсивности, в основе которой лежит образование дифракционной картины Френеля. При распространении в нелинейной среде кольца интенсивности, несущие всю энергию пучка, сходятся в окрестности одной точки. Область концентрации энергии зависит от параметра β . В отличие от предыдущего случая в окрестность фокальной точки втекает не только критическая мощность, но и почти вся мощность пучка. При этом часть энергии пучка поглощается в окрестности фокуса, остальная часть рассеивается в пространстве. На рис. 3 и 4 приводятся цветные изображения интенсивности пучка при $M = 5$ и $M = 10$ соответственно. Параметр N , определяющий крутизну платообразного распределения, равняется 16.



Рис. 3. Интенсивность светового пучка с платообразным начальным распределением в средах с керровской нелинейностью при $M = 5$



Рис. 4. Интенсивность светового пучка с гауссовым начальным распределением в средах с керровской нелинейностью при $M = 10$

Рассмотрим распространение пучков с гауссовым начальным распределением интенсивности в бездиссипативных средах с нелинейностью корневого вида. В этом случае функция F в (1) описывается формулой (4). При больших интенсивностях, когда $I \rightarrow \infty$, имеет место насыщение нелинейности: $F(I) \approx \alpha_1$; при малых интенсивностях ($a_2 I \ll 1$) свойства среды приобретают вид керровской нелинейности: $F(I) = \alpha_1 \alpha_2 I / 2$. Таким образом, соотношение параметров α_1 и α_2 определяет нелинейные свойства среды, уровень насыщения и скорость выхода на этот уровень.

При моделировании рассматриваемых процессов величина $\frac{\alpha_1 \alpha_2}{2} \frac{k}{2} = M$ полагалась равной 5; при этом значение α_2 выбиралось равным 0.1 и 0.01. На рис. 5 и 6 даны изображения интенсивностей оптического пучка при $M = 5$ и, соответственно, $\alpha_2 = 0.1$ и $\alpha_2 = 0.01$. Характерной чертой описываемых явлений является выход на квазипериодический режим, что объясняется отсутствием диссипации энергии и видом нелинейности.

Остановимся на изучении распространения пучков с платообразным начальным распределением в средах с релятивистски-стрикционной нелинейностью. Стрикционно-релятивистская нелинейность харак-



Рис. 5. Интенсивность светового пучка с гауссовым начальным распределением в бездиссипативных средах с нелинейностью корневого вида при $M = 5$, $\alpha_2 = 0.1$

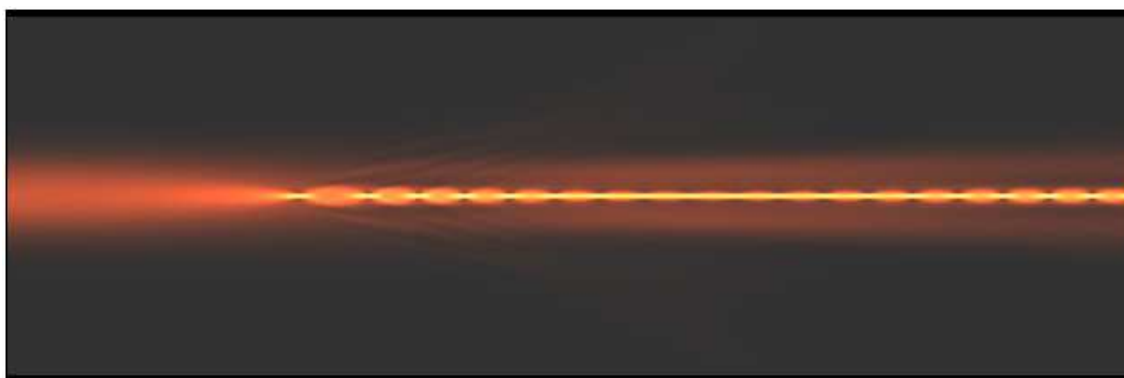


Рис. 6. Интенсивность светового пучка с гауссовым начальным распределением в бездиссипативных средах с нелинейностью корневого вида при $M = 5$, $\alpha_2 = 0.01$

терна для распространения лазерных пучков в плазме. Эта нелинейность близка к нелинейности корневого вида, к которой добавляется член, характеризующий каналирование энергии в приосевой области. На рис. 7 приводится изображение интенсивности пучка в среде с такой нелинейностью при значениях параметров $M = 10$, $\alpha_2 = 0.1$ и платообразном распределении начальной интенсивности. Из этого рисунка видно, что энергия пучка после фокуса концентрируется в узкой приосевой области и принимает вид мощного энергетического шнура.



Рис. 7. Интенсивность светового пучка с платообразным начальным распределением в средах с релятивистски-стрикционной нелинейностью при $M = 10$, $\alpha_2 = 0.1$

Для получения цветового изображения процесса распространения светового пучка использовались все три компоненты цвета: красная, синяя и зеленая. Напряженность поля влияла линейно на каждую

цветовую компоненту, при этом яркость каждой компоненты росла пропорционально напряженности поля пока не достигала максимального значения. Путем выбора различных коэффициентов пропорциональности была получена возможность наблюдать как слабые световые потоки, так и точки высокой концентрации энергии — фокусы. При этом точки с определенным значением интенсивности приобретали нужную цветовую окраску.

Для получения объемного изображения использовался тот факт, что пучок радиально симметричен. Метод состоит в послыке из каждой точки экрана условного луча в направлении, обратном реальному направлению распространения света, и подсчете суммарной интенсивности в его точках, взятых с определенным фиксированным шагом.

В заключение отметим, что целью настоящей работы было численное моделирование круга явлений, описываемых дифференциальным уравнением (1) для различных случаев начального распределения электрического поля и нелинейных свойств среды. Особое внимание уделялось визуализации результатов расчетов. Цветовое изображение интенсивностей оптических пучков в координатах r и z позволяет более информативно и адекватно реальности представлять протекание нелинейных волновых явлений. Было создано программное обеспечение для персональных компьютеров, которое позволяет быстро и эффективно моделировать рассматриваемые нелинейные явления и строить цветовые изображения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 02-01-00744 и 02-01-00742.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луговой В.И., Прохоров А.М. Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде // Успехи физ. наук. 1973. **111**, вып. 2. 203–247.
2. Абалиева М.А., Амосов А.А., Борисов А.Б. и др. Стандартные программы решения задач волновой физики // Численный анализ на Фортране. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. 1–88.
3. Боровский А.В., Галкин А.Л. Лазерная физика. М.: Атомиздат, 1996.
4. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979.
5. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде // Успехи физ. наук. 1970. **93**, вып. 1. 19–70.
6. Амосов А.А., Бахвалов Н.С., Жилейкин Я.М. и др. Самофокусировка волновых пучков с платообразным распределением интенсивности // Письма в ЖЭТФ. 1979. **30**, вып. 2. 119–122.

Поступила в редакцию
11.12.2002
