

УДК 550.341

КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В ТРЕХМЕРНО-НЕОДНОРОДНЫХ РАЗНОМАСШТАБНЫХ СРЕДАХ

В. И. Костин¹, В. В. Лисица², Г. В. Решетова³, В. А. Чеверда²

Для численного моделирования процессов распространения сейсмических волн в трехмерно-неоднородных средах с разномасштабными неоднородностями (кавернозно-трещиноватыми резервуарами) разработан конечно-разностный метод, основанный на использовании сеток с локальным пространственно-временным измельчением. Необходимость использования таких сеток связана с огромными различиями в масштабах неоднородностей вмещающей среды (десятки и сотни метров) и микроструктуры пласта-коллектора (от долей сантиметра до первых метров). Вычисления и на грубой, и на мелкой сетках требуют использования высокопроизводительных вычислительных систем с параллельной архитектурой. Для реализации параллельных вычислений используется трехмерная декомпозиция области, когда каждый элементарный объем приписывается своему процессорному элементу. Эти процессорные элементы объединяются в две группы — для вмещающей среды (крупная сетка) и резервуара (мелкая сетка). Вычисления внутри каждой из групп производятся асинхронно за счет использования неблокирующих процедур *iSend/iRecv* библиотеки *MPI*. Обмены между группами организованы также с помощью этих процедур и осуществляются через специально выделенные мастер-процессоры. Приводятся результаты численных расчетов для реалистичных моделей карбонатных резервуаров, содержащих коридоры трещиноватости. Показано проявление ориентации этих коридоров в рассеянных волновых полях.

Ключевые слова: сейсмические волны, конечно-разностные методы, декомпозиция области, группы процессорных элементов.

1. Актуальность. Одной из наиболее важных задач современных сейсмических методов поиска и разведки нефтегазовых месторождений является реконструкция микроструктуры пласта-коллектора. Связано это с тем, что во многих случаях карбонатный коллектор может быть насыщен углеводородами, но его проницаемость, а следовательно, и извлекаемость запасов, определяется пронизывающими его коридорами трещиноватости, образованными системами трещин, имеющих протяженность до нескольких километров, высоту до первых десятков метров и ширину в первые десятки сантиметров. Необходимо подчеркнуть, что именно так устроены карбонатные коллекторы, широко распространенные в Восточной Сибири. Более того, иногда в карбонатных коллекторах нефть может находиться в карстовых включениях размерами до метра. Таким образом, знание распределения системы трещин и каверн является необходимым для организации эффективной разработки месторождений в карбонатных коллекторах. Однако в силу их вертикальной ориентации и весьма небольшой толщины на них практически не образуются регулярные отраженные волны, что чрезвычайно затрудняет картирование таких объектов с помощью традиционных сейсмических методов. Этот факт послужил стимулом развития нового направления, связанного с использованием рассеянных волн. Именно такие волны генерируются при взаимодействии сейсмических волн с системами трещин и каверн, формирующих кавернозно-трещиноватые резервуары в карбонатных породах. В настоящее время направление, связанное с выделением рассеянных волн и их использованием для восстановления тонкой структуры резервуара, развивается весьма активно и в ряде случаев уже дает реальные результаты на практике [9, 11, 12, 14].

Необходимым этапом при создании процедур построения изображений рассеивающих объектов является разработка и программная реализация алгоритмов для численного моделирования рассеянных

¹ АО "Intel ZAO", просп. Лаврентьева, 6а, 630090, Новосибирск; зав. отделом, e-mail: victor.i.kostin@intel.com

² Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, просп. Коптюга, 3, 630090, Новосибирск; В. В. Лисица, зав. лабораторией, e-mail: lisitsavv@ipgg.nsc.ru, В. А. Чеверда, зав. отделом, e-mail: cheverdava@ipgg.nsc.ru

³ Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, просп. Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск; ст. науч. сотр., e-mail: kgv@nmsf.sccc.ru

волновых полей. Именно на этой основе открывается возможность детального анализа основных особенностей процессов формирования и распространения таких волн, без знания которых невозможно развитие методов локализации рассеивающих объектов и описания их микроструктуры. Однако прямолинейный перенос существующих в настоящее время методов численного моделирования сейсмических волн на решение таких задач не всегда может быть реализован даже с использованием самых мощных на сегодняшний день вычислительных систем. Действительно, применяемые в настоящее время методы численного моделирования сейсмических волн для реалистичных трехмерных моделей основаны преимущественно на явных конечно-разностных схемах, использующих сетки с размером шага по пространству, равным 0.1–0.2 доминирующей длины волны, что, как правило, составляет $5 \div 10$ метров, в то время как характерные размеры неоднородностей составляют $0.01 \div 0.1$ метра. Стандартным способом учета влияния микромасштабных неоднородностей является их осреднение, т.е. гомогенизация среды, подмена ее некоторой “эффективной” однородной средой [7]. Такая эффективная среда будет правильно описывать времена вступления и осредненное поведение коэффициентов отражения, особенно на больших выносах, но никоим образом не позволит учесть наличие рассеянных волн [10]. Для их корректного моделирования необходимо использовать гораздо меньший шаг по пространству, сравнимый с размером неоднородностей. Однако, как показывают элементарные вычисления, использование шага в 0.5 м во всей целевой области, типичный размер которой составляет $10 \text{ км} \times 10 \text{ км} \times 10 \text{ км}$, дает 8×10^{12} узлов, что потребует ≈ 350 Тб оперативной памяти и, соответственно, примерно двести тысяч процессорных элементов.

Предлагаемый нами подход к решению данной проблемы заключается в использовании сеток с различными шагами по пространству для корректного представления различных составляющих модели: сравнительно крупный шаг для описания трехмерно-неоднородной вмещающей среды и гораздо более мелкий внутри пласта-коллектора.

2. Постановка задачи. Распространение сейсмических волн описывается системой уравнений первого порядка для векторов скорости $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$ и напряжений $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{xy})^T$:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - A \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial x} - B \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial y} - C \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial z} &= 0; \\ D \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial t} - A^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} - B^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} - C^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} &= \mathbf{f}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь A , B и C — прямоугольные (3×6) -матрицы с ненулевыми элементами $a_{11} = a_{24} = a_{35} = 1$, $b_{14} = b_{22} = b_{36} = 1$ и $c_{15} = c_{26} = c_{33} = 1$; D — симметричная матрица порядка 6 с ненулевыми элементами $d_{22} = d_{33} = \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)}$, $d_{12} = d_{13} = d_{23} = \frac{\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}$ и $d_{44} = d_{55} = d_{66} = \frac{1}{\mu}$. Входящий в правую часть системы (1) вектор \mathbf{f} описывает действие источника сейсмических волн.

Для численного моделирования сейсмических волн нами используется стандартная явная конечно-разностная схема второго порядка на сдвинутых сетках [13]. Модификация ее коэффициентов на основе метода баланса, известного также как интегро-интерполяционный метод (гл. III книги [2]), обеспечивает второй порядок сходимости численного решения для неоднородных сред. Это позволяет избежать явного описания неоднородностей и организовать “сквозной” счет во всей целевой области.

2.1. Согласование сеток. Применяя классическую теорию однократного рассеяния [1], можно показать, что рассеянные волны, возникающие на микроструктуре пласта-коллектора, имеют амплитуду порядка 1% от интенсивности падающей волны. Поэтому используемый для их моделирования конечно-разностный метод должен обладать искусственными отражениями от границы смены шагов на уровне $0.01 \div 0.1\%$. Построению таких методов посвящено значительное количество публикаций [3–6]. Отличительной особенностью всех этих подходов является одновременное измельчение сетки и по пространству, и по времени. В то же время, как показано в [4], единственный путь для обеспечения устойчивости такой реализации конечно-разностного метода состоит в согласовании крупной и мелкой сеток на основании закона сохранения энергии. Как показали проведенные нами численные эксперименты [8], этот подход ведет к возникновению артефактов с интенсивностью более 1% относительно падающей волны, что неприемлемо для корректного моделирования рассеянных волн. Поэтому нами изначально было решено использовать измельчение по времени и по пространству на разных поверхностях, охватывающих заполненную микро-неоднородностями область, как это представлено на рис. 1а. Именно такое последовательное измельчение шагов по времени и по пространству обеспечивает и устойчивость предлагаемого метода, и требуемый уровень артефактов [8].

2.1.1. Измельчение шага по времени. Для одномерного случая измельчение шага по времени при фиксированном шаге по пространству представлено на рис. 1в и 1г и достаточно очевидно. Его моди-

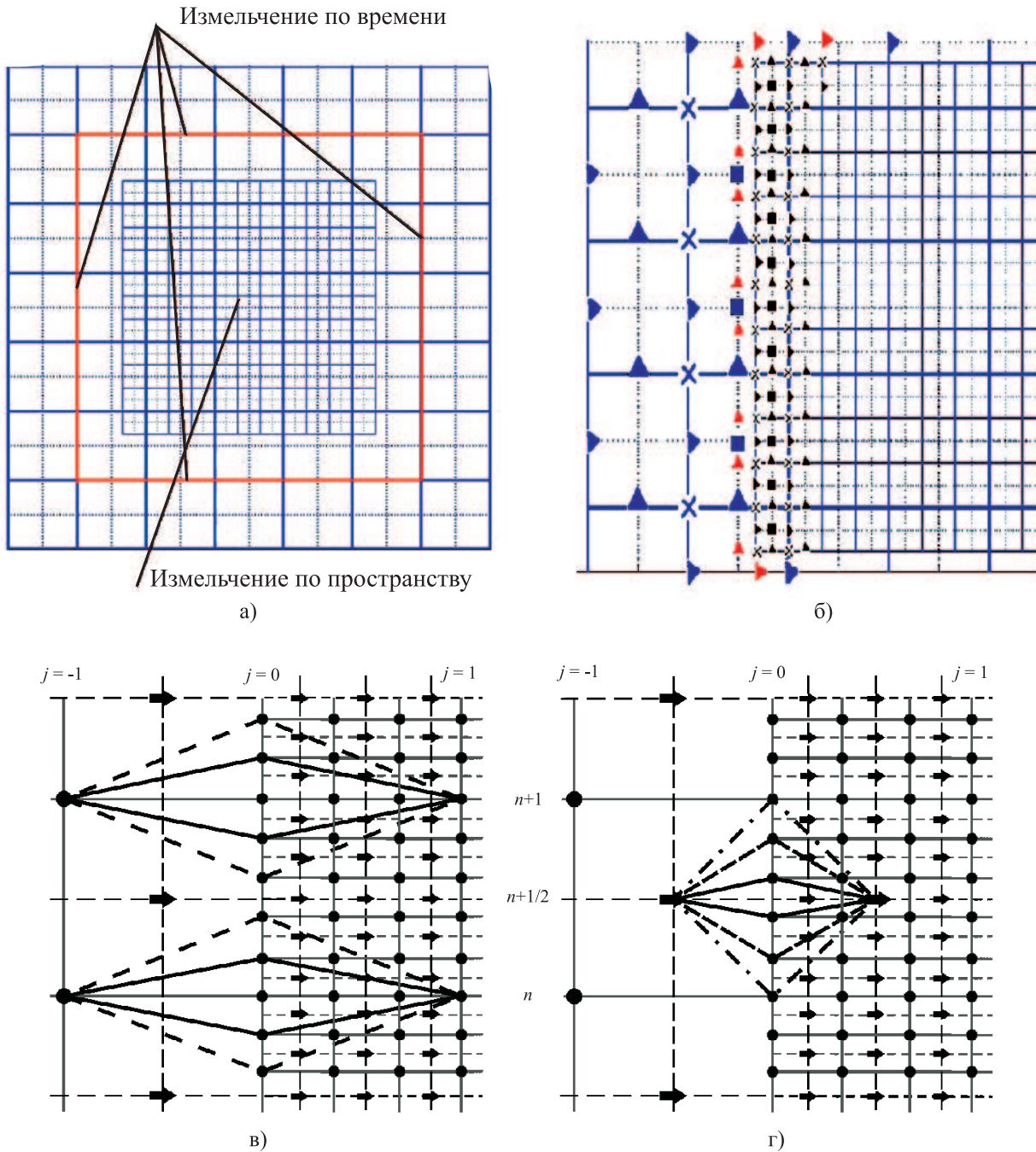


Рис. 1. Согласование сеток: а) расположение поверхностей измельчения сеток по времени (красный прямоугольник) и по пространству (черный прямоугольник); б) измельчение по пространству. Измельчение по времени: в) скорости смещения, г) напряжения

фикации в двумерной и трехмерной постановках отличаются только использованием соответствующего пространственного шаблона, оставляя неизменной структуру вычислений (более подробно см. [8]).

2.1.2. Измельчение шага по пространству. Для согласования сеток с различными шагами по пространству используется интерполяция на основе Быстрого Преобразования Фурье (БПФ). Для упрощения рассмотрим двумерную реализацию этого подхода. На рис. 1б изображено взаимное расположение крупной и мелкой сеток. Треугольниками обозначены узлы, в которых задаются компоненты векторов скорости смещения (ориентация треугольника совпадает с направлением компоненты вектора), а прямоугольниками и косыми крестиками — узлы, в которых задаются соответственно диагональные (σ_{xx} , σ_{zz}) и внедиагональные (σ_{xz}) компоненты тензора напряжений. При этом величины, вычисляемые на мелкой и крупной сетках, обозначены соответствующими мелкими и крупными символами. Рассмотрим шаг, на

котором по заданным компонентам вектора скоростей смещения вычисляются компоненты тензора напряжения. Как видно из рис. 1, для того чтобы вычислить компоненту σ_{xz} на границах мелкой сетки, необходимо знать векторы скоростей смещения в узлах, отмеченных мелким треугольником, которые не принадлежат крупной сетке. Следовательно, искомые значения в них должны быть получены с помощью интерполяции, причем именно ее точность и определяет уровень артефактов, связанных со сменой шага. Исходя из этого, нами была выбрана интерполяция на основе БПФ, обладающая экспоненциальной точностью и чрезвычайно высоким быстродействием. Последнее особенно важно в трехмерном случае, когда приходится выполнять двумерную интерполяцию.

2.2. Организация параллельных вычислений. Предлагаемый метод ориентирован на численное моделирование взаимодействия сейсмических волн с кавернозно-трещиноватыми резервуарами в реалистичных трехмерно-неоднородных средах. Поэтому параллельные вычисления должны быть организованы как во вмещающей среде, описываемой крупной сеткой, так и в самом резервуаре на мелкой сетке. Одновременное использование крупной и мелкой сеток и необходимость организации взаимодействия между ними делает нетривиальной задачу обеспечения равномерной загрузки процессорных элементов, участвующих в параллельных вычислениях на основе декомпозиции области.

Еще одним важным моментом является удобство формирования сейсмогеологической модели, включая задание вмещающей среды, расположение в ней резервуара и описание его свойств на мелкой сетке. Мы предполагаем, что резервуар полностью погружен в параллелепипед с мелким шагом, положение которого во вмещающей среде определяется двумя крайними точками его главной диагонали. Строение вмещающей среды на крупной сетке и резервуара на мелкой задается отдельными файлами, которые формально никак не связаны между собой. Трехмерная декомпозиция выполняется независимо для вмещающей среды и резервуара и задается количеством их разбиений в каждом из трех направлений. Все это максимально упрощает пользователю формирование задания. Ему нужно загрузить файлы, задающие распределение упругих параметров во вмещающей среде и внутри резервуара, задать разбиение расчетной области на крупной и мелкой сетках и разместить во вмещающей среде параллелепипед, охватывающий резервуар.

Опишем теперь организацию взаимодействия между отдельными процессорными элементами внутри каждой группы и между группами.

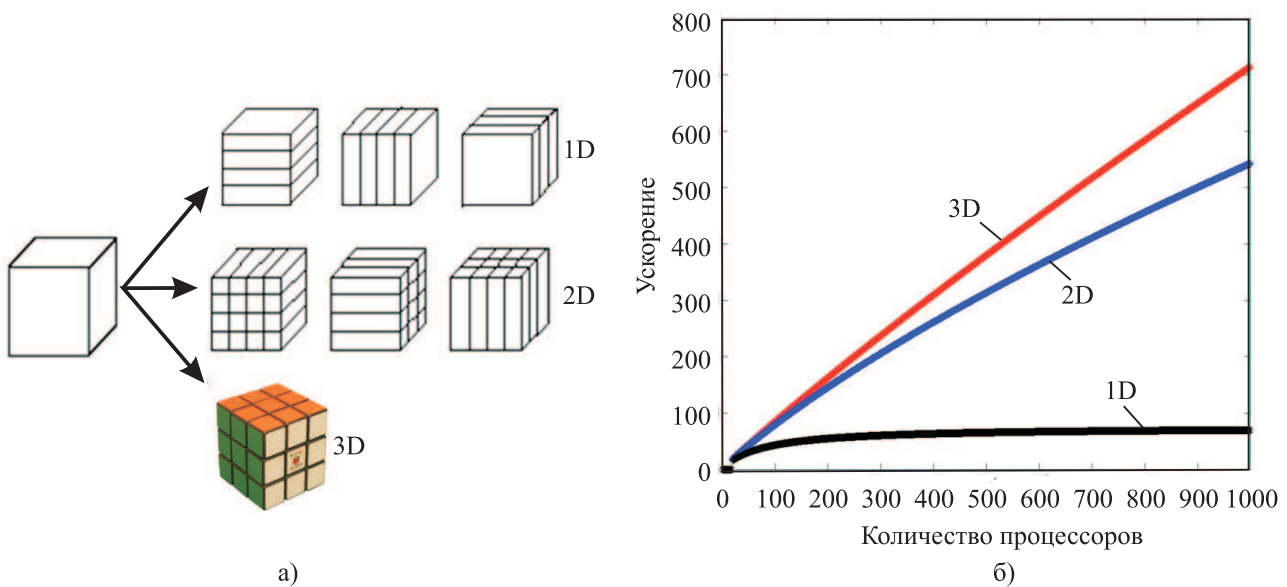


Рис. 2. Декомпозиция области: сверху вниз 1D, 2D, 3D (а); б) теоретические оценки ускорения для различных видов декомпозиции трехмерной области: 1D (черная линия), 2D (синяя линия), 3D (красная линия)

2.2.1. Взаимодействие между соседними процессорными элементами в группе. Для организации параллельных вычислений используется пространственная декомпозиция области на непересекающиеся параллелепипеды, каждый из которых приписывается своему процессорному элементу. Пространственный шаблон, используемый в этой схеме, требует для расчета скоростей и напряжений в точке M в последующий момент времени их знания в некоторой окрестности этой точки в предыдущий момент. Таким образом, такая параллельная реализация ведет к необходимости организации пошаговых обменов

между соприкасающимися процессорами (рис. 2а). Время, затрачиваемое на такие обмены, относится к непроизводительным потерям, причем чем больше объем пересылаемых данных, тем значительнее эти потери и, следовательно, ниже эффективность разработанного программного обеспечения. В свою очередь, объем пересылаемых данных, а значит и эффективность программного обеспечения, зависит от геометрии декомпозиции области. Как видно из рис. 2б, наилучшей эффективностью обладает трехмерная декомпозиция, что является следствием хорошо известного факта — среди всех параллелепипедов фиксированного объема куб имеет наименьшую площадь поверхности. Именно такая декомпозиция использовалась нами для организации параллельных вычислений, что и позволило добиться максимальной эффективности программного обеспечения. Кроме того, для сокращения непроизводительного ожидания здесь используется асинхронная организация вычислений, при которой обмен данными между соприкасающимися процессорными элементами осуществляется с помощью неблокирующих MPI-процедур *iSend/iRecv*, а внутри каждого процессорного элемента вычисления для каждого текущего временного слоя конечно-разностной схемы начинаются из самой внутренней точки приписанной к нему элементарной области и расширяются по направлению к ее границам. Таким образом, при формировании граничных значений уже поступают необходимые данные от соседних процессоров и одновременно готовится к пересылке следующий пакет данных, обеспечивающий переход на новый слой по времени.

2.2.2. Взаимодействие между группами процессорных элементов. Как уже было отмечено ранее, вся изучаемая среда представляется в виде суперпозиции вмещающей среды (крупная сетка) и содержащегося в ней резервуара (мелкая сетка). Все процессорные элементы разбиваются на две группы, производящие вычисления на крупной и мелкой сетках соответственно (рис. 3). Рассмотрим организацию обменов между этими группами, имея в виду, что при этом также выполняется и согласование сеток, как это описано в разделе 2.1.

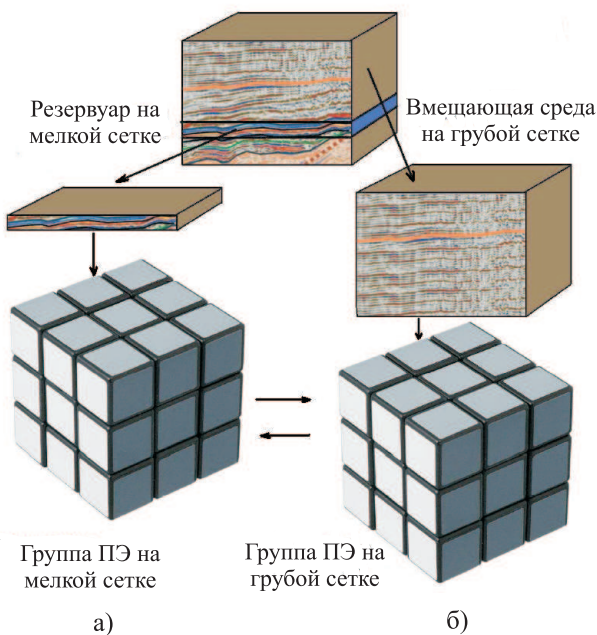


Рис. 3. Две группы процессорных элементов: а) для описания резервуара, б) вмещающей среды

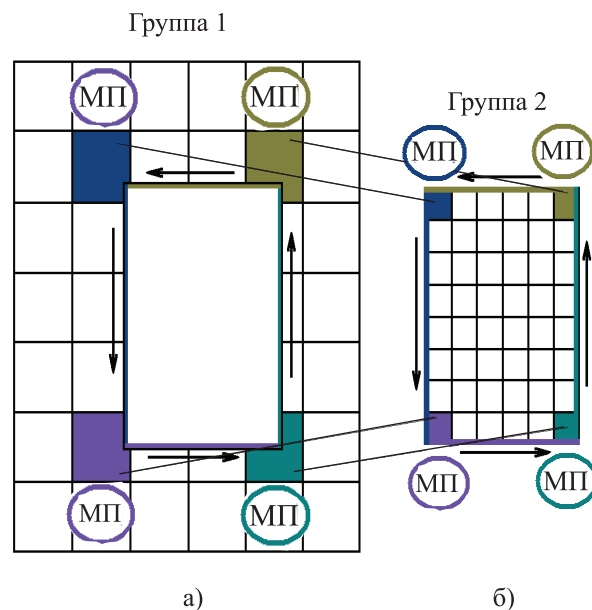


Рис. 4. Взаимодействие между группами процессорных элементов на крупной (а) и мелкой (б) сетках

С крупной сетки на мелкую. Прежде всего определяются процессорные элементы из первой группы (крупная сетка), охватывающие резервуар (рис. 4), и группируются по каждой из граней, соприкасающихся с параллелепипедом на мелкой сетке. Для каждой грани определяется специальный мастер-процессор (аббревиатура МП на рис. 4), который собирает рассчитанные на ней текущие значения решения и пересылает их соответствующему МП на мелкой сетке. Вся последующая обработка этих данных, обеспечивающая согласование сеток путем интерполяции на основе БПФ, выполняется уже МП для мелкой сетки, который затем и рассылает данные по соответствующим процессорам из второй группы (мелкая сетка). Выполнение интерполяции на месте позволяет существенно уменьшить объем пересылаемых данных и, следовательно, время непроизводительного ожидания.

С мелкой сетки на крупную. Как и в предыдущем случае, прежде всего определяются процессоры,

выполняющие вычисления на гранях параллелепипеда с мелкой сеткой, охватывающего резервуар, и для каждой грани определяется мастер-процессор (МП) (рис. 4). Именно он собирает с каждой из граней данные для пересылки соответствующему мастер-процессору, работающему на крупной сетке. В этом случае для вычисления значений решения для следующего момента времени нужны не все данные, полученные с мелким шагом, а лишь те из них, которые соответствуют узлам крупной сетки (рис. 1б). Формально эти данные можно просто проредить, но, как показал наш опыт, при этом возникают заметные артефакты, связанные с потерей гладкости решения. Поэтому и здесь используется интерполяция на основе БПФ, позволяющая восстанавливать значения в узлах с высокой степенью точности. Выполнение такой процедуры прореживания на месте мастер-процессором, работающим на мелкой сетке, существенно уменьшает объем пересылаемых данных и, следовательно, сокращает время непроизводительного ожидания.

При организации межгрупповых обменов, как и обменов внутри групп, обеспечивается максимально возможная степень асинхронности вычислений за счет использования неблокирующих процедур MPI `iSend/iRecv` и специальной организации вычислений — из самой внутренней точки области, приписанной каждому из процессорных элементов. Самым узким местом здесь является обмен данными между группами процессоров. Однако описанный выше подход, когда пересылаются только данные, соответствующие крупной сетке, а для интерполяции используются чрезвычайно эффективные процедуры БПФ (Intel MKL), существенно снижает непроизводительное время ожидания.

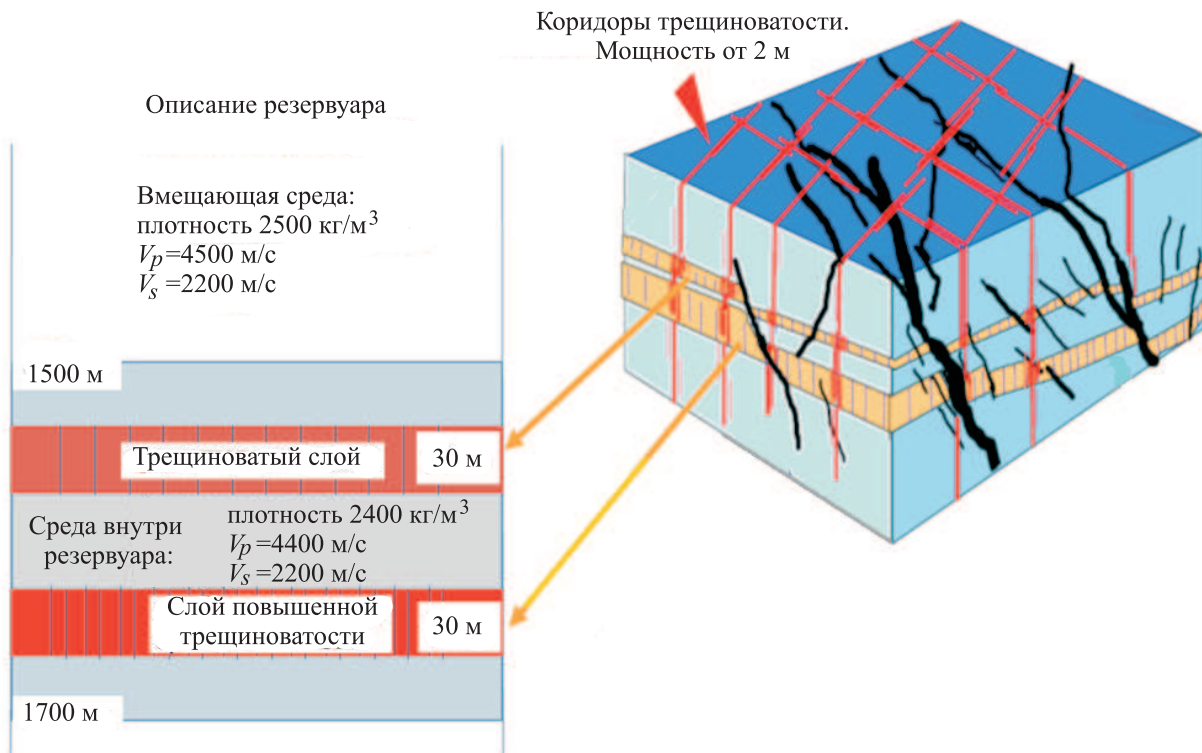


Рис. 5. Резервуар с коридорами трещиноватости

2.2.3. Организация ввода модели и вывода результатов. Организация ввода/вывода реализована на основе специализированной библиотеки MPI I/O (Input/Output), входящей в MPI-2. Все процедуры ввода/вывода выполняются в параллельном режиме, при котором обеспечивается одновременный доступ к одному и тому же файлу как при чтении (ввод модели), так и при записи (вывод рассчитанных волновых полей). Необходимым условием успешной работы программного обеспечения для реалистичных моделей является наличие библиотеки ILP64 на кластере. Это связано с огромными размерами вовлеченных в вычисления массивов. Как правило, для описания тонкой структуры резервуара требуются массивы, содержащие более 2^{32} элементов. Их чтение с использованием стандартных процедур ввода/вывода занимает неприемлемо длительное время и, более того, как правило, приводит к возникновению проблем с корректной адресацией элементов таких массивов. Достаточно отметить, что приводимый ниже пример карбонатного резервуара с коридорами трещиноватости использует сетку с полуметровым шагом, покрывающую параллелепипед $2000 \text{ м} \times 2000 \text{ м} \times 200 \text{ м}$, что составляет $\approx 2^{33}$ элементов. Запись трех-

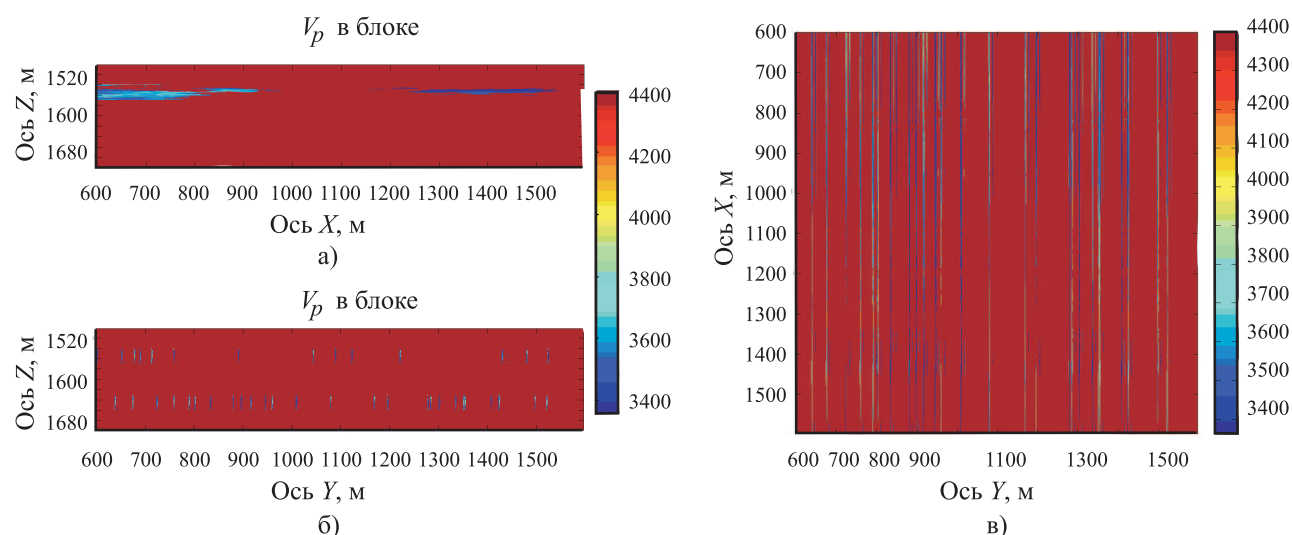


Рис. 6. Коридоры трещиноватости внутри резервуара: вид сбоку в направлении, ортогональном (а) и параллельном (б) распространению коридоров трещиноватости, в) вид сверху

компонентных синтетических сейсмограмм, рассчитанных для реалистичных систем наблюдения, также требует использования специальных процедур, обеспечивающих доступ к одному и тому же файлу разных процессоров, участвующих в вычислениях.

3. Численное моделирование для реалистичной модели резервуара. В заключение представим результаты численного моделирования для реалистичной модели карбонатного резервуара с коридорами трещиноватости. Такого типа коллекторы характерны для месторождений нефти и газа в Восточной Сибири, в частности в Юрубчено-Тохомской зоне. В основу построения численной модели резервуара положена схематическая двухслойная модель, представленная на рис. 5. Для простоты предполагается, что этот резервуар погружен в однородное упругое полупространство, свойства которого соответствуют типичной модели карбонатных пород.

Резервуар содержит трещиноватость коридорного типа, представляющую собой набор случайно распределенных протяженных трещин. Концентрация трещин при этом колеблется от 0 в цельных фациях до максимального значения 0.3. Окончательное распределение коридоров трещиноватости представлено на рис. 6.

Для дискретизации резервуара использовался пространственный шаг 0.5 м, что позволяет корректно задать на сетке его сейсмогеологическую модель. В итоге получается трехмерный массив из $4000 \times 4000 \times 400$ элементов. Декомпозиция области была выполнена таким образом, чтобы на каждый из процессорных элементов приходился куб $200 \times 200 \times 200$ точек ($\approx 1\text{Gb RAM}$), что потребовало 800 процессорных элементов. Вмещающая среда заполняла куб $2000 \text{ м} \times 2000 \text{ м} \times 2000 \text{ м}$ и дискретизировалась с шагом 2.5 м, что соответствует массиву $800 \times 800 \times 800$ точек. Выбирая такую же загрузку процессорных элементов, как и для резервуара, получаем необходимость использования 64 процессорных элементов для описания вмещающей среды. Таким образом, для моделирования взаимодействия сейсмических волн с тонкой структурой данного резервуара необходимо 864 процессорных элемента.

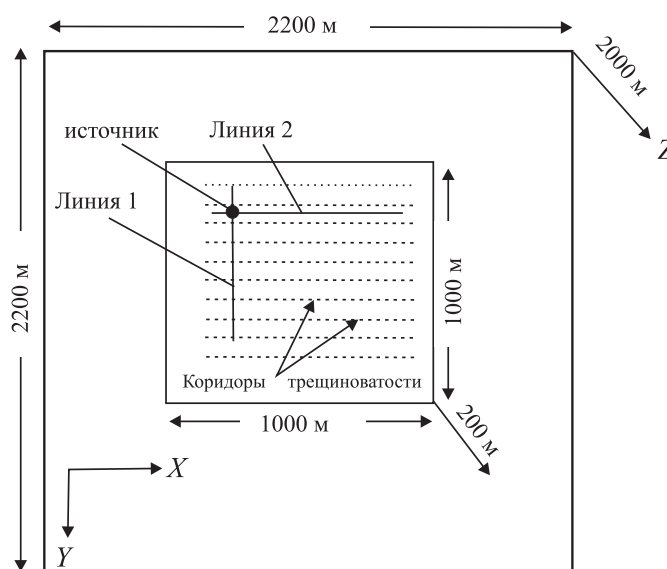


Рис. 7. Система наблюдения. Источник находится в пересечении линий 1 и 2

С помощью разработанного программного обеспечения было проведено полномасштабное численное

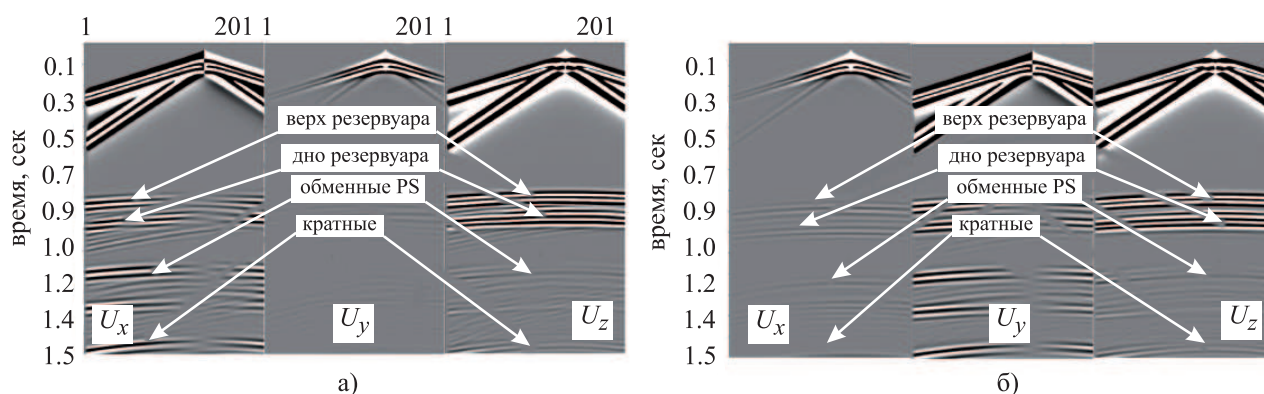


Рис. 8. Трехкомпонентные сейсмограммы вдоль линий 2 (а) и 1 (б),
 x , y и z — компоненты смещений

моделирование для изучения рассеянных волн, возникающих на построенных выше коридорах трещиноватости. Система наблюдения представлена на рис. 7. Соответствующие трехкомпонентные сейсмограммы приведены на рис. 8. Отчетливо прослеживается увеличение интенсивности рассеянных волн при ориентации профиля вдоль направления трещиноватости по сравнению с его расположением ортогонально ориентации системы трещин. Этот факт может быть использован для оценки преимущественной ориентации коридоров трещиноватости и выработки на этой основе рекомендаций по разработке и эксплуатации месторождения.

4. Заключение. Предложен, обоснован и реализован конечно-разностный метод численного моделирования сейсмических волн в разномасштабных средах на основе применения сеток с локальным пространственно-временным измельчением. Созданное на его основе параллельное программное обеспечение дает уникальную возможность детального анализа процессов взаимодействия сейсмических волн с тонкой структурой пласта-коллектора, перекрытого трехмерно-неоднородными толщами, и повышения на этой основе информативности и разрешающей способности сейсмических методов поиска и разведки месторождений нефти и газа. Уже самые первые численные эксперименты, выполненные с использованием этого программного обеспечения, позволили получить описание весьма тонких особенностей рассеянных волновых полей для карбонатных коллекторов и сформулировать на этой основе признак для определения ориентации коридоров трещиноватости, контролирующих фильтрационные свойства месторождений.

Таким образом, благодаря использованию параллельных вычислительных систем и современного программного обеспечения (MPI-2 с библиотекой ILP64 и процедурами ввода/вывода MPI I/O) впервые появилась возможность полномасштабного моделирования процессов взаимодействия сейсмических волн с тонкой структурой коллекторов и, в частности, возникновения при этом рассеянных волн. На этой основе могут быть выработаны качественно новые методы локализации зон повышенной трещиноватости и прогнозирования их флюидонасыщенности.

Выражение признательности. Данное исследование выполнено при поддержке РФФИ (коды проектов 10-05-00233, 11-05-00947 и 11-05-12022-офи), а также гранта МК-47.2011.5 Президента РФ для поддержки молодых ученых-кандидатов наук, ООО «РН-КрасНИПИнефть» (Красноярск, Россия) и TOTAL SA (Pau, France). Мы искренне благодарны специалистам Новосибирского отделения А/О Intel ЗАО за консультации по вопросам, связанным с использованием процедур MPI I/O и преодоления проблем адресации в рамках версии MPI, использующей ILP64.

Отладка программ и численные эксперименты проводились на вычислительных мощностях Сибирского суперкомпьютерного центра СО РАН (г. Новосибирск), Московского межведомственного вычислительного центра РАН и Научно-исследовательского вычислительного центра Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (суперкомпьютер «Чебышев»).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рытов С.М., Крайцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II (стохастические поля). М.: Наука, 1978.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
3. Castro C.E., Kaser M., Toro E.F. Space-time numerical methods for geophysical applications // Phil. Trans. of the Royal Society. Series A. 2009. **367**. 4613–4631.

4. *Collino F., Fouquet T., Joly P.* A conservative space-time mesh refinement method for 1D wave equation. Part I: Construction // *Numerische Mathematik*. 2003. **95**. 197–221.
5. *Collino F., Fouquet T., Joly P.* A conservative space-time mesh refinement method for 1D wave equation. Part II: Analysis // *Numerische Mathematik*. 2003. **95**. 223–251.
6. *Diaz J., Grote M.J.* Energy conserving explicit local time stepping for second-order wave equations // *SIAM J. Sci. Comput.* 2009. **31**, N 3. 1985–2014.
7. *Grechka V.* Multiple cracks in VTI rocks: Effective properties and fracture characterization // *Geophysics*. 2007. **72**, N 5. D81–D91.
8. *Lisitsa V., Reshetova G., Tcheverda V.* Finite-difference algorithm with local time-space grid refinement for simulation of waves // *Computational Geosciences*. 2011. 1–16 (DOI 10.1007/s10596-011-9247-1).
9. *Reshef M., Landa E.* Post-stack velocity analysis in the dip-angle domain using diffractions // *Geophysical Prospecting*. 2009. **57**. 811–821.
10. *Saenger E.H., Kruger O.K., Shapiro S.A.* Effective elastic properties of randomly fractured soils: 3D numerical experiments // *Geophysical Prospecting*. 2004. **51**. 183–195.
11. *Sneider Roel.* The theory of coda wave interferometry // *Pure and Applied Geophysics*. 2004. **163**. 455–473.
12. *Tsingas C., El Marhfoul B., Dajani A.* Fracture detection by diffraction imaging // 72nd EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC. 14–17 June, 2010. Barcelona, Spain. G044.
13. *Virieux J.* P-SV wave propagation in heterogeneous media: velocity–stress finite difference method // *Geophysics*. 1986. **51**, N 4. 889–901.
14. *Willis M., Burns D., Rao R., Minsley B., Toksoz N., Vetri L.* Spatial orientation and distribution of reservoir fractures from scattered seismic energy // *Geophysics*. 2006. **71**. O43–O51.

Поступила в редакцию
18.07.2011
