УДК 523.4-52; 573.552

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ УЕДИНЕННЫХ ВИХРЕЙ ПОВЫШЕННОЙ ПЛОТНОСТИ В ОКОЛОЗВЕЗДНОМ ДИСКЕ

О. П. Стояновская[1], В. Н. Снытников[1]

Проведено численное моделирование гравитационной неустойчивости в двухфазной среде околозвездного диска. Воспроизведен процесс образования мелкомасштабных структур — уединенных областей повышенной плотности в диске. Гибридная модель неустойчивого околозвездного диска включает в себя уравнения газовой динамики, уравнение Власова для бесстолкновительной компоненты и уравнение для самосогласованного гравитационного поля. Разработанный код позволил рассчитать нелинейные режимы развития неустойчивостей массивного диска. Показано, что независимо от размера и времени появления сгустки плотности в двухфазном диске на начальных стадиях своего существования представляют собой вихри с максимумом давления в центре и с твердотельным вращением вещества вокруг своего центра. Работа выполнена при поддержке Программ Президиума РАН № 28 (координаторы акад. Э. М. Галимов и акад. А. Ю. Розанов), № 22 (координатор акад. Л. М. Зеленый) и № 21 (координатор акад. А. А. Боярчук), а также Интеграционного проекта СО РАН № 130 (координатор акад. Б. Г. Михайленко).

Ключевые слова: самогравитирующий околозвездный диск, формирование структур, уединенные сгущения, вихрь, метод SPH, метод PIC.

1. Введение. Для воссоздания этапов физической и химической эволюции околозвездных дисков необходимо изучение сценариев развития неустойчивости в гравитирующей среде. К настоящему моменту описано несколько режимов формирования структур в гравитирующих дисках [1, 4, 6, 13]. Важным инструментом исследования неустойчивостей с появлением структур является численное моделирование.

В настоящей статье представлено исследование определенного типа структур — уединенных областей повышенной плотности — в двухфазной гравитирующей среде. Такие объекты — самогравитирующие газопылевые сгустки — представляют интерес для астробиологии и астрокатализа, поскольку могут выступать в роли природных каталитических реакторов, обеспечивая уникальные условия для химических синтезов органических соединений [9].

Формирование таких сгущений исследовано в рамках численной модели, основанной на методе SPH (Smoothed-Particle Hydrodynamics) решения уравнений газовой динамики, методе PIC (Particle-In-Cell) решения уравнения Власова и быстрого дискретного преобразования Фурье решения уравнения Лапласа для самосогласованного потенциала.

2. Математическая модель субдиска околозвездного диска на этапе образования сгущений.

2.1. Основные уравнения. Околозвездный диск на этапе формирования областей повышенной плотности представляет собой среду из газа и первичных тел, вращающихся вокруг массивного центрального тела — протозвезды. Толщина диска первичных тел существенно меньше его радиального размера, поэтому считается, что "твердая" компонента движется только в экваториальной плоскости системы, при этом в уравнениях газовой динамики используются поверхностные величины: $\sigma_{\rm par,gas} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\rm par,gas}\, dz$;

$$p^* = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} p\, dz,\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} + {\rm div}(\sigma \boldsymbol{v}) = 0, \quad \sigma\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \sigma(\boldsymbol{v},\nabla)\boldsymbol{v} = -\nabla p^* - \sigma\nabla\Phi, \quad \frac{\partial S^*}{\partial t} + (\boldsymbol{v},\nabla)S^* = 0, \quad p^* = T^*\sigma.$$

Здесь $\boldsymbol{v}$ — скорость газа; p^* — поверхностное давление газа; γ^* — эффективный показатель политропы для квазитрехмерного случая, связанный с показателем политропы γ соотношением $\gamma^* = 3 - 2/\gamma$; T^* и

[1] Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН, просп. акад. М. А. Лаврентьева, 5, 630090, Новосибирск; О. П. Стояновская, науч. сотр., e-mail: stop@catalysis.ru; В. Н. Снытников, ст. науч. сотр., e-mail: snyt@catalysis.ru

$S^* = \ln \dfrac{T^*}{\sigma^{\gamma^*-1}}$ — производные величины, аналогичные температуре и энтропии газа; Φ — гравитационный потенциал, в котором происходит движение.

Динамику субдиска первичных тел описывает уравнение Власова в пренебрежении столкновениями тел на временах нескольких оборотов:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{u}\,\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}} + \boldsymbol{a}\,\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}} = 0,$$

где $\boldsymbol{a} = -\nabla\Phi$, $\boldsymbol{a}$ — ускорение частиц во внешнем и самосогласованном поле; $\boldsymbol{u}$ — скорость частиц; $f = f(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{u})$ — функция распределения частиц по скоростям, связанная с поверхностной плотностью частиц соотношением $\sigma_{\text{par}} = \displaystyle\int f\, d\boldsymbol{u}\, dz$; Φ — гравитационный потенциал, который представляет собой сумму потенциала неподвижного центрального тела и потенциала диска: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$, $\Phi_1 = -M_{\text{c}}/r$, M_{c} — масса центрального тела, Φ_2 — потенциал самосогласованного гравитационного поля, который определяется как решение смешанной задачи для уравнения Лапласа:

$$\Delta\Phi_2 = 0, \quad \Phi_2 \xrightarrow[r\to\infty]{} 0, \quad \left.\frac{\partial \Phi_2}{\partial z}\right|_{z=0} = 2\pi(\sigma_{\text{par}} + \sigma_{\text{gas}}).$$

Уравнения записаны в безразмерных переменных. Базовыми размерными величинами являются гравитационная постоянная G, а также характерный размер $R_0 = 10AE = 1.5 \times 10^{12}$ м и масса системы $M_\odot = 2 \times 10^{30}$ кг.

2.2. Начальные условия. В начальный момент времени задаются поверхностные температура и плотность диска. Плотность газа и субдиска первичных тел взята в виде диска Маклорена массы $M_{\text{par,gas}}$ и радиуса R:

$$\sigma_{\text{par,gas}}(r) = \frac{3M_{\text{par,gas}}}{2\pi R^2}\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}.$$

Температура газа в начальный момент времени определяется как $T^*(r) \sim \sigma(r)$ по заданной температуре T_0 в центре диска.

Начальные скорости тел $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}' + \boldsymbol{u}''$ задаются в виде суммы регулярной и хаотической составляющих, где $\boldsymbol{u}'$ — регулярная и $\boldsymbol{u}''$ — хаотическая скорость.

Скорость газа и регулярная скорость частиц определяются из условия равенства центробежной и центростремительной гравитационной сил:

$$\frac{v_\phi^2}{r} = \frac{1}{\sigma}\frac{\partial p^*}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad \frac{u_\phi^{'2}}{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad v_r = 0, \quad u_r^{'} = 0.$$

Хаотическая скорость частиц $\boldsymbol{u}''$ задается по гауссову закону с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией v_d.

3. Численные методы и код Sombrero. Разработанный численный алгоритм решения системы уравнений общего вида основан на методе дробных шагов с расщеплением по физическим процессам. На каждом временно́м шаге решается уравнение Власова, система уравнений газовой динамики и смешанная задача для уравнения Лапласа (код Sombrero).

Расчетная область представляет собой цилиндр, в нижнем сечении которого расположены модельные частицы. Радиус расчетной области в два раза превосходит начальный радиус диска. Нулевое значение гравитационного потенциала на бесконечности аппроксимируется на границу расчетной области соотношением $\Phi(r) = -\dfrac{M}{r} - \dfrac{1}{r^3}\,(I_x + I_y + I_z - 3I_0)$, где I_x, I_y, I_z — осевые моменты инерции, I_0 — центральный момент инерции системы и M — масса диска.

3.1. Решение уравнения Власова. Решение уравнения Власова осуществляется методом частиц в ячейках PIC. Для параллельной реализации метода применяется лагранжева декомпозиция области, поскольку модельные частицы движутся относительно друг друга независимо и их движение определяется только гравитационным потенциалом. Реализация требует пересылки плотности (двумерного массива), при этом процессоры взаимодействуют по схеме все-со-всеми. Методы распараллеливания процедур решения уравнения Власова и уравнения Лапласа для машин с распределенной памятью, которые были реализованы в Sombrero, подробно описаны в работе [7].

3.2. Решение уравнения Лапласа. Для решения уравнения Лапласа используется комбинированный метод с итерациями, в котором в качестве начального приближения берется значение с предыдущего временно́го шага. В методе использовано быстрое преобразование Фурье по угловой координате вместе с процедурой блочной последовательной верхней релаксации. Параллельная реализация метода осуществляется через распределение по процессорам гармоник потенциала, полученных в результате дискретного преобразования Фурье. Затем необходима сборка всех гармоник потенциала на каждом процессоре. Это требует пересылки значений потенциала в экваториальной плоскости (двумерный массив), при которой взаимодействие процессоров происходит по схеме все-со-всеми. Этот метод позволяет распараллеливать вычисления на количество процессоров, равное степени 2.

3.3. Решение уравнений газовой динамики. Система уравнений газовой динамики решается методом SPH, который представляет собой ядерный свободно-лагранжев метод [2]. Расчетные формулы метода SPH, реализованные в Sombrero [10], получаются из записанных в лагранжевом виде уравнений газовой динамики. В качестве ядра W мы использовали кубический сплайн для двумерного пространства. Поверхностная плотность газа, где расположена частица с номером i, вычисляется как интегральный (суммарный) интерполянт $\sigma_i = \sum\limits_{j=1}^{N} m_j W_{ij}$, N — количество модельных SPH-частиц. Уравнение движения аппроксимируется таким образом, чтобы обеспечить сохранение линейного и углового моментов. Для предотвращения нефизического перемешивания со взаимным проникновением SPH-частиц друг сквозь друга в уравнение движения добавляется стандартная искусственная вязкость.

В SPH-подпрограмме кода Sombrero применялся “operational-based” подход с распараллеливанием процедуры вычисления сумм и пересылкой рассчитанных значений массивов. Подробно параллельная версия кода описана в работе [12].

3.4. Тестирование кода. В вычислительных экспериментах для контроля правильности решений проверяется выполнение законов сохранения основных физических величин: массы, импульса, полной энергии, момента импульса, а также сохранение центра масс системы. Применимость реализованных методов для решения интересующего нас класса задач исследовалась при моделировании динамики осесимметричных и радиально-азимутальных возмущений, распространяющихся в двухфазной среде гравитирующего диска. Путем сравнения результатов вычислительных экспериментов, проведенных с использованием методов SPH и FLIC (Fluid-In-Cell), показана способность метода SPH воспроизводить нелинейные волны в среде газа и бесстолкновительных тел при возникновении в системе сдвиговых и встречных течений [10].

4. Результаты моделирования. В работе [8] было показано, что в неустойчивом двухфазном диске могут формироваться разные структуры — кольцевые и спиральные волны, а также уединенные сгустки плотности, представляющие наибольший интерес для понимания механизма планетообразования в Солнечной и других системах.

Особенности численного моделирования кольцевых и спиральных волн в газопылевой среде были подробно рассмотрены в работе [10]. Одна из основных проблем расчетов уединенных сгущений связана с необходимостью воспроизводить появление и динамику объектов, характерный размер которых на порядки меньше характерного размера системы. На нелинейных стадиях развития неустойчивости в таких сгустках возможно коллапсирование вещества и появление сингулярности, отвечающей образованию крупных тел в околозвездном диске. Однако численное воспроизведение локального сжатия и гравитационных коллапсов в рамках той же модели, которая описывает начальные стадии развития глобальной неустойчивости, представляет большую вычислительную сложность.

Образование уединенных сгустков в плотных гравитирующих дисках было воспроизведено в работах [5, 6], однако детально их структура не изучалась. Поэтому цель настоящей работы — исследовать профиль плотности и течение на начальных стадиях образования уединенных областей повышенной плотности.

4.1. Структура уединенных сгустков плотности в двухфазных гравитирующих дисках. Для исследования структуры уединенных областей повышенной плотности мы воспроизвели динамику нескольких оборотов диска массы $M = 0.55$ и радиуса $R = 2$, вращающегося вокруг центрального тела массы $M_c = 0.45$. Масса газа в диске составляла $M = 0.52$ при температуре в центре диска $T_0 = 0.01$, масса субдиска первичных тел $M = 0.03$, разброс скоростей тел $v_d = 0.01$. Использовался эффективный показатель адиабаты $\gamma^* = 5/3$. Расчет проводился на сетке $200\times256\times200$ с использованием 10^7 PIC-частиц и 1.6×10^5 SPH-частиц.

На рис. 1 представлены

— логарифм поверхностной плотности газа к моменту формирования кольца и началу его распада на отдельные сгущения $T = 8$, что соответствует половине оборота периферийной части газа, и к моменту закручивания сгущений $T = 10$;

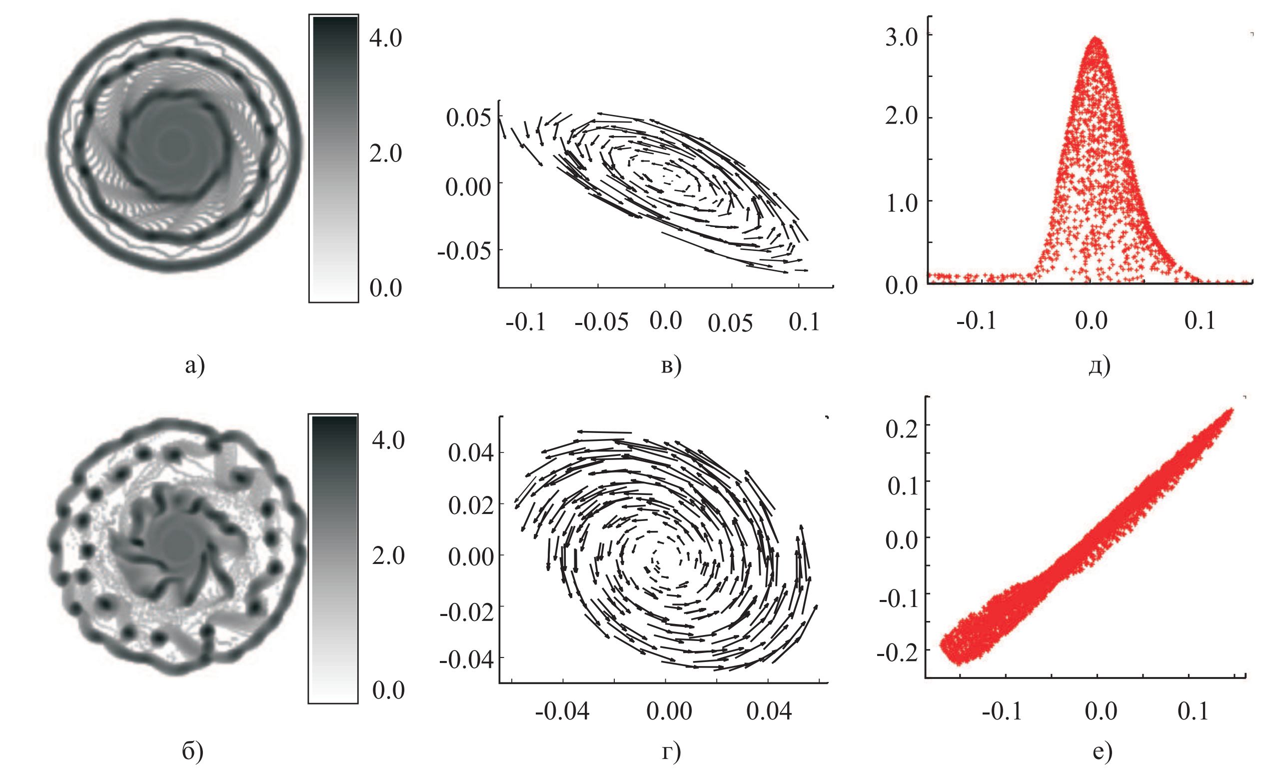

Рис. 1. Формирующийся и закрученный вихри в двухфазном диске: поле скоростей, профиль плотности и v_ϕ

— поле скоростей в системе координат, связанной с вихрем, при закручивании вихря и в сформировавшемся вихре;

— скорость v_ϕ и поверхностная плотность газа в зависимости от радиуса в сформировавшемся вихре.

На рис. 1а показано, что к моменту времени 8, который соответствует половине оборота периферийной части газового диска, в двухфазном диске формируется плотное кольцо, которое к моменту времени 10 (рис. 1б) распадается на отдельные сгущения. На рис. 1в и 1г приведено поле скоростей в системе отсчета вихря для начальной и развитой стадий фрагментации кольца. В результате образовавшегося сдвигового течения в системе возникли устойчивые на временах оборота вихревые образования. На рис. 1д и 1е приведен профиль плотности в образовавшемся вихре и скорость v_ϕ в зависимости от радиуса в системе отсчета вихря. Видно, что возникающие уединенные сгущения представляют собой вихри, вращающиеся вокруг максимума плотности как твердое тело.

Покажем, что распределение угловой скорости в возникающей вихревой структуре не связано с применением комбинации методов SPH решения уравнений газовой динамики и сеточного метода расчета потенциала. Необходимо убедиться, что завихренность не создается искусственно при интерполировании сеточного значения потенциала в SPH-частицы (при котором возможно их искусственное ускорение и торможение) и что используемая в расчете искусственная вязкость не определяет тип течения в возникающем вихре. Для этого были проведены расчеты на более грубой ($100 \times 128 \times 100$; 2.5×10^7 PIC-частиц и 4×10^4 SPH-частиц) и более подробной сетках ($400 \times 512 \times 400$; 4×10^7 PIC-частиц и 6.4×10^5 SPH-частиц) и построены функции распределения скорости v_ϕ от радиуса вихря. Было установлено, что во всех сформировавшихся уединенных сгущениях имело место твердотельное вращение вещества вокруг максимума давления и плотности, при этом на сетках $200 \times 256 \times 200$ и $400 \times 512 \times 400$ спектр масс образовавшихся сгущений (рис. 2) практически совпадает, а расчет на сетке с меньшим числом ячеек дает двукратное укрупнение масс получающихся объектов.

На рис. 2 представлены

— логарифм поверхностной плотности газа (первый столбец) и субдиска первичных тел (второй столбец) для расчета с разрешением $200 \times 256 \times 200$ ячеек сетки, 160 000 SPH-частиц, 10 000 000 PIC-частиц (верхняя строка) и $400 \times 512 \times 400$ ячеек сетки, 640 000 SPH-частиц, 40 000 000 PIC-частиц (нижняя строка);

— соответствующие спектры масс сгущений; масса сгущения вычислялась как масса вещества, попадающего в радиус, ограниченный полушириной уединенного возмущения плотности.

4.2. Расчет вихрей разных размеров. Покажем, что твердотельное вращение вещества характерно для сформировавшихся вихрей независимо от их размера. Для этого сравним результаты следующих

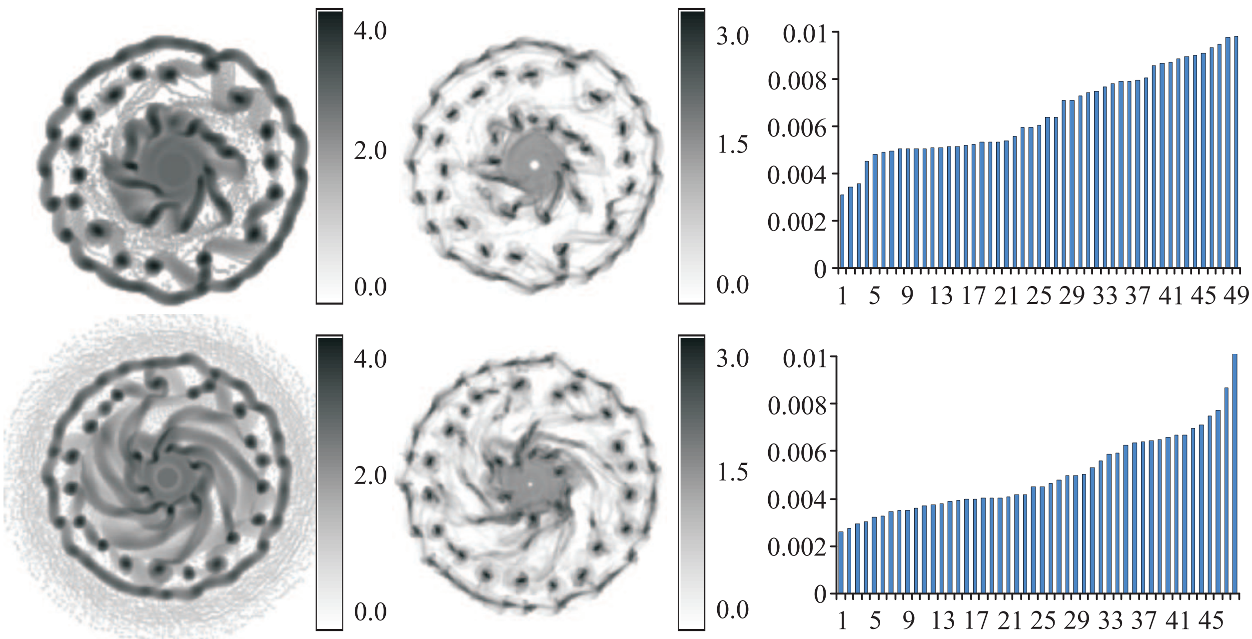

Рис. 2. Спектры масс сформировавшихся сгущений

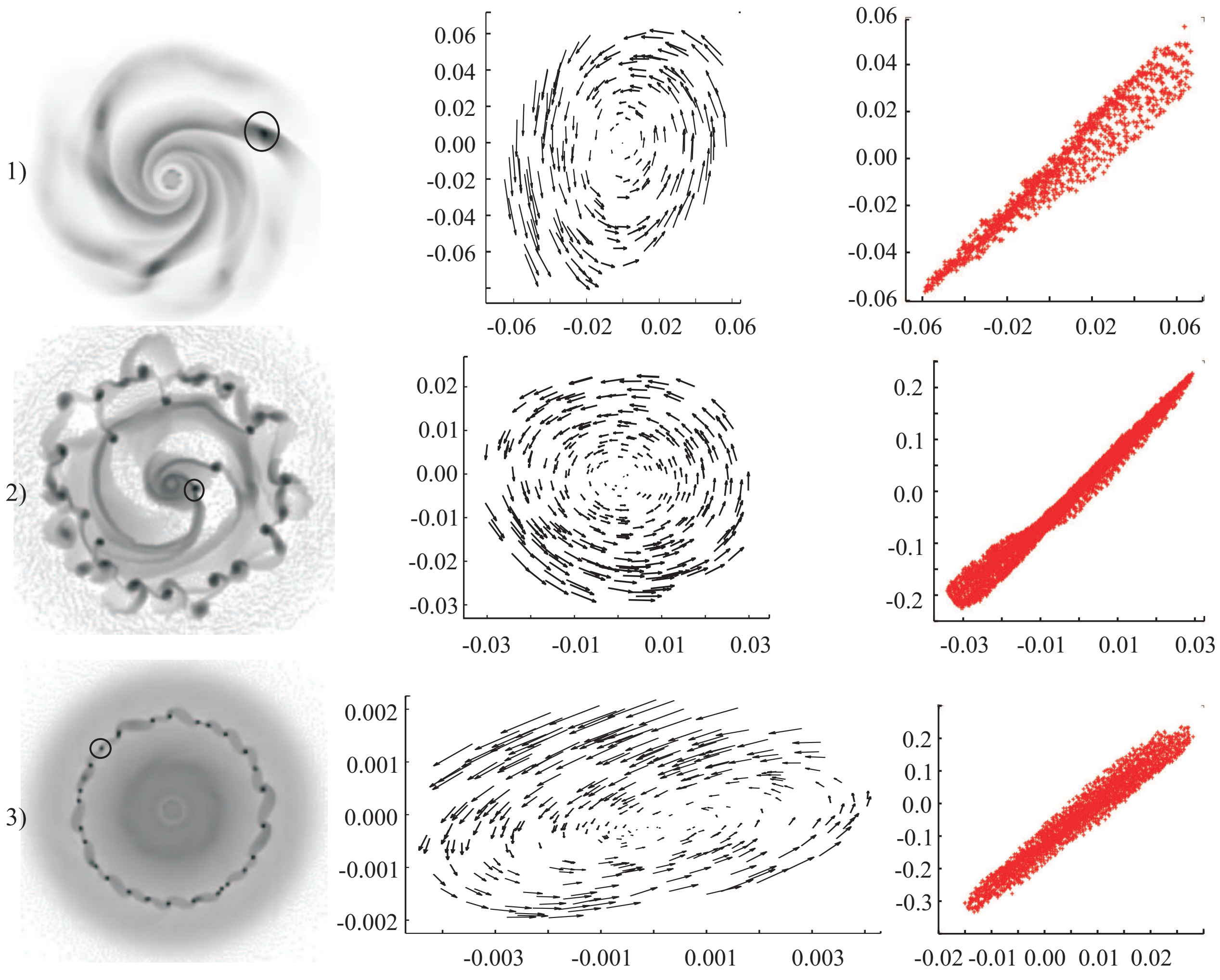

Рис. 3. Расчет 2 — первая строка, расчет 1 — вторая строка, расчет 3 — третья строка

вычислительных экспериментов: эксперимента 1 (базового расчета с параметрами, представленными в разделе 4.1) и экспериментов 2 и 3, которые отличаются от базового начальной температурой газа и эффективным показателем адиабаты. Варьируемые параметры расчетов приведены в таблице. На рис. 3 во второй строке представлены для сравнения результаты расчета 1: логарифм поверхностной плотности газа, а также поле скоростей и скорость v_ϕ в зависимости от радиуса для выделенного вихря.

Для того чтобы воспроизвести вихрь большего размера, чем в эксперименте 1, увеличим температуру газа в 2.6 раза, сохранив все остальные параметры расчета. В работах [11, 12] показано, что при таких параметрах газа в диске возможно формирование как спиральных рукавов, так и уединенных областей повышенной плотности, что будет определяться маломассивной компонентой диска — субдиском первичных тел. Поэтому в данном расчете мы воспроизводим вихрь максимально возможного размера для моделируемой системы (радиус вихря будем определять из полуширины уединенной волны). На рис. 3 в первой строке приведена поверхностная плотность газа в момент формирования вихря, поле скоростей и скорость v_ϕ в зависимости от радиуса, показывающая твердотельное вращение вещества в системе координат, связанной с вихрем.

Параметры вычислительных экспериментов
для расчетов, представленных на рис. 3

Номер эксперимента	1	2	3
Температура газа на радиусе 1 а.е.	0.01	0.026	0.026
Эффективный показатель адиабаты γ^*	1.66	1.66	1.1

Для того чтобы получить вихрь уменьшенного размера, изменим эффективный показатель адиабаты $\gamma^* = 1.1$. На рис. 3 в третьей строке приведен логарифм поверхностной плотности газа к моменту распада кольца на отдельные сгущения и показано течение газа в одном из таких сгущений. Видно, что в таком образовании также имеет место твердотельное вращение вещества. Исследование вихрей меньшего размера в рамках квазитрехмерной модели невозможно, так как их масштаб не позволяет пренебрегать толщиной и вертикальным движением вещества в диске.

4.3. Численное разрешение вихревых структур в гравитирующих дисках. На сегодняшний момент в литературе представлен ряд требований к численному разрешению модели для адекватного воспроизведения гравитирующих сгустков [3]. Величиной, на основе которой записаны такие критерии, является локальная джинсовская длина, определяемая в обозначениях, приведенных в разделе 2, соотношениями $\Lambda_{\rm gas} = \dfrac{c_s^2}{G\sigma_{\rm gas}}$, $\Lambda_{\rm par} = \dfrac{v_d^2}{G\sigma_{\rm par}}$. Эта величина характеризует минимальный размер возмущения, которое в гравитирующей газовой или бесстолкновительной среде будет нарастать под действием собственного гравитационного поля. Так, для сеточных методов необходимо, чтобы на джинсовскую длину Λ приходилось не менее 10 ячеек сетки, для методов частиц требуется 1000 (в трехмерном случае) или 100 (в двумерном случае) частиц на джинсовскую массу, определяемую формулами $M_{\rm Jeans} = \rho\Lambda^3$ или $M_{\rm Jeans} = \sigma\Lambda^2$ соответственно, где ρ и σ — объемная и поверхностная плотности.

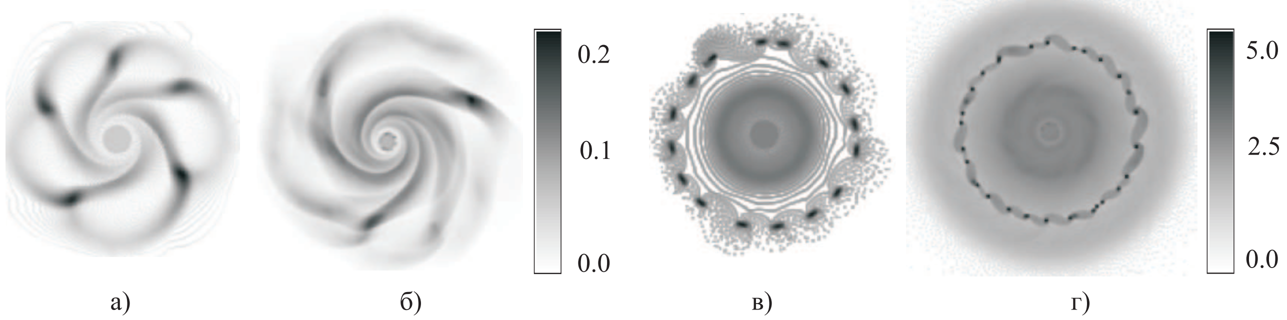

Рис. 4. Крупные а), б) и мелкие в), г) вихри при изменении численного разрешения расчетов

Покажем, что для вычисления спектра масс вещества, которое будет вовлечено в локальные гравитационные коллапсы, такие критерии не являются достаточными, так как не позволяют определить минимальный размер вихря, возникающего в такой системе. Сравним результаты двух расчетов 2 и 3, которые отличаются друг от друга только значением эффективного показателя γ^* — для расчета 3 он был уменьшен в 1.5 раза. В расчете 2 значение джинсовской длины по газу в начальный момент времени равно 0.64, для расчета 3 оно составляет 0.42. Оба этих режима были рассчитаны на последовательности сгущающихся сеток. Количество узлов сеток составляло $100 \times 128 \times 100$, $200 \times 256 \times 200$ и $400 \times 512 \times 400$ ($h_r = 0.04$; 0.02; 0.01, где h_r — радиальный размер ячейки сетки, для проведенных расчетов; таким образом, в расчете 3 на начальную джинсовскую длину приходилось от 10 до 40 ячеек сетки), соответствующим образом менялось количество SPH- и PIC-частиц.

На рис. 4 показано, что при измельчении сетки в расчете 2 не меняется характерный размер вихря, образовавшегося в результате развития неустойчивости в такой системе, тогда как для расчета 3 начальный размер вихрей, воспроизведенных в расчете на сетке $100 \times 128 \times 100$ в 4 раза больше, чем на сетке $400 \times 512 \times 400$. Таким образом, на сетке $100 \times 128 \times 100$ для расчета 3 воспроизводится картина развития неустойчивости и адекватно передается тип возникающей структуры, но возникающий вихрь оказывается размазанным на бо́льшие радиусы.

На рис. 4 представлена поверхностная плотность газа в момент существования сформировавшихся сгущений для расчета 2 (рис. 4а и 4б) и логарифм поверхностной плотности газа для расчета 3 (рис. 4в и 4г) с численным разрешением $100 \times 128 \times 100$ ячеек сетки, 40 000 SPH-частиц, 2 500 000 PIC-частиц (рис. 4а и 4в) и $400 \times 512 \times 400$ ячеек сетки, 640 000 SPH-частиц, 40 000 000 PIC-частиц (рис. 4б и 4г).

Для текущей реализации численной модели разрешение $400 \times 512 \times 400$ ячеек, 4×10^7 PIC-частиц и 6.4×10^5 SPH-частиц является предельным для расчета динамики на нескольких оборотах. Для дальнейшего увеличения разрешения модели необходимы алгоритмы повышения производительности расчетов, адаптированные к конкретным архитектурам суперЭВМ.

5. Заключение. В настоящей статье проведено моделирование течения вещества в уединенных сгустках плотности, формирующихся в результате развития гравитационной неустойчивости в двухфазной среде. Было показано, что независимо от размера и времени появления сгустки плотности в двухфазном диске на начальных стадиях своего существования представляют собой вихри с максимумом давления в центре и с твердотельным вращением вещества вокруг максимума. Численная модель двухфазной гравитирующей среды, основанная на методах частиц PIC и SPH и сеточном методе решения уравнения для потенциала, позволяет рассчитать появление вихревых структур на 1–2 порядка меньших, чем радиус диска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Boss A.P.* Possible rapid gas giant planet formation in the solar nebula and other protoplanetary disks // Astrophys. J. 2000. **536**, N 2. L101–L104.
2. *Liu G.R., Liu M.B.* Smoothed particle hydrodynamics, a meshfree particle method. Singapore: World Scientific, 2003.
3. *Lodato G., Clarke C.* Resolution requirements of smoothed particle hydrodynamics simulations of self-gravitating accretion discs // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2011. **413**. 27–35.
4. *Meru F., Bate M.R.* Exploring the conditions required to form giant planets via gravitational instability in massive protoplanetary discs // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2010. **406**. 1060–1072.
5. *Paardekooper S.-J., Baruteau C., Meru F.* Numerical convergence in self-gravitating disc simulations: initial conditions and edge effects // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2011. **416**. 65–69.
6. *Rice W.K.M, Lodato G., Pringle J.E., Armitage P.J., Bonnell I.A.* Planetesimal formation via fragmentation in self-gravitating protoplanetary discs // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2006. **372**. 9–13.
7. *Вшивков В.А., Кукшева Э.А., Никитин С.А., Снытников А.В., Снытников В.Н.* О параллельной реализации численной модели физики гравитирующих систем // Автометрия. 2003. **39**, № 3. 115–123.
8. *Снытников В.Н., Вшивков В.А., Кукшева Э.А., Неупокоев Е.В., Никитин С.А., Снытников А.В.* Трехмерное численное моделирование нестационарных систем N-тел с газом // Письма в астрономический журнал. 2004. **30**, № 2. 146–160.
9. *Снытников В.Н.* Абиогенный допланетный синтез пребиотического вещества // Вестник РАН. 2007. **77**, № 3. 218–226.
10. *Стояновская О.П., Снытников В.Н.* Особенности SPH-метода решения газодинамических уравнений для моделирования нелинейных волн в двухфазной гравитирующей среде // Математическое моделирование. 2010. **22**, № 5. 29–44.
11. *Стояновская О.П., Снытников В.Н.* Сингулярные решения в модели раннего этапа эволюции околозвездного диска // Тр. Междунар. конф. “Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика”, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко. Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2011 (http://conf.nsc.ru/files/conferences/niknik-90/fulltext/40407/47015/Stoyanovskaya.pdf).
12. *Стояновская О.П., Снытников В.Н.* Решение нестационарных задач двухфазной гравитирующей среды: проблемы и результаты // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ-2012). Тр. Междунар. научной конф. (Новосибирск, 26–30 марта 2012 г.). Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2012. 683–689.
13. *Фридман А.М.* Предсказание и открытие сильнейших гидродинамических неустойчивостей, вызванных скачком скорости: теория и эксперименты // Успехи физич. наук. 2008. **178**. 225–242.

Поступила в редакцию
10.06.2012