

УДК 002.53:002.55:533.6:681.3:681.6

ОСОБЕННОСТИ АЭРОДИНАМИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПОЛЕТА: КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ГОЛОВНОЙ ЧАСТИ ОБЪЕКТА

Г. А. Тарнавский¹, А. В. Алиев¹

Исследуется одна из особенностей гиперзвукового обтекания затупленной головной части объекта, обнаруженная при компьютерном моделировании аэродинамики высокоскоростного полета, — эффект “карбункула”. Анализируется и обсуждается вопрос, является ли “карбункул” эффектом вычислительных алгоритмов, связанным с дискретизацией непрерывной дифференциальной задачи, или “карбункул” в существенной степени является “физической реальностью”, проявляющейся при высокоскоростном движении в атмосфере Земли на больших высотах полета.

Ключевые слова: аэродинамика, гиперзвуковое обтекание, эффект карбункула, компьютерное моделирование.

1. Введение. Компьютерное моделирование гиперзвуковых течений газа [1], особенно с учетом реальных свойств [2], выявило ряд особенностей обтекания головных частей аппаратов. Одной из этих особенностей является эффект “карбункула”. Этот эффект, обнаруженный и исследованный наряду с другими особенностями гиперзвуковых течений в [3–17] и некоторых других работах, заключается в следующем.

При обтекании затупленной головной части объекта высокоскоростным (сверхзвуковым) потоком газа перед телом возникает головная ударная волна, скачок уплотнения с резким, в идеализированном случае — скачкообразным, изменением параметров (давления, температуры, плотности) газовой среды на его фронте.

Ширина фронта ударной волны очень мала, что позволяет использовать модель “бесконечно тонкого скачка” в широком диапазоне определяющих параметров: высот и скоростей полета (чисел Маха и Рейнольдса набегающего потока в системе координат, связанной с объектом). Поверхность фронта скачка является достаточно гладкой. Расстояние между фронтом и поверхностью объекта, как правило, минимально на линии торможения (условная линия, выходящая из носовой точки тела, коллинеарная вектору набегающего потока) и плавно, монотонно увеличивается при удалении от носка вдоль поверхности тела вниз по потоку. На некоторых режимах обтекания гладкость фронта и монотонность дистанции нарушаются. На фронте образуются изломы, и появляется некоторое специфическое образование, называемое “карбункулом”.

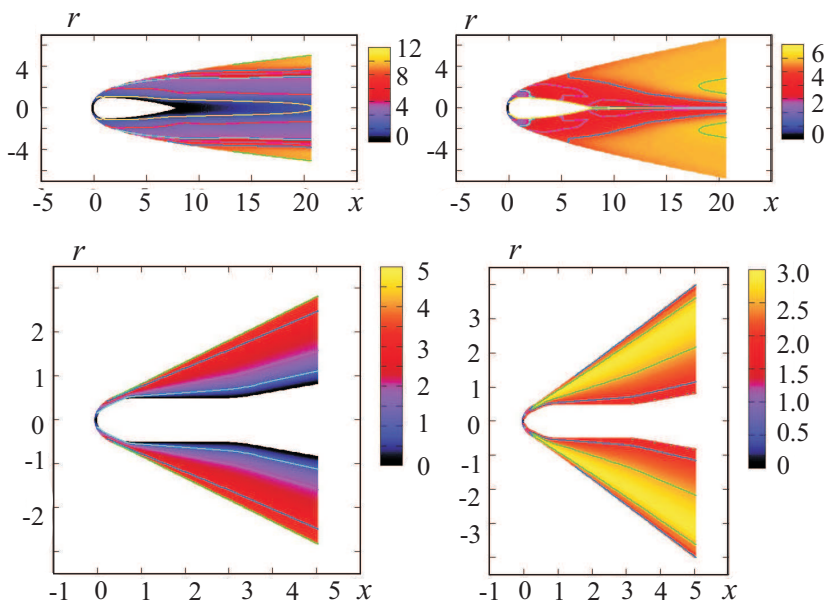


Рис. 1. Возмущенные области течения (поля значений локального числа Маха) при обтекании возвращаемого орбитального аппарата DR-6 (сверху) и геофизической ракеты НВ-2 (снизу): $H = 70$ км, $V = 6$ км/с, $M_\infty = 18.2$ (слева) и $H = 5$ км, $V = 2$ км/с, $M_\infty = 6.2$ (справа)

¹ Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, просп. Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск; e-mail: Gennady@Tarnavsky.gmail.com, aliev@ssd.sccc.ru

Течение в окрестности носка становится существенно другим. Эффект “карбункула” проявляется только при гиперзвуковых режимах обтекания. При компьютерном моделировании этот эффект обнаруживается как при использовании модели идеального (невязкого и нетеплопроводного) газа, так и газа с учетом его реальных свойств, т.е. при численном решении как уравнений Эйлера, так и уравнений Навье–Стокса.

Разумеется, результаты, полученные при использовании этих моделей, существенно различаются. Подчеркнем следующее: эффект “карбункула” некоторыми алгоритмами не обнаруживается. Это приводит к дискуссиям, является ли “карбункул” вычислительным эффектом или он порождается физическими причинами. Данной проблеме посвящена настоящая работа.

2. Аэродинамика сверхзвукового обтекания. Картина обтекания затупленной головной части объекта, летящего в атмосфере Земли (или в газовой среде, ее имитирующей), полученная при численном интегрировании уравнений Эйлера или Навье–Стокса в широком диапазоне вариации определяющих параметров, имеет достаточно типовой вид.

При высокоскоростном полете перед аппаратом возникает сильная ударная волна (рис. 1). Ее интенсивность (отношение давлений за и перед фронтом) существенно зависит от скорости полета V и в меньшей степени, на низких высотах, — от высоты полета H . Максимальные значения давления $P_{\max}$ и температуры $T_{\max}$, как правило, достигаются в точке торможения потока (носке тела) и определяются скоростью и высотой полета. Так, давление $P_{\max}$ достигает значений свыше 100 атм при $V > 3$ км/с на малых высотах, затем оно резко падает. Максимальные значения $P_{\max}$ на больших высотах даже при высоких скоростях очень малы (по сравнению с 1 атм), но температурные нагрузки (значения $T_{\max}$) здесь очень высоки.

Рис. 2 интегрированно представляет структуру обтекания головной части тела, зависимость и изменение сценария обтекания при вариации трех главных параметров: чисел Маха M_∞ и Рейнольдса Re_∞ полета, а также теплового условия на поверхности тела (температуры объекта T_w , отнесенной к температуре торможения потока T_0). Здесь приведены девять вариантов организации тепловых полей, в том числе тепловых нагрузок на головной части аппарата с затуплением сферической формы. Показаны распределения температур (топология изолиний $T(x, y)$) в полуплоскости симметрии задачи, ограниченной криволинейной поверхностью головной ударной волны (слева–сверху), сферическим затуплением аппарата, осью симметрии течения и некоторой выходной границей (справа). Первая строка: вариация $M_\infty = 2, 6, 10$ (слева направо), фиксированные $Re_\infty = 10^4$ и условие теплоизоляции поверхности. Вторая строка: вариация $Re_\infty = 10^3, 10^4, 10^5$ (слева направо), фиксированные $M_\infty = 4$ и условие теплоизоляции поверхности. Третья строка: условие изотермичности поверхности с вариацией $\frac{T_w}{T_0} = 1.0, 0.5, 0.1$ (слева направо), фиксированные $M_\infty = 6, Re_\infty = 10^4$. Числовые характеристики для дальнейшего анализа значения не имеют и здесь не приводятся.

Вариация определяющих параметров в широком диапазоне их изменения (реально этот диапазон еще шире) показывает большое разнообразие возможных тепловых структур. Температурный пограничный слой, образующийся вдоль поверхности тела и определяющий тепловые потоки в корпус летательного аппарата, может формироваться как очень узколокализованный вблизи поверхности слой (варианты 1.1, 2.3 и 3.2 на рис. 2) или занимать существенную область возмущенного течения (варианты 1.3, 2.1 и 3.1). Температурный пограничный слой может иметь место сразу вдоль всей поверхности (варианты 3.2 и 3.3), или начинать формироваться ниже по течению от точки торможения потока (варианты 1.1–1.3, 2.1–2.3, 3.1). Тогда вблизи точки торможения существует малоградиентная зона с высокими абсолютными значениями температур (см. особенно варианты 1.3, 2.1 и 3.1).

Заметим, что значения $T_{\max}$ могут достигаться как в носке тела на его поверхности (большинство

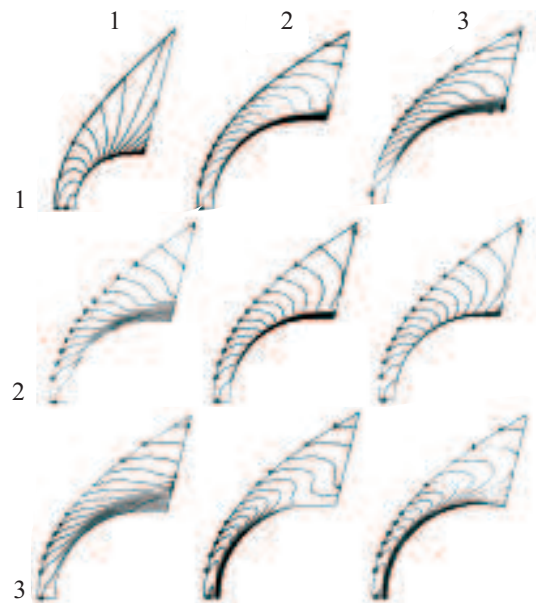


Рис. 2. Изменение топологии изолиний температур при обтекании головной части аппарата (сферическое затупление) при вариации определяющих параметров

показанных вариантов) или “всплывать” по линии торможения потока вверх по течению (варианты 3.2 и 3.3).

Эффект “всплывания”, т.е. передислокация положения точки максимума температуры (а также плотности и давления в газовом потоке), — один из атрибутов так называемого явления “карбункула”.

В заключение этого раздела следует остановиться еще на одном типе обтекания головных частей высокоскоростным потоком. Помимо скачка уплотнения, отошедшего от носка тела, может существовать, для тел с острым носком, режим обтекания с присоединенным скачком. Условия образования отошедшего или присоединенного скачка подробно излагаются в любом учебнике по аэродинамике; здесь кратко рассмотрим только обтекание объекта со специфической формой: с затупленной головной частью (затупление может быть гладким сферическим, прямой или скошенной ступенькой и т.д.), из носка которой в направлении набегающего потока выставлена штанга (“аэродинамическая игла”).

В частности, подобная геометрия задачи [18] представлена на рис. 3. На кромке иглы образуется присоединенный скачок, который падает на основной скачок, отошедший от затупленного носка. Интерференция скачков генерирует новую структуру обтекания. Профиль отошедшего головного скачка уже не является гладким (как показано на рис. 2). В точке падения присоединенного скачка на фронт отошедшего скачка образуется излом, и возникает специфическая тройная конфигурация ударных волн. Заметим, что из этой точки выходит также контактный разрыв.

Эта конфигурация, хотя и является квазиустойчивой, близкой к стационарной на крейсерских режимах полета, однако способна усиливать осцилляции даже при малых неоднородностях набегающего потока или при малых “шумах” вычислительного алгоритма.

3. Аэродинамика гиперзвукового обтекания. Некоторой условной границей, разделяющей области сверх- и гиперзвуковых течений, обычно принимается значение числа Маха M_∞ в диапазоне 6 – 12. Вообще говоря, более точным, хотя и более расплывчатым, может быть принято определение гиперзвуковых скоростей как полет объекта с такой скоростью, при которой газовая среда, обтекающая этот объект, меняет свои физические свойства [1 – 6]. При до-, транс- и сверхзвуковых скоростях эти свойства практически не меняются и при компьютерном моделировании полагаются постоянными.

Изменение свойств газа определяет изменение картины обтекания объекта, в том числе его головной части. Рассмотрим две основные газодинамические структуры: головную ударную волну и вязкостный пограничный слой. На сверхзвуковых скоростях полета фронт головной ударной волны имеет очень малую толщину. Эта структура определяется термином “головной скачок уплотнения”, поскольку на его фронте скачкообразно меняются значения всех газодинамических параметров. Для математического описания этой структуры принимается, как уже указывалось выше, модель “бесконечно тонкого разрыва”, справедливая в широком диапазоне определяющих параметров.

Количественным критерием применимости этой модели является ударно-волновое число Рейнольдса Re_s [1, 3]. Модель бесконечно тонкого разрыва применима при $Re_s > 10^4$ и неприменима при $Re_s < 10^3$, с некоторым переходным диапазоном частичной, т.е. условной, применимости.

При гиперзвуковом обтекании головная ударная волна имеет “размытый” фронт. Это связано не только с физическими эффектами (возбуждение колебательных степеней свободы в двух и многоатомных газах [2–4, 6, 8, 9]), но и с механическими, что связано, например, с уменьшением плотности газовой среды при полете на больших высотах [10]. Таким образом, при уменьшении Re_s головная ударная волна постепенно переходит в новую структуру — вязкий ударный слой.

Другая газодинамическая структура — вязкостный (динамический) пограничный слой вблизи поверхности тела, характеризуемый значением числа Рейнольдса Re_∞ , — также меняет свои параметры при увеличении высоты полета. С увеличением H значение Re_∞ уменьшается; в соответствии с этим толщина пограничного слоя этого типа весьма увеличивается. На “развитом гиперзвуке” образуется новая структура — сомкнутый вязкий ударный слой, представляющий собой единую структуру, интегрированную из области ударного слоя торможения набегающего потока (тонкий головной скачок на сверхзвуке)

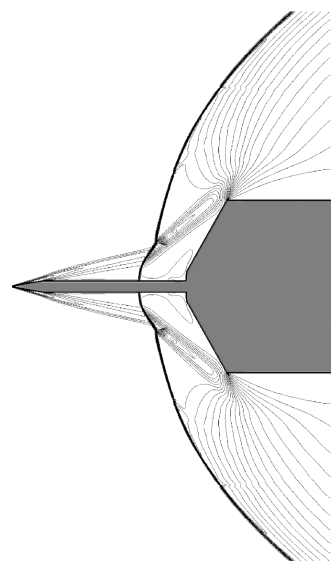


Рис. 3. Конфигурация присоединенного и отошедшего головных скачков уплотнения при сверхзвуковом ($M_\infty = 7$) обтекании объекта с затупленным носом и аэродинамической иглой

и из широкой области взаимодействия течения с поверхностью (достаточно тонкий пограничный слой на сверхзвуке). Тепловой (температурный) пограничный слой, определяемый температурой поверхности тела, также существенно меняет свои характеристики и вносит дополнительные особенности в картину гиперзвукового обтекания тела.

Следует проанализировать еще одну важную особенность гиперзвукового обтекания, которая связана с высокой скоростью движения объекта, появляющуюся на больших высотах полета. Резкое уменьшение плотности газовой среды $\rho(H)$ при $H > 60$ км приводит к существенному уменьшению Re_∞ и Re_s , причем это уменьшение связано не с уменьшением V_∞ и не с увеличением коэффициента динамической вязкости μ_∞ , а с уменьшением ρ . Однако в системе дифференциальных уравнений (отнормированных к параметрам набегающего потока) вязкостный эффект усиливается с уменьшением Re_∞ и Re_s , независимо от того, за счет чего это уменьшение достигнуто.

При обтекании объекта в окрестности его носка вдоль линии торможения потока образуется локальная область малоскоростного течения. В самом носке скорость течения, естественно, равна нулю ($V = 0$). Вязкостные эффекты, определяемые значением коэффициента вязкости, моделируемого, например, по закону Сатерленда или степенному закону $\mu = \mu_\infty \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^\omega$, где параметр ω меняется в диапазоне от 0.5 до 1, в зависимости от высоты полета, т.е. от T_∞ [1], приводят к заметному увеличению этой области.

Можно даже прогнозировать изменение значений газодинамических параметров в этой локальной подобласти течения. Для пояснения вышесказанного применим некоторые образные сравнения. При обтекании одного и того же шара водой и глицерином (очень вязкой жидкостью) застойные области будут иметь совершенно разные характеристики и даже структуры этих областей будут различаться. Аналогично и для полетов на больших высотах с гиперзвуковыми скоростями можно ожидать не просто количественного, но и качественного изменения структур течения в зоне торможения потока вблизи носка объекта вследствие резкого изменения вязкостно-динамических полетных характеристик.

В табл. 1 приведены значения основных параметров при разных H . В первой колонке указаны значения чисел M_∞ , Re_∞ , Re_s (для $V = 6$ км/с; эти значения легко пересчитываются для других V вследствие линейной зависимости чисел Маха и Рейнольдса от скорости полета). Во второй колонке приведены коэффициенты динамической вязкости: набегающего потока μ_∞ , за прямым скачком μ_s и в точке торможения μ_0 . В третьей колонке даны характеристики атмосферы Земли на соответствующей высоте: давление p_∞ (в атм), температура T_∞ (в град. К), плотности ρ (в кг/м³).

Для ориентирования в числовых диапазонах изменения газодинамических характеристик приведем табл. 2, в которой сведены значения чисел Маха M_∞ и Рейнольдса Re_∞ , а также тепловые и силовые нагрузки в носовой точке затупленной головной части аппарата. Приведены: температура T_0 (град. К), давление p_0 (атм) в точке торможения при полете во всем интервале изменения высот H от 0 до 100 км, в котором для описания атмосферы Земли применима модель сплошной среды, с вариацией скорости полета V от 1 до 4 км/с. Заметим, что при $V = 0$ значения в точке торможения (T_0 , p_0) и в набегающем потоке (T_∞ , p_∞), естественно, совпадают.

Анализируя значения параметров в табл. 1 [10], можно априори, до проведения компьютерных исследований и их анализа, прогнозировать начало развития вязкого ударного слоя из “тонкого головного скачка” и утолщение пограничного слоя вблизи поверхности тела с быстрым усилением этих структур при подъеме высоты полета от 70 до 90 км.

Эти тенденции будут более заметны при меньших скоростях полета (например, при $V = 2$ км/с они проявятся сильнее, чем при $V = 6$ км/с). Изменения же структуры течения вблизи точки торможения, наоборот, сильнее проявятся при $V = 6$ км/с, чем при $V = 2$ км/с. В соответствии с уменьшением Re_∞ и Re_s при возрастании высоты полета до $H = 80$ км вязкие слои будут продолжать усиливаться,

Таблица 1

Динамические, вязкостные и статические
характеристики потока при полете
на больших высотах

H , км	M_∞ , Re_∞ , Re_s	μ_∞ , μ_s , μ_0	p_∞ , T_∞ , ρ_∞
70	20.26	0.1438×10^{-4}	0.5155×10^{-4}
	34580	0.1924×10^{-3}	219.6
	2585	0.1952×10^{-3}	0.8286×10^{-4}
80	21.24	0.1321×10^{-4}	0.1039×10^{-4}
	8389	0.1922×10^{-3}	198.6
	576.3	0.1950×10^{-3}	0.1847×10^{-4}
90	21.91	0.1252×10^{-4}	0.1809×10^{-5}
	1640	0.1922×10^{-3}	186.6
	106.8	0.1950×10^{-3}	0.3420×10^{-5}

Таблица 2

Числа Маха M_∞ и Рейнольдса Re_∞ движения летательного аппарата, температура T_0 (град. К) и давление p_0 (атм) в точке торможения в зависимости от высоты H (км) и скорости V (км/с) полета

	H					
V	0	20	40	60	80	100
0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	288	217	250	247	199	197
	1	0.5458×10^{-1}	0.2835×10^{-2}	0.2168×10^{-3}	0.1039×10^{-4}	0.3146×10^{-6}
1	2.939	3.389	3.153	3.174	3.539	3.521
	6.846×10^7	6.255×10^6	2.496×10^5	1.956×10^4	1.398×10^3	4.241×10^1
	786	714	748	744	696	686
	11.83	0.8521	0.3801×10^{-1}	0.2918×10^{-2}	0.1656×10^{-3}	0.4053×10^{-5}
2	5.877	6.778	6.305	6.348	7.079	7.054
	1.369×10^8	1.251×10^7	4.993×10^5	3.912×10^4	2.796×10^3	8.483×10^1
	2279	2207	2241	2238	2189	2153
	40.18	3.302	0.1477	0.1139×10^{-1}	0.6562×10^{-3}	0.1585×10^{-4}
3	8.816	10.17	9.458	9.521	10.62	10.58
	2.054×10^8	1.876×10^7	7.489×10^5	5.868×10^4	4.194×10^3	1.272×10^1
	4767	4695	4729	4726	4677	4599
	102.1	7.387	0.3308	0.2548×10^{-1}	0.1470×10^{-2}	0.3571×10^{-4}
4	11.75	13.56	12.61	12.70	14.16	14.11
	2.738×10^8	2.502×10^7	9.986×10^5	7.824×10^4	5.593×10^3	1.697×10^1
	8013	8179	8213	8209	8161	8024
	181.3	13.09	0.5861	0.4498×10^{-1}	0.2433×10^{-2}	0.4124×10^{-4}

и при $H = 90$ км, в соответствии со значениями $Re_\infty = 1640$ и особенно $Re_s = 106.8$, безальтернативно можно прогнозировать наличие сомкнутого вязкого ударного слоя, а также “необычность” обтекания (по сравнению со сверхзвуковым обтеканием, приведенным на рис. 2). Можно также ожидать существенного изменения характера области торможения потока вблизи носка тела с образованием там застойных зон нового типа, с возможностью образования зон рециркулярного течения у носовой точки и с отрывом течения и “всплыванием” точек максимума $T_{\max}$, $p_{\max}$, $\rho_{\max}$ от носка вверх по потоку.

Такой предварительный всесторонний анализ весьма необходим, поскольку результаты компьютерного моделирования этой задачи с набором определяющих параметров, приведенных в табл. 1, могут быть сравнимы только сами с собой (при вариации параметров) и с компьютерными расчетами других авторов. Полетные эксперименты нереальны (кроме одиночных, уникальных). Эксперименты в аэродинамических трубах непрерывного действия не могут обеспечить одновременное соответствие по числам M_∞ и Re_∞ . Кроме того, в трубах непрерывного действия достижение больших значений M_∞ затруднительно. Эксперименты в импульсных ударных трубах, хотя и могут обеспечивать высокие значения M_∞ , но в них нельзя добиться соответствия состава рабочего газа и их размерных термодинамических параметров (T , p и ρ) параметрам атмосферы Земли.

4. Компьютерный инструментальный для проведения исследования особенностей гиперзвукового обтекания головных частей объектов (эффекта “карбункула”). Совершенствование комплекса “Поток” — расширение его функциональных возможностей в научной области знания (высокоскоростной аэродинамике) и модернизация компьютерных систем поддержки численных расчетов и анализа их результатов — опирается на большой опыт теоретических исследований и их практических приложений. На рис. 4 представлена хронологическая схема развития комплекса как непрерывный переход от одной версии к другой и интегрирование лучших качеств всех предыдущих версий в новую современную версию “Поток-5” [19].

Кратко остановимся на историографии системы “Поток”, поскольку ретроспективный обзор предыдущих версий обеспечивает оптимальное понимание как возможностей последней версии, так и тенденций дальнейшего развития.

4.1. ИВК “Поток-1”. Первая версия информационно-вычислительной системы “Поток” (варианты 1.1–1.9) была ориентирована на компьютеры БЭСМ-6, Эльбрус и ЕС и эксплуатировалась в период с 1976

по 1991 гг. Неявный алгоритм решения нестационарной системы дифференциальных уравнений вязкого теплопроводного газа основан на расщеплении уравнений по физическим процессам и координатным направлениям [20]. (Заметим в скобках, что идеология расщепления применялась также при построении алгоритма [18], использованного при исследовании эффекта “карбункула”).

Как один из главных сегментов, “Поток-1” входил в состав пакетов прикладных программ “АРФА” [21] и “ЗАМЕР” [22], экспериментальных комплексов широкого назначения. Результаты компьютерного моделирования ряда задач аэродинамики, полученные в результате использования этих пакетов, изложены в [23–26]. Подробные таблицы обтекания сферически затупленных головных частей летательных аппаратов сверхзвуковым потоком сжимаемого вязкого теплопроводного газа в широком диапазоне определяющих параметров (чисел Маха и Рейнольдса полета) приведены в монографии [3] и таблицах [27].

4.2. ИВК “Поток-2”. Вторая версия информационно-вычислительной системы “Поток” (варианты 2.1–2.3) была модернизирована, усовершенствована и ориентирована [28–30] на новый тип вычислительной техники — персональные компьютеры в широком спектре их развития от IBM PC XT и IBM PC AT 286 до Pentium-4, с модификацией их операционных систем от MS-DOS и Windows-95 до Windows Vista. Версия эксплуатируется с 1992 года по настоящее время.

С использованием этой версии на основе специально разработанных методов, вычислительных алгоритмов и компьютерных программ проводилось исследование стационарного и нестационарного обтекания тел различной конфигурации потоком как идеального (модель уравнений Эйлера), так и вязкого теплопроводного газа (модель полных уравнений Навье–Стокса) в широком диапазоне определяющих параметров. Исследовались структуры течения вблизи головной части тела, над его боковой поверхностью и кормой, а также течения в ближнем и дальнем следе за телом. Были определены характеристики и особенности этих структур в зависимости от режимов полета, в том числе при локализованном энергоподводе в набегающий поток с образованием сложной картины движения образующихся внутренних ударных волн, определяемых частотой следования импульсов внешнего источника, что может приводить к резонансным явлениям, когда вкладываемая в импульс незначительная мощность вызывает существенную дестабилизацию течения, высокие силовые и тепловые нагрузки на поверхность тела.

На качественно новом уровне изучались важнейшие проблемы адекватности математической модели и реализующих ее алгоритмов и кодов протекающему физическому процессу. Была исследована задача о неединственности ударно-волновых структур на входе в диффузор ГПВРД с возможным дуализмом решения: маховского или регулярного взаимодействия скачков. Были определены зависимости точек бифуркации решения (перехода от одного типа к другому) от высоты и скорости полета с учетом реальных свойств земной атмосферы.

Исследовались процессы эволюции картины обтекания тела с возможностью перехода с одной ветви решения на другую и определялись бассейны притяжения решений. Были изучены траектории продвижения расчета в области решений от стартового к финальному (стационарному, квазистационарному, нестационарному аperiodическому). Установлено, что в нестационарном процессе переход осуществляется только с сильной ветви решения на слабую. Переход со слабой ветви на сильную, организованный специальным образом, приводил к обратному переходу в течение нескольких шагов вычислительного алгоритма. Был исследован важный класс неединственности численных решений стационарных задач методом установления. Эта неединственность проявляется в потере симметрии решения при расчете физически

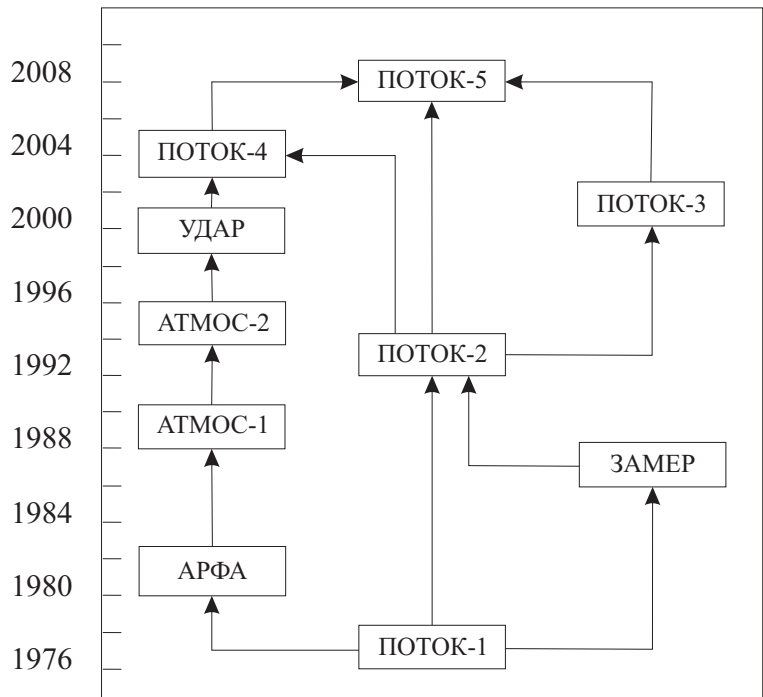


Рис. 4. Хронологическая схема развития и модернизации информационно-вычислительной системы “Поток”

симметричных задач полностью симметричными вычислительными алгоритмами и обнаруживается при использовании для одной и той же задачи различных начальных данных (стартовых условий алгоритма). Для задачи обтекания заостренного осесимметричного тела под углом атаки (задача с плоскостью симметрии) были определены границы (по значению этого угла) бассейна притяжения несимметричных решений.

Работы [6–9, 31–38] иллюстрируют широкую тематику исследований, выполненную на основе комплекса “Поток-2”.

4.3. ИВК “Поток-3”. Третья версия системы “Поток” (варианты 3.1–3.4) является экспериментальной вычислительной системой, на которой отрабатывались новые информационные технологии высокопроизводительных параллельных вычислений на суперкомпьютерах. ИВК “Поток-3” разрабатывался и функционировал в опытном режиме на мультипроцессорных системах Siemens RM-600, MBC-1000 и Intel Itanium-2 в 1999–2003 гг. Получение научных результатов в предметной области (аэродинамике) не являлось главной целью разработки этой версии. Ее создание предназначалось для поддержки нового направления научных исследований, требующих больших вычислительных ресурсов, для чего использовались новые компьютерные технологии параллельного счета. Была предложена, исследована и реализована глобальная стратегия параллелизации большого вычислительного комплекса, ориентированного на компьютерное моделирование процессов аэродинамики и физической газовой динамики. Эта глобальная стратегия опирается на принцип декомпозиции полной задачи на ряд одновременно выполняемых подзадач. Были определены три вида декомпозиции: физико-математическая, геометрическая (крупномасштабная и мелкомасштабная) и технологическая.

Были рассмотрены способы сегментирования расчетной области на ряд подобластей при распараллеливании алгоритмов прогонки и методы организации параллельных вычислений. Проведены многоцелевые вычислительные эксперименты по определению эффективных способов параллелизации и особенностей их реализации на различных мультипроцессорных системах. Изучены технологические аспекты параллелизации вычислительной системы, предложены и исследованы способы и проблемы глобального распараллеливания программного комплекса по главным входным параметрам, а также C-, L- и V-типы параллелизации процедур основного итерационного ядра системы для локального ускорения операций.

Результаты теоретических исследований и компьютерных вычислительных экспериментов приведены в [39–45].

4.4. Вычислительный комплекс “Удар”. Для расширения исследований в области аэродинамики гиперзвуковых скоростей с необходимостью соответствующего расширения физической модели (учета изменения физических свойств газовой среды вследствие высоких температур и давлений в потоке) в 2000–2005 гг. создавался теоретический фундамент и проводилась программная разработка вычислительного комплекса “Удар”, на основе которого были получены важные научные результаты в гиперзвуковой аэродинамике. Большое внимание уделялось изучению структур течений в диффузоре гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД).

Для приближенного учета сложных физико-химических процессов в реальных газах была разработана методология эффективного показателя адиабаты, позволяющая проводить декомпозицию полной задачи моделирования высокоскоростных течений газа на отдельные подзадачи (“физико-химия” и “аэромеханика”), что обеспечивает создание универсального вычислительного комплекса, структурированного на ряд автономных сегментов с возможностью независимой модификации их функционального наполнения, усовершенствование алгоритмов и компьютерной реализации. Получены аналитические формулы, удобные для практического использования, в том числе для тестирования компьютерных программ решения уравнений Эйлера, Навье–Стокса и Барнетта, дополненных уравнениями термодинамики с неидеальным уравнением состояния, проведен анализ полученных аналитических формул и их сравнение с аналитическими формулами классической газовой динамики.

Был выполнен широкий цикл исследований ударно-волновых картин течений, возникающих на входе в воздухозаборник тракта ГПВРД с учетом изменения свойств газовой среды на скачках. Определена конфигурация скачков, тип их взаимодействия (маховский и/или регулярный) и параметры потока между фронтами скачков при вариации высоты полета в атмосфере Земли от 0 до 100 км, скорости полета от 1.5 до 7 км/с и углов диффузора от 0 до 50 град.

Основные, наиболее интересные результаты исследований изложены в [4, 5, 46–50].

4.5. ИВК “Поток-4”. Четвертая версия информационно-вычислительной системы “Поток” является Интернет-вариантом версии “Поток-2” и предназначена для удаленного доступа к комплексу через Всемирную Сеть.

В рамках проекта коммерциализации научных разработок в 2004–2007 гг. были разработаны общая

архитектура (граф связей) и система основных структур информационно-вычислительного центра “Аэромеханика”, предназначенного для распространения в среде Интернет результатов научной деятельности в области математического моделирования задач физической газовой динамики. Разработана идеология и исследована стратегия создания научно-коммерческого Web-сайта в условиях существенной недостаточности ресурсов для выполнения проекта. Рассмотрены средства разработки и поддержки функционирования, роль художественного оформления и размещения контента, вопросы маркетинга и защиты информации. Созданы главная страница и страницы второго — пятого уровней, проанализированы их дизайн и навигация с позиций привлечения посетителей и комфорта их пребывания в Центре. Завершена разработка первого и второго программных комплексов “Удар” и “Поток” и начато создание третьего комплекса “Марш”, входящих в Интернет-центр “Аэромеханика” как независимые структуры (ветви коммуникационного графа) — первая, вторая и третья линии информационно-вычислительного Web-ресурса. Созданы страницы сайта, реализующие функции этих линий: основные страницы, библиографические страницы, последовательность страниц процессорных систем, страницы табличных и графических баз данных.

Для сохранения получаемой научной информации создана специализированная система, включающая электронные табличные и графические базы данных, процессорные и библиографические разделы. Процессорные системы позволяют генерировать новую научную информацию как непосредственным проведением расчетов уравнений Эйлера и Навье–Стокса, так и интерполяцией по хранящимся в БД записям, с минимальным временем отклика системы с применением особых алгоритмов “ноу-хау”, обеспечивающих приемлемую точность. Библиографические разделы предоставляют тексты статей разработчика в формате PDF.

Основные результаты исследований изложены в [51–53].

5. Результаты компьютерного моделирования. Для исследования аэродинамики гиперзвукового обтекания используется информационно-вычислительный комплекс “Поток-5” [19]. Функциональные возможности комплекса кратко описаны в предыдущем разделе.

Комплекс “Поток-5” создан на базе полного цикла математического моделирования [54] и опирается на предшествующие версии “Поток-1, -2, -3, -4” с нарастающим расширением возможностей. Полномасштабная тщательная верификация комплекса и большой опыт эксплуатации при проведении научных исследований в процессе его развития позволяет с высокой долей уверенности прогнозировать достоверность получаемых результатов аэродинамических проблем в тех областях, где нет и, скорее всего, не будет информационной поддержки даже разрозненными экспериментальными данными приемлемой точности и систематичности.

Рассмотрим сегмент банка данных “Stream-1” этого комплекса, содержащий результаты систематизированного моделирования полета объекта со сферически затупленной головной частью на высоте 70, 80 и 90 км со скоростью 2, 4 и 6 км/с в атмосфере Земли (с учетом ее реальных свойств) с использованием моделей “бесконечно тонкого скачка” и “вязкого ударного слоя”. Результаты проведенных расчетов обтекания фюзеляжа и кормы, а также течений в ближнем и дальнем следе (см. рис. 1) здесь не рассматриваются.

На рис. 5–7 представлены поля температур вблизи головной части тела с нанесенными на эти картины изолиниями. Числовые характеристики для дальнейшего анализа и обсуждения значения не имеют и здесь не приводятся, так же как и для обсужденных выше структур течений, сведенных в группы на рис. 2.

На рис. 5 представлены результаты расчетов обтекания объекта на высоте 70 (рис. 5а и 5г), 80 (рис. 5б и 5д) и 90 (рис. 5в и 5е) км с использованием методов выделения скачка и сквозного счета, которые соответствуют моделям “бесконечно тонкой головной ударной волны” (рис. 5а–5в) и “вязкого ударного слоя” (рис. 5г–5е) при скорости полета 2 км/с. Аналогичные структуры изображены на рис. 6 и 7, где скорость полета составляла 4 и 6 км/с соответственно.

Из серии расчетов, показанных на рис. 2, наиболее “близким” (к анализируемым здесь) по числу M_∞ является расчет 2.3, а наиболее “близким” по числу Re_∞ — расчет 1.1. Остальные решения в пространстве (M_∞, Re_∞) или, что эквивалентно, в пространстве (H, V) находятся “далеко” друг от друга [3], что не позволяет провести какие-либо численные (возможны только концептуальные) сравнения полей температур при сверхзвуковых (рис. 2) и гиперзвуковых (рис. 5–7) скоростях полета.

Проанализируем последовательное появление и развитие структур, характерных для гиперзвукового обтекания. Применим поэтапный подход к исследованию генезиса газодинамических структур и проведем анализ области торможения потока вблизи носка тела при различных значениях H и V .

Это более удобно сделать на результатах расчетов с применением метода выделения скачка (модель “бесконечно тонкой головной ударной волны”). Напомним [3], что в этом режиме функционирования комплекса “Поток-5” алгоритм решения нестационарной системы уравнений вязкого теплопроводного

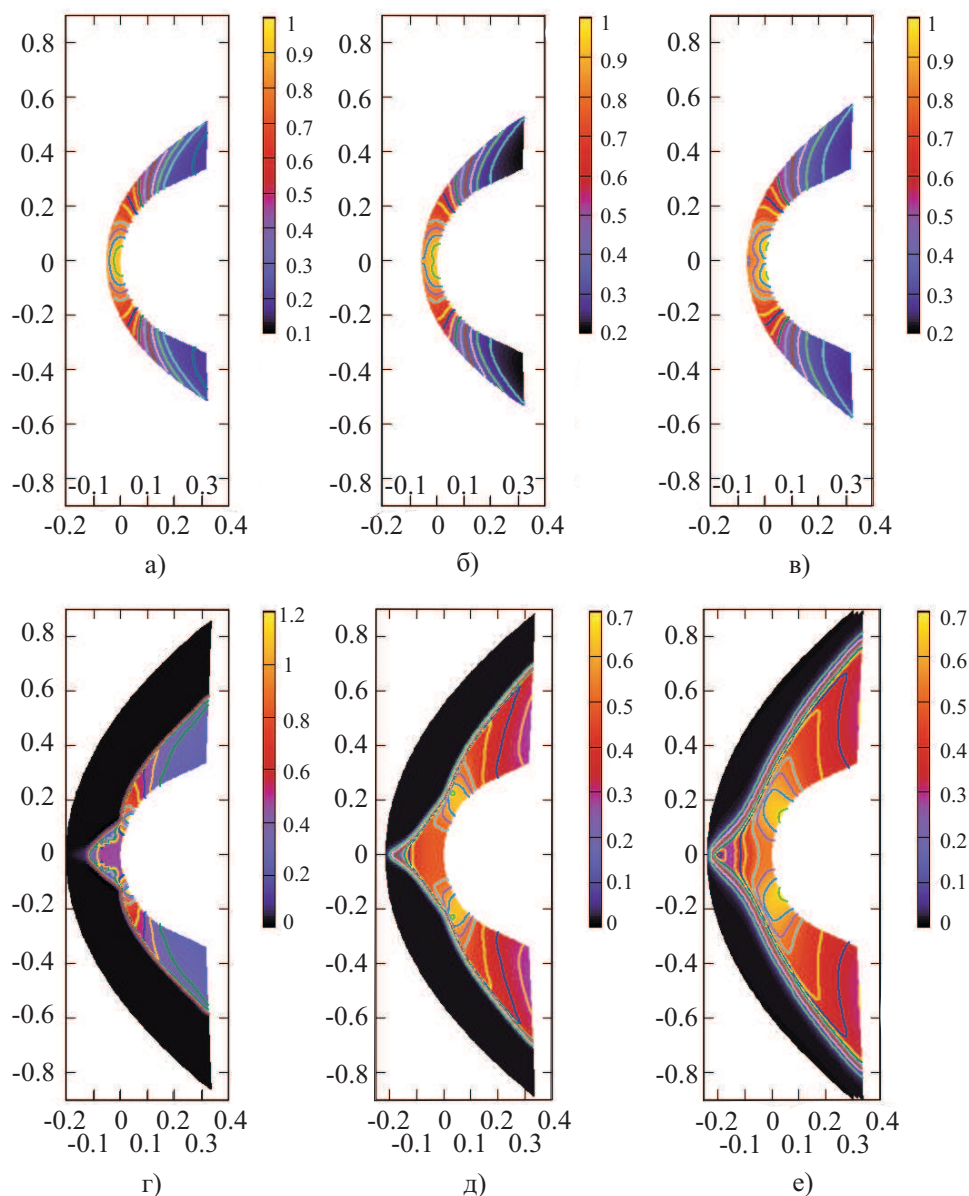


Рис. 5. Обтекание головной части аппарата (поля и изолинии температур), движущегося в атмосфере Земли со скоростью 2 км/с на высотах 70 (а, г), 80 (б, д) и 90 (в, е) км при использовании вычислительных режимов “выделения головного скачка” (а, б, в) и “сквозного счета” (г, д, е)

газа (Навье–Стокса) дополняется алгоритмом “выделения скачка”, суть которого заключается в следующем. Внешняя граница расчетной области объявляется фронтом головного скачка уплотнения. На этом фронте выполняются соответствующие законы сохранения массы, импульса и энергии (условия Рэнкина–Гюгонио). Конфигурация фронта и параметры за ним (перед фронтом, естественно, ставятся условия невозмущенного набегающего потока) определяются в процессе общего интегрирования систем уравнений. Стационарное решение, если оно есть, устанавливается с точностью, задаваемой вычислителем. На этот процесс влияют, и существенно, начальные данные, а также собственно определяющие параметры типа H и V . Процедура совместного решения уравнений Навье–Стокса и Рэнкина–Гюгонио хорошо отработана на многочисленных расчетах, опирается на развитую систему поддержки принятия решений в постановке задачи (базы данных высокого наполнения с автоматическим поиском наиболее оптимальной записи для применения в качестве начальных данных для проводящегося расчета). Эта методология эффективно использовалась для решения задач сверхзвукового обтекания с прекрасным согласованием полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными в широком диапазоне определяю-

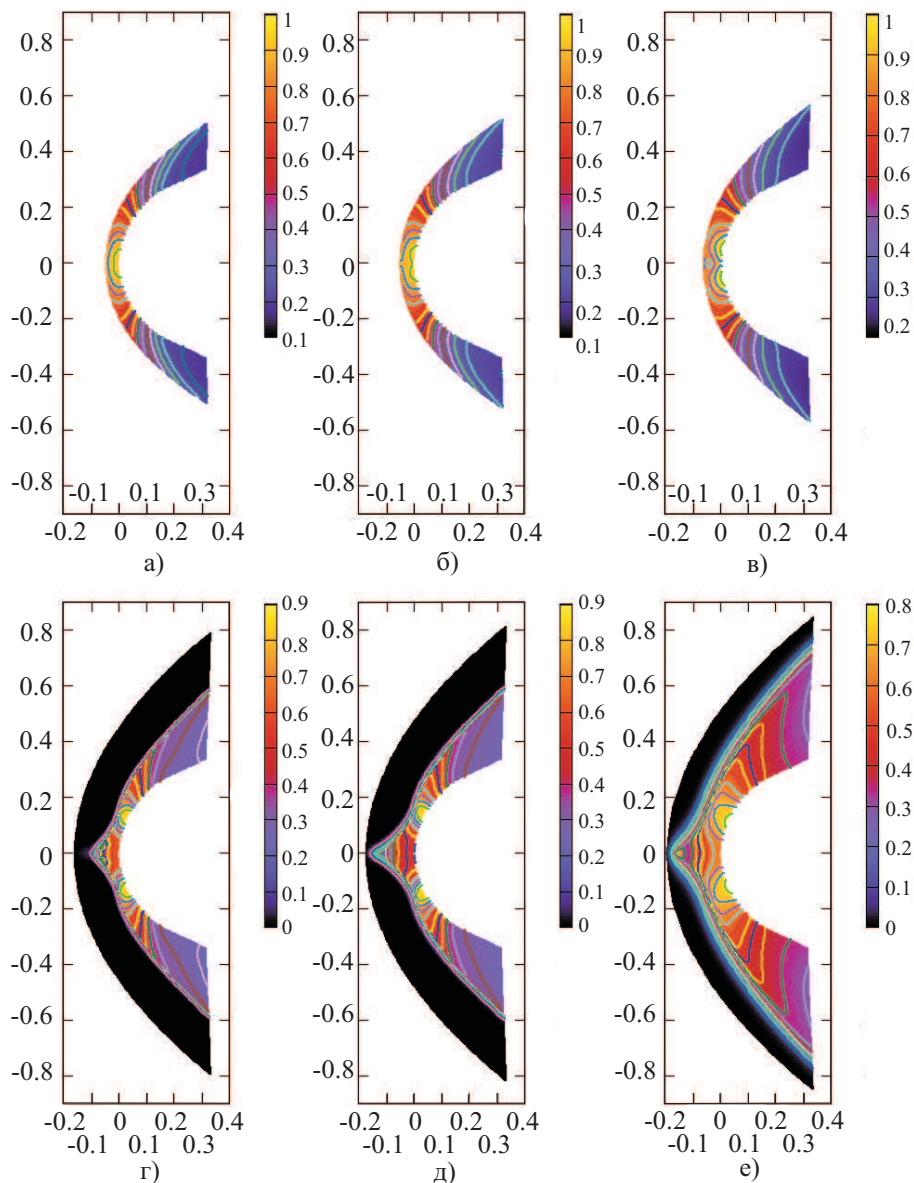


Рис. 6. Обтекание головной части аппарата (поля и изолинии температур), движущегося в атмосфере Земли со скоростью 4 км/с на высотах 70 (а, г), 80 (б, д) и 90 (в, е) км при использовании вычислительных режимов “выделения головного скачка” (а, б, в) и “сквозного счета” (г, д, е)

щих параметров.

В связи с вышесказанным, данная методология может использоваться (но только с учетом ее применимости по Re_s) и в некоторых поддиапазонах гиперзвукового обтекания объекта для получения и анализа газодинамических структур.

Ответим на возражения скептиков, что “расчет гиперзвукового обтекания должен базироваться исключительно на прямом моделировании уравнений Больцмана”. Соглашаясь с этим “в принципе”, подчеркнем трудности такого подхода. Алгоритмы (даже 2D) решения уравнений Больцмана требуют высоких вычислительных затрат, что делает малореальным проведение серийных расчетов даже на суперкомпьютерах. При этом возникают новые проблемы обработки и визуализации данных [55]. Однако главными по-прежнему остаются трудноразрешимые идеологические проблемы: построение интеграла столкновений с необходимостью выбора эмпирической модели потенциала взаимодействия. Потенциал Леннарда–Джонса, основанный на учете парных столкновений, не обеспечивает необходимую точность. Модели тройных столкновений (потенциалы Аксельрода, Штокмайера, Бэкингема) “слишком эмпиричны” и со-

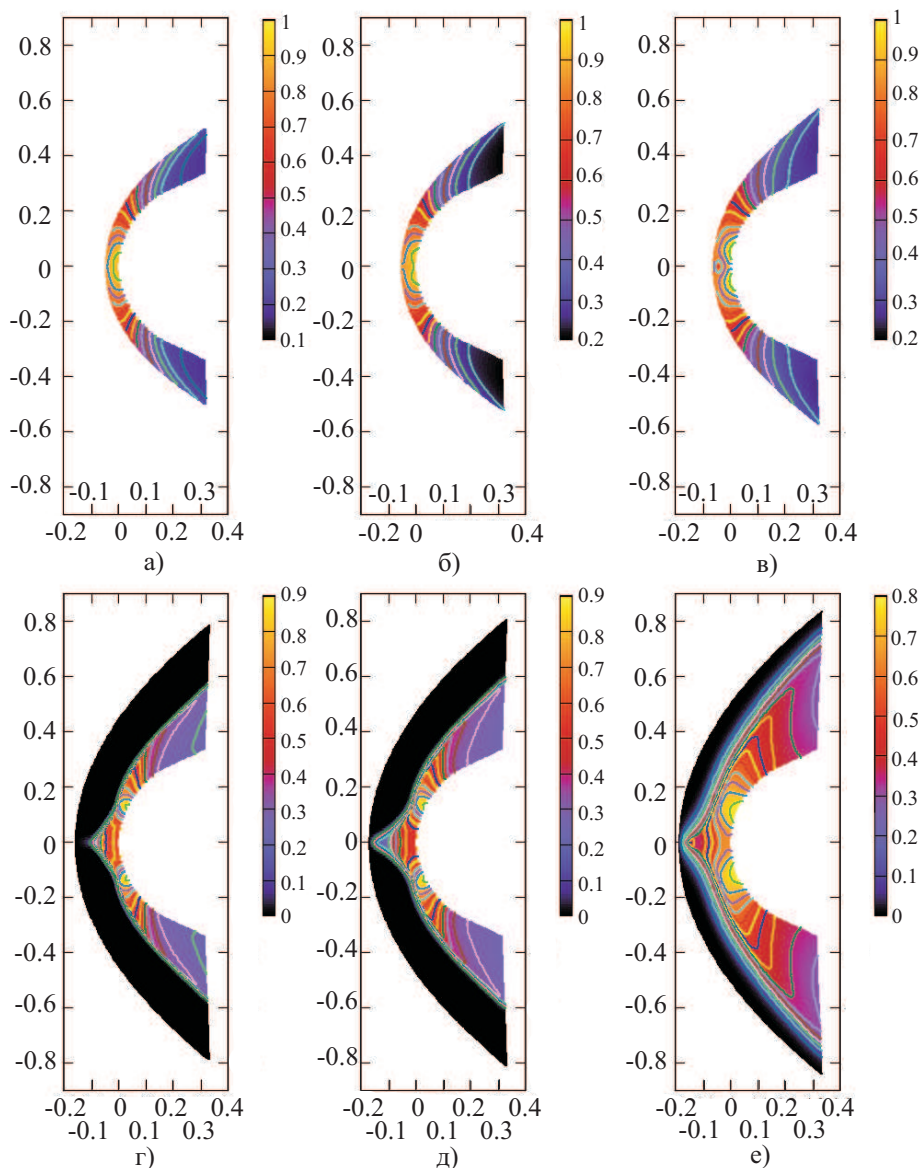


Рис. 7. Обтекание головной части аппарата (поля и изолинии температур), движущегося в атмосфере Земли со скоростью 6 км/с на высотах 70 (а, г), 80 (б, д) и 90 (в, е) км при использовании вычислительных режимов “выделения головного скачка” (а, б, в) и “сквозного счета” (г, д, е)

держат множество констант, значения которых “подбираются” в ходе вычислительных экспериментов и не могут быть расширены за их пределы. И весьма проблематичной пока остается расширение модели Больцмана с эмпирическим интегралом столкновений на область неупругих взаимодействий. Таким образом, вследствие неудачного выбора потенциала взаимодействия модель Больцмана может дать худшие результаты, чем модель Навье–Стокса.

После этих существенных замечаний рассмотрим результаты, полученные с применением метода выделения скачка для значений высот полета 70, 80 и 90 км со скоростью 2, 4 и 6 км/с (верхние строки изображений а, б, в на рис. 5–7). Обратим внимание на главную деталь: форму изолиний в районе носка тела. На рис. 5 а, 6 а, 7 а (высота 70 км) изолинии имеют “округлую” форму в виде волн, расходящихся от носовой точки (имеется в виду именно точка с координатами (0,0), лежащая на поверхности тела).

Такая структура изолиний характерна для сверхзвукового обтекания (рис. 2), кроме режимов с высоким охлаждением поверхности.

На высоте полета 90 км (рис. 5 в, 6 в, 7 в) изотермы имеют совершенно другой характер. Однородная

зона со значением $T_{\max}$ в единственной точке (носке) распадается на две симметричные зоны. Значение локального максимума температуры достигается в трех точках. Две из них дислоцированы на поверхности тела и расположены вниз по течению от носовой точки. Заметим, что рассматриваются осесимметричные течения. Поэтому все представленные картины лежат в одной из плоскостей $\varphi = \text{const}$ полной области, в которой введена цилиндрическая система координат (r, x, φ) , обозначения стандартные, где ось x совпадает с осью объекта, а начало системы координат совмещено с носком тела. Вследствие этого речь идет о двух точках только в плоскости сечения, а в полной геометрической области это есть кольцевая конфигурация, где указанные две точки представляют сечение кольца плоскостью рисунка.

Третья точка максимума расположена вверх по течению от носовой точки вдоль линии торможения потока (оси симметрии задачи), т.е. она “оторвалась” от поверхности тела и “всплыла” навстречу набегающему потоку. Вообще говоря, “отрыв и всплытие” особых точек имеет место и при сверхзвуковом обтекании некоторых конфигураций поверхности объектов, особенно при обтекании их под углами атаки (например, “всплытие” точек Ферри). Максимально этот эффект выражен при высокоскоростном полете (6 км/с, рис. 7в).

При полете на высоте 80 км (рис. 5б, 6б, 7б) имеют место промежуточные (между рис. а и рис. в) картины изолиний, что свидетельствует о физичности развивающегося явления как с увеличением V , так и, в особенности, с увеличением H . Такая структура обтекания головной части тела создается вследствие малости значения Re_{∞} , т.е. при большой “квазивязкости”, достигаемой не за счет большого коэффициента вязкости μ , а за счет малой плотности газовой среды ρ ; об этом уже упоминалось выше. Образно говоря, происходит “сильное налипание” потока на носок объекта, а малые тангенциальные компоненты скорости не “уносят” налипающую массу вниз по течению вдоль поверхности к корме объекта, как это происходит при течениях с большими значениями Re_{∞} .

Подчеркнем, что, несмотря на возникновение особенностей течения вблизи носка, на фронте головной ударной волны никакого эффекта “карбункула” на всех вариантах расчета во всем исследованном поддиапазоне H и V не обнаружено. Помимо физических причин здесь, по-видимому, действуют и алгоритмические: процедура выделения головного скачка как координатной поверхности препятствует образованию изломов на его фронте.

Перейдем к рассмотрению и анализу результатов компьютерных расчетов, проведенных на основе другой ударно-волновой модели — режима “сквозного счета”. В этой модели внешняя граница расчетной области помещается в область невозмущенного набегающего потока с постановкой здесь соответствующих граничных условий. Ее конфигурация и дислокация не меняются в процессе интегрирования системы уравнений Навье–Стокса. Организация вычислений здесь иная, чем при использовании модели внешней границы как фронта головного скачка, и, соответственно, имеются свои “плюсы и минусы”.

Во-первых, в данном случае необходимо размещать внешнюю границу “достаточно далеко” от поверхности объекта для того, чтобы возмущения от решения не достигали этой границы, вступая в конфликт с константными граничными условиями. Для неявных алгоритмов, реализуемых, как правило, прогонами (в отличие от явных схем), возмущения передаются вверх по потоку, “в принципе” достигая любой далеко поставленной границы. Поэтому необходим контроль за уровнем возмущений вблизи внешней границы, иначе возмущения будут от нее отражаться и падать внутрь расчетной области, искажая решение. В алгоритмике программного комплекса “Поток-5” автоматизированная система поддержки принятия решений обеспечивает необходимую дальность и конфигурацию внешней границы.

Во-вторых, значительная часть узлов (элементов) расчетной сетки используется неэффективно; в этих узлах производится расчет однородного набегающего потока, параметры которого известны и не меняются в процессе решения.

В-третьих, эта модель затрудняет использование адаптивных расчетных сеток даже в стационарном режиме, т.е. с выбранными априори, до начала расчета, коэффициентами сгущения узлов по различным координатным направлениям с использованием уже накопленного предыдущего опыта решения данного класса задач. Теперь необходима генерация расчетных сеток, подстраивающихся под вычисляемое, еще неизвестное решение. Здесь возникает новая проблема [3] интерфейса алгоритмов “Навье–Стокс” и “Генератор сетки” с возможным выходом на автоколебательный режим всего процесса решения, в котором практически невозможно, или крайне затруднительно, отличить колебания, порожденные алгоритмами, от физических неустойчивостей [56] или осцилляций решения вблизи точек бифуркации, отражающих “попытку” решения перейти с одной ветви на другую [7–9].

Кроме того, неясно, какой принцип конструирования генератора сеток будет наиболее эффективным для решения данного класса задач: сгущение узлов в зону повышенных градиентов какой-либо газодинамической функции (T, p, ρ) или минимизация какого-либо функционала и т.п. Методик конструирования

сеток очень много, но они ориентированы на конкретные алгоритмы и, как правило, неэффективны для других.

Поэтому целесообразно применять равномерную сетку, без генерации сгущений. Но обход одной проблемы тут же порождает другую — необходимость использования сеток с очень большим числом узлов. Это требует применения суперкомпьютеров с возникновением проблем информации сверхбольшого объема или приводит к большому времени счета даже одного варианта на персональном компьютере, что затрудняет проведение многовариантных расчетов (серийный перебор определяющих параметров типа H и V или исследование применимости различных физических моделей и т.п.).

В рассматриваемом методе сквозного счета существует еще одна принципиальнейшая трудность. Головной скачок уплотнения теперь есть просто высокоградиентная зона изменения параметров, которая визуалью (на графиках) определяется как зона стягивания изолиний. При этом высококачественные (высокоразрешающие) алгоритмы селектировались (на задачах сверхзвукового обтекания) по факту степени сгущения изолиний на предполагаемом фронте скачка. Чем более узкой являлась “зона фронта”, тем более качественным считался алгоритм. Алгоритмы, “размывающие” фронт, объявлялись недостаточно качественными, с высоким уровнем схемной диссипации, и с этим велась “беспопашная борьба”.

При гиперзвуковом обтекании объектов все абсолютно по-другому. Из-за большой разреженности газа (малые Re_s) фронты ударных волн, в том числе головного скачка, имеют индивидуальную структуру (толщину или ширину, используется разная терминология). Теперь точность моделирования этой структуры определяется качеством вычислительного алгоритма, и алгоритмы, всегда обеспечивающие узость фронта скачка, являются неприемлемыми.

Подчеркнем, что проблема, как определить качественность решения при образовании вместо тонкого головного скачка толстого вязкого ударного слоя, т.е. отличить влияние физической вязкости от численных эффектов, становится в гиперзвуковых задачах проблемой далеко не простой. И в настоящее время нет даже рецептов ее решения. Напомним, что для нелинейных задач дополнительно имеет место проблема адекватности дискретного решения непрерывному, и в этой проблеме, по-видимому, не будут доказаны соответствующие теоремы [56].

После сделанных общих замечаний продолжим анализ результатов компьютерного моделирования. Структуры течения у поверхности тела, полученные при использовании метода сквозного счета (нижние строки изображений на рис. 5–7), очень хорошо коррелируют со структурами, полученными при использовании метода выделения головного скачка (верхние строки изображений). С увеличением высоты полета (70, 80 и 90 км; рис. г, д, е) происходит развитие “особой” области вблизи носовой точки объекта. Увеличение скорости полета, при фиксированной высоте, также приводит к усилению особенностей в структуре течения (ср., например, рис. 5е и 7е).

Главное отличие результатов — это структуры изолиний в окрестности головного скачка (рис. а, б, в) и вязкого ударного слоя (рис. г, д, е) и образование “карбункула” — “вздутия”, “выпучивания” области возмущенного течения в сторону набегающего потока вдоль линии торможения. С увеличением H размеры “карбункула” увеличиваются (см. последовательно рис. г, рис. д, рис. е на всех рис. 5–7). А вот увеличение V , при фиксированном H , на размеры “карбункула” влияет существенно слабее, можно сказать, почти не влияет (см. последовательно рис. 5г, 6г, 7г, соответствующие $H = 70$ км и вариации $V = 2, 4, 6$ км/с; рис. 5д, 6д, 7д, соответствующие $H = 80$ км и вариации $V = 2, 4, 6$ км/с; рис. 5е, 6е, 7е, соответствующие $H = 90$ км и вариации $V = 2, 4, 6$ км/с). При этом структуры изотерм в “карбункуле” отличаются заметно (см. в особенности рис. 5д, 6д, 7д), с почти ровной (однотонной в цветовой гамме и с отсутствием изолиний вблизи носка) “внутренностью” “карбункула” при $H = 80$ км и $V = 2$ км/с (рис. 5д).

Генезис и развитие “карбункула” хорошо коррелируют с вариацией параметров, приведенных в табл. 1, основными из которых являются функциональные зависимости $Re_\infty(H, V)$, $M_\infty(H, V)$ и, в особенности, $Re_s(H, V)$. По уменьшению числа Re_s (от 2585 до 107 с увеличением высоты от 70 км до 90 км) почти в 25 раз можно априори предсказать образование “налипа” квазивязкого газа на носок тела, особого обтекания этого налипа высокоскоростным потоком с образованием квазиприсоединенного скачка уплотнения, аналогичного присоединенным скачкам, образующимся на остром носке или “аэродинамической игле” (см. рис. 3).

Таким образом, при внимательном, последовательном и всестороннем анализе можно априори предсказать генерацию “конуса карбункула” и тип его зависимости от H и V .

6. Обсуждение проблемы: “карбункул” — вычислительный эффект или физическая реальность? Отсутствие надежных систематизированных экспериментальных (полетных или хотя бы лабораторных) данных, невозможность использования аналитических методов из-за сложности задачи, трудности компьютерного моделирования (вследствие проблемы создания физической модели, адекватной

реальному физическому процессу, определения на ее основе математической модели, необходимости конструирования для физико-математической модели особых теоретических численных методов и высокоразрешающих вычислительных алгоритмов, последующей разработки компьютерных программ, возможно, с применением параллельных технологий высокопроизводительных вычислений на суперЭВМ), обязательность проведения циклов расчетов с мелкошаговой вариацией определяющих параметров с размещением полученных результатов в специализированные базы данных долгосрочного хранения для их последующего анализа, — все это [54] делает поставленный вопрос весьма актуальным и дискуссионным. В настоящее время существуют две точки зрения относительно эффекта “карбункула”.

Первая из них заключается в следующем. Логика генезиса (появление и развитие) “карбункула”, проявление этого эффекта только в определенном диапазоне изменения значений определяющих параметров, главными из которых являются высота H и скорость V полета (числа Маха M_∞ и Рейнольдса Re_∞), прямо указывают на физичность его природы. Еще более эта позиция аргументируется фактом одновременного развития других особенностей аэродинамики гиперзвукового обтекания — в частности, изменения характеристик пограничного слоя и головной ударной волны, а также образования сомкнутого вязкого ударного слоя, которые были проанализированы в предыдущем разделе. При этом не отрицается влияние вычислительного алгоритма на получаемое численное решение. Этот важный аспект будет подробно обсуждаться ниже.

Вторая точка зрения [11–18] на этот эффект противоположна первой и заключается в отрицании (практически безоговорочном) физики природы “карбункула”, сводя его появление к свойствам вычислительного алгоритма.

Главным аргументом этой точки зрения является то обстоятельство, что эффект “карбункула” для одной и той же задачи, с полностью идентичным набором определяющих параметров, одними вычислительными алгоритмами обнаруживается, а другими — не обнаруживается. Так, на рис. 8 приводятся результаты численного решения задачи обтекания затупленного носка тела гиперзвуковым потоком идеального и совершенного газа (модель Эйлера) с числом $M_\infty = 20$, полученные несколькими вычислительными алгоритмами различных типов и их некоторых модификаций: FDSROE (б), FDSPAN (в), HUS (г), HLLC (д), AUSMV (е), AUSMD (ж), FVSVL (з), HLL (и), AUSM-VEL (к), AUSM-M (л), AUSM+ (м), SHOFIT (н). Подробно об этих методах и алгоритмах с соответствующими ссылками см. работу [11]; здесь укажем, что алгоритм авторов настоящей статьи основан на методе расщепления [3], и к этому типу методов относится splitting-алгоритм решателя HLL (рис. 8 и).

Полученные решения весьма сильно отличаются друг от друга. Можно провести сортировку решений на три подгруппы: с “сильной карбункульностью” (carbuncle-high), со “слабой карбункульностью” (carbuncle-low) и “без карбункульности” (carbuncle-free). На наш взгляд, это не вполне удачная терминология, однако достаточно точно определяющая объект. К первой группе (carbuncle-high) относятся численные результаты, полученные решателями FDSROE (б), FDSPAN (в), HLLC (д), AUSMD (ж). Ко второй группе (carbuncle-low) относятся результаты, полученные решателями HUS (г) и AUSMV (е). Третью группу (carbuncle-free) следует, для полноты классификации, подразделить на две подгруппы: 3.1 и 3.2. Подгруппу решений 3.1, представленных решателями FVSVL (з), AUSM-VEL (к), AUSM-M (л) и AUSM+ (м), можно назвать “предвестники карбункула”, поскольку топология изолиний вблизи оси торможения свидетельствует о некоторой неустойчивости решения, хотя на фронте скачка (размытом, как в решениях, показанных на других рисунках) пока не заметно характерного для “карбункула” излома. Однако тенденция к этому просматривается, и получение “карбункула” этими решателями при более высоких числах Маха, в общем, легко прогнозируется.

И, наконец, последняя подгруппа 3.2, которую можно назвать подгруппой “чистых от карбункульности” решений (“carbuncle-super-free”), получена решателями HLL (и) и SHOFIT (н). Картины изолиний на этих рисунках показывают высокую устойчивость течения в окрестности носовой точки тела.

На основе получения алгоритмами кардинально различных решений в работе [11] делается вывод о нефизичности явления “карбункула”. Его образование связывается с потерей устойчивости вычислительного алгоритма. Вследствие этого делается дальнейший вывод о необходимости конструирования алгоритмов без “карбункульности” (carbuncle-free), любой ценой подавляющих возникновение неустойчивостей и, соответственно, эффект “карбункула”.

Аналогична идеология работы [13]: “карбункульность” следует подавлять “в зародыше”. На основе схемы Рое, обладающей сильной “карбункульностью” (рис. 9 а), конструируются ее модификации со слабой “карбункульностью”, с “предвестником карбункульности” (схема Rotated-RHLL, рис. 9 б) и “без карбункульности” (схема Rotated-RR), созданные на основе специальных приемов [13, 16, 18], а также, для других схем [14, 15, 17]), усиления устойчивости вычислительных алгоритмов.

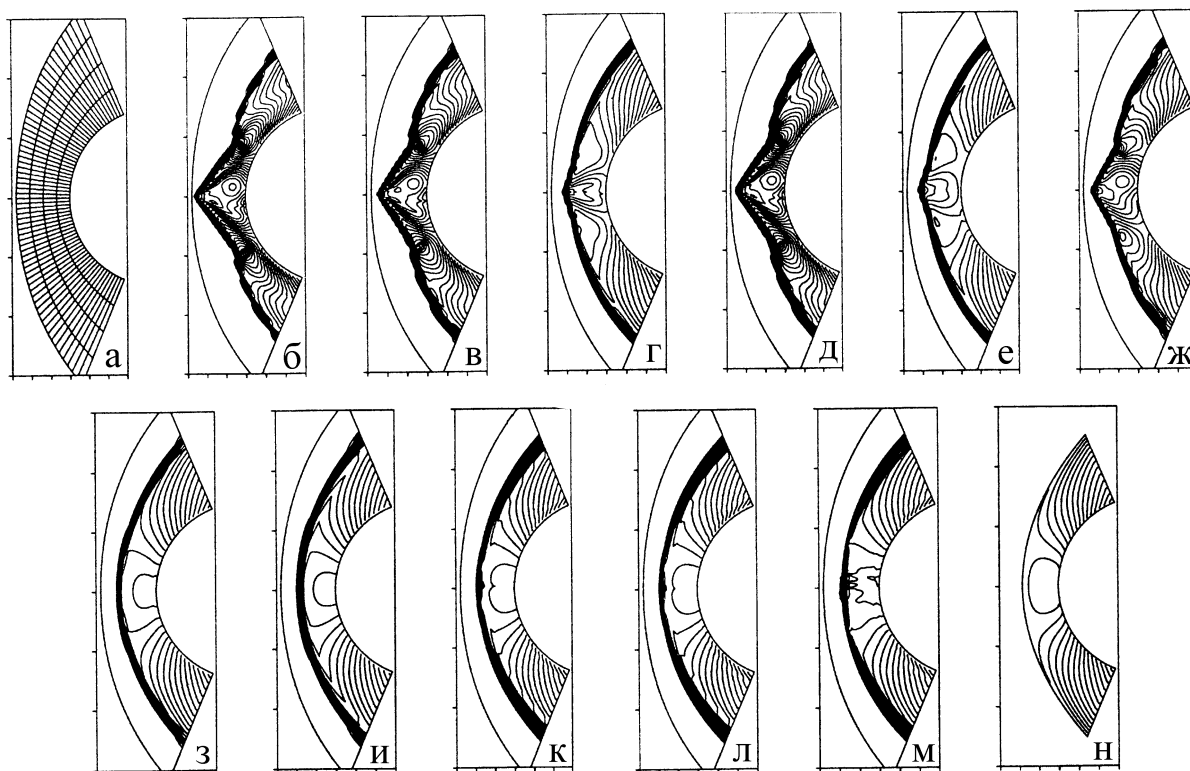


Рис. 8. Результаты компьютерного моделирования (изолинии плотности) одной и той же задачи обтекания затупленной головной части тела гиперзвуковым ($M_\infty = 20$) потоком газа, полученные различными вычислительными алгоритмами: FDSROE (б), FDSPAN (в), HUS (г), HLLC (д), AUSMV (е), AUSMD (ж), FVSVL (з), HLL (и), AUSM-VEL (к), AUSM-M (л), AUSM+ (м), SHOFIT (н). На рис. а приведена расчетная сетка

Следует высказать важные соображения по поводу решения представленной на рис. 9 (из [13]) аэродинамической задачи. Обтекание затупленной головной части производится потоком с числом $M_\infty = 8$. Вообще говоря, это диапазон высоких сверхзвуковых, но не гиперзвуковых скоростей. Напомним, что результаты, обсуждавшиеся выше (рис. 8), соответствуют гиперзвуковому значению числа Маха $M_\infty = 20$. Следует также учесть, что показанные на рис. 9 результаты получены при использовании модели Эйлера — невязкого, нетеплопроводного и не реагирующего газа. Таким образом, о физике явления здесь вообще говорить не приходится.

Следовательно, “карбункулы” рис. 9, рис. 8 и рис. 5–7 являются разными “карбункулами”. Их природа различна, но “внешний вид” весьма схож.

Возникает вопрос — почему? Ответ достаточно прозрачен в идейном плане, но количественные оценки весьма затруднены. Диссипация в реальных задачах (модели Навье–Стокса, Барнетта, Больцмана) определяется физическими процессами — вязкостью и теплопроводностью. Физико-химические процессы, протекающие в реальных газах (диссоциация и ионизация), могут быть учтены при помощи той или иной модели. Например, в программном комплексе “Поток-5” используется модель эффективного показателя адиабаты [3–5].

Вычислительные же алгоритмы решения уравнений Эйлера не могут “ухватить” физику гиперзвуковых течений правильно, поскольку в модель Эйлера она не заложена (это не означает, что в модели Эйлера нет вообще никакой физики — законы сохранения массы, импульса и энергии в ней выполняются в определенном приближении).

Вместо физических механизмов в эйлеровых алгоритмах действуют процессы схемной диссипации и дисперсии. И именно механизмы этих процессов делают решения, полученные по модели Эйлера, похожими на решения, соответствующие моделям более высокого уровня, например Навье–Стокса. Эти механизмы невозможно “истребить полностью” повышением порядка точности вычислительного алгоритма. Просто изменятся числовые характеристики: при фиксированной аппроксимации вязкостные эффекты

будут определяться членами не второго, а четвертого или следующего четного порядка малости. Дисперсионные эффекты, в том числе определяющие устойчивость алгоритма, неединственность и бифуркации — спонтанные или вынужденные переходы с одной ветви решения на другую [5, 7–9], будут определяться членами нечетного порядка малости.

Кроме того, для тех, кто конструирует “высокоразрешающие” (термин специально взят в кавычки) алгоритмы повышенного порядка точности, следует напомнить классическую теорему С. К. Годунова [57, 58], что наличие в расчетной области разрывов, например ударных волн, понижает порядок любого алгоритма до первого. Именно к таким задачам относится исследуемая задача о возникновении “карбункула”, поскольку в области решения имеет место головная ударная волна высокой интенсивности, расчет которой производится “сквозным методом”.

Из всего вышесказанного следует достаточно очевидный ответ на вопрос, почему разные алгоритмы получают разные решения одной и той же задачи (“без карбункульности”, с ее “предвестником”, со “слабой” и “сильной” “карбункульностью”). Дело в различии дифференциальных представлений алгоритмов. Суть заключается в том, что каждый дискретный алгоритм получает свое индивидуальное решение, поскольку производит расчет своей собственной задачи.

Разные задачи имеют разные решения, хотя в идейно-постановочном плане исходные позиции у всех алгоритмов одни и те же: одна и та же система дифференциальных уравнений Эйлера (или Навье–Стокса и т.п.), одни и те же начальные и граничные условия, одни и те же определяющие параметры. Различие решений есть следствие перехода от непрерывной дифференциальной к дискретной численной задаче.

В некотором диапазоне всей области изменения определяющих параметров отличие дискретных решений, полученных различными алгоритмами, могут отличаться очень незначительно, в других — весьма существенно. Это особенно проявляется при решении нелинейных задач, что необходимо учитывать при конструировании вычислительных алгоритмов для них.

Следует кратко затронуть ряд фундаментальных аспектов неединственности численных решений как отражения проблемы неединственности численных решений дифференциальных уравнений (многочисленные теоретические работы о бифуркациях аналитических решений нелинейных уравнений лежат в несколько иной плоскости).

Для иллюстрации рассмотрим одномерное уравнение переноса

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

общее решение которого лежит в классе функций типа “бегущей волны”:

$$f = F(x - at). \quad (2)$$

Для численного решения (1) может быть применен, например, алгоритм

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\tau} + a \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\delta x} = 0. \quad (3)$$

Конкретный, в данном случае явный, алгоритм (3) приведен для определенности дальнейшего хода рассуждений, причем вопросы устойчивости, степени аппроксимации и т.п. здесь не важны, не рассматриваются и не обсуждаются, а неизбежная беглость изложения приводит к некоторой математической некорректности описания перехода от непрерывности к дискретности и обратно.

Анализ неединственности и возможности возникновения особенностей численного решения (3) проведем на основе аппарата теории дифференциальных приближений. Используя разложения в ряд Тейлора, имеем

$$f^{n+1} = f^n + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\tau^k}{k!} \left(\frac{\partial^k f}{\partial t^k} \right), \quad f_{i+1} = f_i + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\delta x^l}{l!} \left(\frac{\partial^l f}{\partial x^l} \right)_i. \quad (4)$$

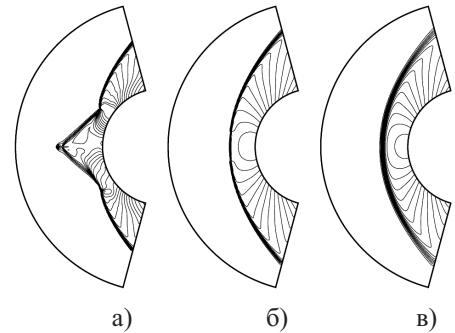


Рис. 9. Результаты компьютерного моделирования (изолинии давления) одной и той же задачи обтекания затупленной головной части тела гиперзвуковым ($M_\infty = 8$) потоком газа, полученные различными вычислительными алгоритмами: E-fix-ROE (а), Rotated-RHLL (б) и Rotated-RR (в)

Подставляя (4) в (3) и убирая координатные индексы пространства-времени (i, n) , получим полное дифференциальное представление схемы (3):

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\tau^k}{k!} \left(\frac{\partial^k f}{\partial t^k} \right) + a \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\delta x^l}{l!} \left(\frac{\partial^l f}{\partial x^l} \right) = 0. \quad (5)$$

При отбрасывании членов порядка малости $o(\tau^k)$ и $o(\delta x^l)$ со значениями $k \geq 1$ и $l \geq 1$ из (5) следует первое дифференциальное приближение схемы (3)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

совпадающее с исходным уравнением (1). Разумеется, это азы вычислительной математики, необходимые, однако, для дальнейшего обсуждения проблемы.

Вторые дифференциальные приближения (3) могут быть получены из (5) отбрасыванием членов $o(\tau^k)$ и $o(\delta x^l)$ при других значениях k и l и записаны в трех видах ($k \geq 1, l \geq 2$), ($k \geq 2, l \geq 1$), ($k \geq 2, l \geq 2$) соответственно:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{a \delta x}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\tau}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + a \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\tau}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + a \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{a \delta x}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \quad (9)$$

(аналогично выписываются следующие дифференциальные приближения).

Таким образом, вторые дифференциальные приближения (7)–(9) алгоритма (3) уже не вполне соответствуют исходному уравнению (1). Уравнение (7) содержит диссипативный член, аналогичный вязкостному члену уравнения Навье–Стокса. Диссипация энергии в (7) приводит к затуханию амплитуды исходного сигнала, и “бегущая волна” (2) постепенно гаснет, а при наличии дисперсионных составляющих (более высокие дифференциальные приближения) еще и распадается на цуг нескольких волн. Подобные решения аналогичны решениям уравнений Кортевега–де-Вриза в некоторых диапазонах определяющих параметров.

Таким образом, решения уравнений (7)–(9), естественно, существенно отличается от решения исходного (1), при этом абсолютно не гарантируется, что существенное измельчение сетки определит стремление решений (7)–(9) к решению (1) в виде “бегущей волны” во всем диапазоне параметров, главных для этого класса задач. Заметим, что один из тестов любого разрабатываемого численного алгоритма основан на изучении транспортных свойств схемы: по эволюции заданного в начальный момент времени профиля сигнала и его сохранению в дальнейшем определяют качество алгоритма. Это справедливо только на гладких решениях. Если же в потоке имеются особенности (ударные волны, тангенциальные и контактные разрывы), то фактически порядок аппроксимации любого алгоритма падает до первого [57], несмотря на формально высокий порядок его дифференциального приближения.

Дифференциальные приближения (8), (9) имеют относительно t тип уравнений Дафинга, у решения которого, даже несмотря на малость коэффициента при второй производной по времени f_t'' , временная зависимость, частотные характеристики и фазовый портрет могут существенно отличаться от аналогичных свойств решений уравнений эволюционного типа (1) или (7) с наличием только первой производной по времени f_t' . При этом отклонения аттракторов дискретных представлений уравнений (8), (9) от аттракторов уравнений (1) по некоторым параметрам в некоторых диапазонах их изменения (в данной работе этими параметрами являются “сопряженные” пары параметров: высота H и скорость V полета или эффективный показатель адиабаты γ и число Маха M_∞) могут носить резонансный характер существенно узкополосного вида. Возможно, режим “карбункула” есть проявление некоторого странного аттрактора как некоторого множества в пространстве состояний, притягивающего, помимо неустойчивых, также и устойчивые траектории, но с весьма малыми (по H и V или по γ и M_∞) областями притяжения.

Более сложным, чем уравнение переноса, системам типа Эйлера, Навье–Стокса и Барнетта соответствуют и более сложные дифференциальные представления. В их численных решениях могут проявляться при различных значениях малых параметров τ и δx различные свойства: диссипативные, дисперсионные, солитоноподобные и т.п., поскольку их определяют не исходные дифференциальные уравнения типа, например, Навье–Стокса, а дифференциальные приближения реализующих их алгоритмов типа уравнений

Клеро, Бюргерса, Кортвега–де-Вриза и т.п., и проявляться в достаточно узких интервалах схемных параметров, как правило, в ситуациях резкой смены характера решения задачи.

В проблеме неединственности решений систем нелинейных дифференциальных уравнений, несмотря на значительное число работ, нет четкой ясности, в особенности при анализе решений прикладных задач. Это в такой же мере (если не в большей) относится к неединственности решений дискретных задач, аппроксимирующих с той или иной точностью непрерывные задачи. Здесь можно выделить следующие классы неединственности решений:

- 1) по дискретным сеткам (количеству узлов и их конфигурации);
- 2) по стартовым условиям для нестационарных или стационарных задач, решаемых методом установления;
- 3) по процессу организации вычислений.

Эти три класса относятся к одному численному алгоритму. Разумеется, существует и класс неединственности по различным алгоритмам (что уже обсуждалось выше), поскольку своему алгоритму, естественно, соответствует и свое дифференциальное приближение.

Самым широко известным из них является класс неединственности по дискретным сеткам. Общим местом вычислительной математики стало понятие о “некачественности” численных решений при недостаточном количестве счетных узлов или ячеек и что их увеличение однозначно способствует повышению качества решения. Однако с увеличением мощности вычислительной техники и возможностью использования сеток свыше 10^6 узлов в некоторых задачах выявился и обратный эффект. Например (обзор [59] и библиография в нем), при обтекании острых крыловых профилей в некоторых режимах эксперимент обнаруживает образование двух вихрей — большого, хорошо заметного, и мелкомасштабного. Расчет на сетке с небольшим числом узлов позволяет получить картину течения только с одним большим вихрем. Существенное увеличение числа узлов приводит к выявлению и второго вихря. Однако дальнейшее, на порядок, увеличение числа узлов сетки вновь приводит к картине течения с одним вихрем. По-видимому, это вызвано доминированием свойств уже другого дифференциального приближения примененного дискретного алгоритма.

К классу неединственности численных решений стационарных задач методом установления, получаемых в ряде газодинамических режимов, может быть отнесена исследованная в [7] неединственность, проявляющаяся в потере симметрии решения при расчете физически симметричных задач полностью симметричными численными алгоритмами и обнаруживаемая при использовании для одной и той же задачи различных начальных данных (стартовых условий алгоритма). Это может проявляться при проведении циклов расчетов и гистерезисе получаемых решений [3]. Гистерезис режимов, однако, обнаруживается не только в вычислительных, но и в экспериментальных исследованиях. Так, в [60] подробно изучен гистерезис аэродинамических коэффициентов C_y и M_z по углу атаки α двух объектов — крыла с профилем NASA 0018 и модели самолета с крылом большого удлинения. Измерение параметров при прямом ходе эксперимента (увеличении α от значения к значению в диапазоне от -3° до $+30^\circ$ и обратном ходе с уменьшением α в том же диапазоне углов) показали образование гистерезисной петли значений $C_y(\alpha)$ и $M_z(\alpha)$. Дополнительное дробление шага эксперимента по α выявило наличие устойчивой области гистерезиса и появление других ветвей гистерезиса с локально неустойчивыми внутренними границами. Анализ явления с точки зрения теории катастроф [61] определил, что мощность J бифуркационного множества для обычного гистерезиса составляла $J = 2$, для гистерезисов с одной или двумя внутренними ветвями $J = 4$ и $J = 6$ соответственно.

Рассмотрим еще один ряд возможных причин появления эффекта “карбункула”, получаемого некоторыми вычислительными алгоритмами (рис. 8, 9) при использовании модели невязкого и нетеплопроводного нереагирующего газа, описываемого уравнениями Эйлера. В самом деле, каков механизм генерации возмущений, настолько сильных, что они, эти возмущения, способны привести к излому фронта головного скачка? Ведь если нет вязкости, то застойная область торможения потока у носка не может усиливаться эффектом прилипания газа к поверхности тела. Не может образоваться никакой “налип” (или область рециркуляционного течения в окрестности точки торможения) газа на носок, аналог “аэродинамической иглы”, на которую “садится” присоединенный скачок.

На наш взгляд, такой механизм в численных алгоритмах решения уравнений Эйлера существует, и, вообще говоря, влияние этого механизма можно только демпфировать, т.е. частично компенсировать, но устранить полностью невозможно.

Рассмотрим общую постановку задачи. Интегрирование уравнений (Эйлера, Навье–Стокса, Барнетта, Больцмана) для рассматриваемого класса задач обтекания производится, как правило, в цилиндрической системе координат ЦСК (x, r, φ) , поскольку геометрия исследуемого объекта (или его некоторых со-

ставляющих конструкций) обычно обладает осевой симметрией. В этом случае естественно совместить ось симметрии объекта с осью ЦСК. В такой системе задание геометрии объекта для вычислительного алгоритма вызывает меньше всего затруднений, а численно заданная поверхность практически точно или с минимальной погрешностью аппроксимирует аналитические (или плазовые) формулировки контура летательного аппарата.

Однако при использовании ЦСК возникает очень существенная проблема — координатная особенность на оси. Осевые члены уравнений содержат множитель $\frac{1}{r}$, расходящийся при $r \rightarrow 0$, а сами эти члены содержат в пределе неопределенность типа $\frac{0}{0}$.

Ни один вычислительный алгоритм “не любит”, что бы ни писали его авторы, эту неопределенность. При численном счете вблизи оси ЦСК теряется общая аппроксимация схемы по различным координатным направлениям: порядки малости $o(h_x^n)$, $o(h_r^n)$ и $o(h_\varphi^n)$ различны, иногда весьма и весьма существенно. Таким образом, аппроксимация схемы n -порядка точности при счете вблизи оси ЦСК нарушается даже формально; фактически имеют место индивидуальные особенности вычислительных алгоритмов с проявлением, в частности, в виде сильной или слабой “карбункульности”.

При не слишком высоких значениях числа M_∞ такие особенности были малозаметны, хотя в [62] уже при $M_\infty = 16$ ярко проявился “предвестник карбункула” — появилась специфическая область (вихреподобное образование вдоль оси торможения).

Заметим, что в [62] использовался алгоритм типа схемы Годунова. Сам классик вычислительной аэродинамики рассматривал проблему счета вблизи оси ЦСК как весьма непростую (стр. 171, 172 в [58]) и скептически относился к попыткам организовать более точный счет в окрестности оси ЦСК (ссылка на [93] в [58]).

Различные приемы организации счета вблизи оси ЦСК и способы раскрытия неопределенности приводятся в монографии [63]. Численные эксперименты [64] по исследованию влияния различных типов организации вычислений вблизи оси ЦСК показали высокую зависимость общего результата от алгоритмики локального счета, особенно в некоторых поддиапазонах определяющих параметров (высоты и скорости полета). Эта зависимость глобального результата от локальных вычислений весьма усиливается при расчете 3D задач и связана с трудноразрешаемой идейной проблемой. В 2D постановках ось ЦСК является осью симметрии всей задачи. Вследствие этого на оси ЦСК возникают “необходимые для исполнения” граничные условия симметрии типа

$$V_r = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \varphi} = 0. \quad (10)$$

Здесь f — любая из газодинамических функций, кроме V_r и V_φ . Подчеркнем, что значение V_φ на оси симметрии (оси ЦСК) не определено.

Наличие условий (10) позволяет уклониться от проведения вычислений на оси ЦСК с расхождением счета членов с множителем $\frac{1}{r}$, что требует организации особого алгоритма раскрытия неопределенности $\frac{0}{0}$.

Имеет место существенная проблема неопределенности (принципиальной, математической) компоненты скорости V_φ . Особо подчеркнем: *ни в коем случае нельзя* полагать, что на оси ЦСК компонента V_φ удовлетворяет первому или второму условию симметрии (10). Такой подход “развалит” счет за несколько тактов вычислительного алгоритма; здесь не помогут никакие, даже самые сильные методы подавления возникающих осцилляций.

Алгоритмы реализации (10), в сущности, и определяют степень общей точности всего расчета, поскольку этот участок оси ЦСК лежит в наветренной области течения и все числовые характеристики этой подобласти влияют на параметры, расположенные в областях вниз по течению: все осцилляции сносятся, с возможным их усилением на ниже расположенных структурах поверхности объекта.

Гораздо больше трудностей доставляет применение ЦСК в 3D задачах. В пространственных постановках нет, естественно, никаких условий симметрии, даже при наличии у конфигурации объекта осевой симметрии, поскольку обтекание под ненулевыми углами атаки нарушает общую симметрию задачи.

Таким образом, ось ЦСК лежит внутри расчетной области и, естественно, здесь отсутствуют граничные условия как типа (10), так и любые другие. Это требует проведения здесь вычислений. Особенность на оси ЦСК обходится различными способами.

Один из способов организации счета в окрестности оси ЦСК заключается в сдвиге расчетной сетки на полшага, т.е. расчетная сетка “перешагивает” через ось ЦСК. Говоря другими словами, расчетная сетка

должна строиться таким образом, чтобы ни одна из ее линий не совпадала с осью ЦСК.

Однако при таком подходе при устранении одних трудностей тут же возникают другие [64]. Известно, что наилучшим способом борьбы с какой-либо трудностью является ее отсутствие. Использование систем координат, не имеющих особенностей, например декартовой (ДСК), кардинальным образом решает эту проблему. Однако в ДСК осесимметричные геометрии представляются, в дискретном описании, “зубчато-шероховатыми поверхностями”. Экспериментальные исследования обтекания шероховатых поверхностей показывают высокую зависимость параметров течения от степени шероховатости с возможной генерацией турбулентных пятен и развитием пристенной турбулентности.

Таким образом, анализ локального вопроса об организации конкретных вычислений в конкретной подобласти счета приводит к философской проблеме соответствия результатов математического моделирования (в данном случае — компьютерного [54, 56, 58, 63, 65, 66]) явлений их реальным физическим прообразами.

Является ли проявление “карбункульности” схем только порождением особенности ЦСК? Объективно говоря, нет, поскольку большинство алгоритмов, результаты вычислений по которым приведены на рис. 8, верифицировались и на задачах с умеренными значениями M_∞ : никакой “карбункульности” и приемлемое совпадение результатов между собой.

На наш взгляд, дело не только в этом. При гиперзвуковых скоростях, с “подключением” новых физических процессов, возникают особенности течений, которые не проявлялись в сверхзвуковых течениях (это уже обсуждалось выше, в разделе 5). Для данных особенностей характерны неустойчивость (физический аспект) и “склонность” к бифуркациям (математический аспект). “Карбункул”, в той или иной мере, есть физическая реальность. Вычислительные алгоритмы реагируют на эту реальность. Степень этого реагирования зависит от конструктивных особенностей алгоритма, его существенно индивидуальных свойств. Поэтому и результаты компьютерного моделирования задачи гиперзвукового обтекания различными вычислительными алгоритмами столь различны.

Нарушение однородности счета вблизи оси ЦСК можно трактовать как появление (в некоторых алгоритмах) аэродинамической иглы в конфигурации задачи. И на острие этой иглы (самой левой точке оси ЦСК) генерируется присоединенный скачок, инициированный, например, преждевременным торможением потока на оси из-за нарушения здесь “общего регламента” вычислений.

Отсюда вытекает и “успех” борьбы с “карбункульностью” при модификации многих алгоритмов: добавляемые в конструкцию новые члены существенно изменяют балансировку счета в окрестности оси ЦСК, счета достаточно неустойчивого вследствие наличия неопределенности $\frac{0}{0}$, реагирующего (по-видимому) в некоторых алгоритмах даже на машинные округления в мантиссах чисел.

Следует отметить, что, наряду с процессом модернизации алгоритмов для устранения “карбункульности”, а оптимальнее, до начала этой модернизации, весьма полезным было бы проведение серийных расчетов с мелкошаговой вариацией, например, одного из главных определяющих параметров, числа Маха M_∞ , с целью исследования области существования эффекта “карбункула”, от его начала (появления “предвестника”) до развитой стадии. Однако такие вычислительные эксперименты, по-видимому, не были поставлены, поскольку ни в обзорных работах [11, 12, 62], ни в работах [13–18], посвященных непосредственно конструированию механизмов подавления “карбункульности”, эти важные сведения не приводятся и, соответственно, не анализируются, например, так, как в настоящей работе (рис. 2, 5–7). Заметим, что по расчету только с одним значением M_∞ , к тому же без соотнесения его с параметрами реальной атмосферы Земли, высотой и скоростью полета исследуемого объекта, трудно судить о физичности эффекта “карбункула”.

“Борьба с карбункульностью” может привести к “положительным” результатам, которые на самом деле таковыми не являются.

Рассмотрим для наглядности простой пример. Проанализируем график функции

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{\text{abs}(x-5)}\right), \quad (11)$$

отрисованный одним и тем же алгоритмом по различному числу точек x_i , $i \in [1, i_{\max}]$, эквидистантно расположенных на интервале $[0, 10]$ с выколотой точкой $x = 5$. На рис. 10а–10в представлены варианты графиков со значениями $i_{\max} = 500, 50$ и 10 соответственно.

Аналитическое поведение функции (11) будем рассматривать как некое физическое явление, т.е. как реальный процесс, который численно моделируется различными алгоритмами. Реальный физический процесс имеет математическую особенность при $x = 5$. Частотные характеристики процесса существенно изменяются при $x \rightarrow 5$ слева и справа. Частота следования синусообразных импульсов увеличивается и

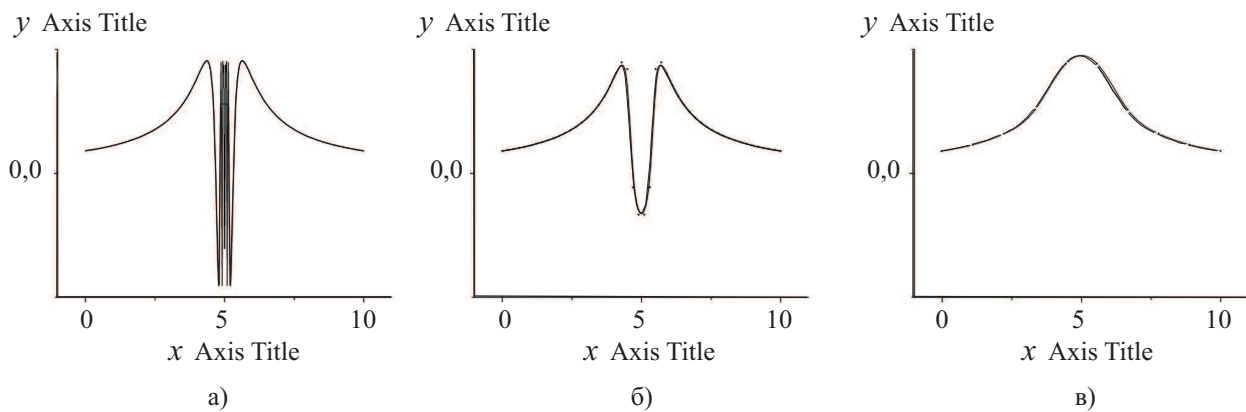


Рис. 10. Результаты визуализации одной и той же функции $f(x) = \sin\left(\frac{1}{\text{abs}(x-5)}\right)$ на равномерной дискретной сетке с числом узлов 500 (а), 50 (б) и 10 (в)

стремится к бесконечности в этой особой точке, а их периодичность, соответственно, быстро уменьшается и стремится к нулю.

Это поведение отслеживается первым алгоритмом ($i_{\max} = 500$, рис. 10а) более или менее адекватно реалиям, за исключением, разумеется, асимптотики в окрестности точки $x = 5$. Этот алгоритм — аналог алгоритмов с сильной “карбункульностью” (рис. 9а).

Результаты моделирования второго алгоритма, с $i_{\max} = 50$, показаны на рис. 10б. Этот алгоритм является алгоритмом со слабой “карбункульностью” (рис. 9б): здесь имеет место всего лишь один аperiодический всплеск с локальным минимумом.

Наконец, алгоритм без “карбункульности” (carbuncle-free по терминологии [11–17, 62], рис. 9в) дает результаты, показанные на рис. 10в. Имеет место спокойный безосцилляторный квазигармонический процесс, однако абсолютно далекий от “реального физического явления” (рис. 10а).

Авторы настоящей работы специально провели аналогию рис. 9а–9в и рис. 10а–10в. На иллюстративной задаче отчетливо показано, что устранение “карбункульности” в вычислительных алгоритмах может привести к *кардинальной потере точности* моделирования. Это особенно опасно при изучении реальных физических процессов не только в аэромеханике, но и в тех областях, где нет поддержки какой-либо достоверной информацией, например натурным или (хотя бы) лабораторным экспериментом.

7. Заключение. Рассмотрены особенности аэродинамики высокоскоростного полета, возникающие при компьютерном моделировании гиперзвукового обтекания головной части объекта. Основное внимание уделено анализу эффекта “карбункула” — специфической зоне течения, самоорганизующейся вблизи оси торможения при полете объекта на больших высотах с существенно сверхзвуковыми и гиперзвуковыми скоростями. На основе проведенных систематизированных циклов компьютерных экспериментов, в том числе с учетом реальных свойств атмосферы Земли, показаны физические предпосылки генезиса этой особенности гиперзвукового обтекания затупленных головных частей объектов. Моделирование эффекта “карбункула” рядом вычислительных алгоритмов соответствует аэродинамическим механизмам данного явления.

Интересные физические процессы характеризуются большим количеством неустойчивостей и резонансных явлений, математически описываются сложными системами нелинейных уравнений. Поведение их решений с возможной неединственностью предсказать априори невозможно. Поэтому компьютерное моделирование остается главным средством изучения сложных природных явлений, а вычислительный инструментарий этого моделирования (теоретические методы, алгоритмы и программы) должен соответствовать современной парадигме генерации новых научных знаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Иностранная литература. 1962.
2. Кларк Дж., Макчесни М. Динамика реальных газов. М.: Мир, 1967.
3. Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск: Наука, 1990.
4. Тарнавский Г.А. Ударные волны в газах с различными показателями адиабаты до и после фронта скачка // Вычислительные методы и программирование. 2002. 3, № 2. 129–143.

5. *Тарнавский Г.А.* Ударно-волновые структуры в реальных газах: переход между различными типами взаимодействия скачков в области неединственности решения // *Вычислительные методы и программирование*. 2004. **5**, № 2. 219–228.
6. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Эффективный показатель адиабаты в задачах гиперзвукового обтекания тел реальным газом // *Теплофизика и аэромеханика*. 2001. **8**, № 1. 41–58.
7. *Волков В.Ф., Тарнавский Г.А.* Нарушение симметрии и гистерезис стационарных и квазистационарных решений уравнений Эйлера и Навье–Стокса // *Журн. вычисл. матем. и матем. физики*. 2001. **41**, № 11. 1742–1750.
8. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Некоторые аспекты компьютерного моделирования гиперзвуковых течений: устойчивость, неединственность и бифуркации численных решений уравнений Навье–Стокса // *Инженерно-физический журн.* 2001. **74**, № 3. 125–132.
9. *Тарнавский Г.А., Хакимзянов Г.С., Тарнавский А.Г.* Моделирование гиперзвуковых течений: влияние стартовых условий на финальное решение в окрестности точек бифуркации // *Инженерно-физический журн.* 2003. **76**, № 5. 54–60.
10. *Тарнавский Г.А.* Тепловые и силовые нагрузки на поверхности аппарата при высокоскоростном движении в атмосфере Земли // *Инженерно-физический журн.* 2008. **81**, № 2. 136–144.
11. *Pandolfi M., D'Ambrosio D.* Numerical instabilities in upwind methods: analysis and cures for the “carbuncle” phenomena // *J. Comput. Phys.* 2001. **166**, N 2. 271–301.
12. *Shi J., Zhang Y.-T., Shu C.-W.* Resolution of high order WENO schemes for complicated flow structures // *J. Comput. Phys.* 2003. **186**, N 2. 690–720.
13. *Nishikawa H., Kitamura K.* Very simple, carbuncle-free, boundary-layer-resolving, rotated-hybrid Riemann solvers // *J. Comput. Phys.* 2008. **227**. 2560–2581.
14. *Chauvat Y., Morschetta J.-M., Gressier J.* Shock wave numerical structure and the carbuncle phenomenon // *Int. J. Numerical Methods in Fluids*. 2005. **47**. 903–909.
15. *Dumbser M., Morschetta J.-M., Gressier J.* A matrix stability analysis of the carbuncle phenomenon // *J. Comput. Phys.* 2004. **197**. 647–670.
16. *Roe P., Nishikawa H., Ismail F., Scalabrin L.* On carbuncles and other excrescences // *AIAA Paper*. 2005. N 4872.
17. *Kim K.H., Kim C., Rho O.-H.* Methods for accurate computations of hypersonic flows: AUSMPV+ scheme // *J. Comput. Phys.* 2001. **174**. 38–80.
18. *Sun M., Takayama K.* An artificially upstream flux vector splitting scheme for the Euler equations // *J. Comput. Phys.* 2003. **189**. 305–329.
19. *Тарнавский Г.А., Алиев А.В., Тарнавский А.Г.* Компьютерное моделирование в аэромеханике: программный комплекс “Поток-5” // *Авиакосмическая техника и технология*. 2007. № 4. 27–38.
20. *Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Яценко Н.Н.* Неявная разностная схема для численного решения пространственных уравнений газовой динамики // *Журн. вычисл. матем. и матем. физики*. 1980. **20**, № 6. 1465–1482.
21. *Тарнавский Г.А., Волков В.Ф., Ганимедов В.Л. и др.* Пакет прикладных программ “АРФА” для решения задач аэродинамики, гидродинамики, газовой динамики и механики сплошной среды // *Госфонд алгоритмов и программ СССР. Регистрационный номер П007481. Инф. бюллетень “Алгоритмы и программы”*. 1984. № 5(62). 61–62.
22. *Тарнавский Г.А., Малыгин С.М., Алексеева Л.А. и др.* Пакет прикладных программ “ЗАМЕР” для решения внешних задач аэродинамики. Препринт № 17 ИТПМ СО АН СССР. Новосибирск, 1986.
23. *Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г.* Численное моделирование сверхзвукового обтекания тел пространственной конфигурации // *Прикладные вопросы аэродинамики летательных аппаратов*. Киев: Наукова Думка, 1984. 104–109.
24. *Тарнавский Г.А., Волков В.Ф., Ганимедов В.Л. и др.* Пространственное обтекание тел вращения сверхзвуковым потоком газа. Препринт № 22 ИТПМ СО АН СССР. Новосибирск, 1984.
25. *Тарнавский Г.А., Федосов В.П.* Об устойчивости течений с ударными волнами в совершенном газе с малыми показателями адиабаты // *Числ. методы механики сплошн. среды*. 1986. **17**, № 4. 150–166.
26. *Тарнавский Г.А.* Параметрические исследования задач внешнего обтекания тел сверхзвуковым потоком вязкого теплопроводного газа при низких числах Рейнольдса / *Методы аэрофизических исследований*. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1986.
27. *Тарнавский Г.А.* Таблицы обтекания головных частей тел сверхзвуковым потоком вязкого теплопроводного газа. Деп. в ВИНТИ, № 2512–В87. М., 1987.
28. *Тарнавский Г.А.* Некоторые основные критерии и система поиска решений в банках данных пакетов прикладных программ в области аэродинамики // *Численные методы механики сплошной среды*. Красноярск: Изд-во ВЦ РАН, 1992. 196–198.
29. *Тарнавский Г.А., Лебедева М.К., Медведев А.Е.* База данных Ext-Flow2 “Внешнее обтекание тел конечного размера потоком вязкого теплопроводного газа”. Препринт № 3 ИТПМ СО РАН. Новосибирск, 1994.
30. *Тарнавский Г.А., Лебедева М.К., Медведев А.Е.* База данных информационной поддержки численного моделирования задач внешней аэродинамики // *Автометрия*. 1994. № 5. 76–83.
31. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Сравнительный анализ скоростных и температурных пограничных слоев и их эволюция в вязкостные и тепловые дорожки ближнего следа // *Сиб. журн. индустр. математики*. 1998. **1**, № 1.

- 174–181.
32. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Проблемы численного моделирования сверхзвукового ламинарно-турбулентного обтекания тел конечного размера // Математическое моделирование. 1998. **10**, № 6. 53–74.
 33. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Расчет тепловых потоков при сверхзвуковом обтекании затупленных тел вязким газом // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1999. № 3. 179–183.
 34. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Особенности гиперзвукового обтекания затупленных тел с возбуждением внутренних степеней свободы // Инженерно-физический журн. 2000. **73**, № 2. 384–387.
 35. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Квазипериодический процесс установления стационарного режима обтекания при импульсном подводе энергии в набегающий поток // Журн. технической физики. 2000. **70**, № 3. 82–86.
 36. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Способы расчета эффективного показателя адиабаты при компьютерном моделировании гиперзвуковых течений // Сиб. журн. индустр. матем. 2001. **4**, № 1(7). 177–197.
 37. *Волков В.Ф., Тарнавский Г.А.* Гиперзвуковое обтекание эллиптического конуса // Математические модели и методы их исследования. Красноярск: Изд-во ИВМ СО РАН, 2001. 145–148.
 38. *Тарнавский Г.А., Тарнавский А.Г.* Современные компьютерные технологии и неединственность численных решений задач газовой динамики: некоторые аспекты проблемы // Симметрия и дифференциальные уравнения (под ред. В.К. Андреева). Красноярск: Изд-во ИВТ СО РАН, 2002. 209–213.
 39. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Декомпозиция методов и распараллеливание алгоритмов решения задач аэродинамики и физической газовой динамики: вычислительная система “Поток-3” // Программирование. 2000. № 6. 45–57.
 40. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Схемы распараллеливания операций решения систем алгебраических уравнений методом многомерной скалярной прогонки // Вычислительные методы и программирование. 2000. **1**, № 1. 21–29.
 41. *Вшивков В.А., Тарнавский Г.А., Неупокоев Е.В.* Параллелизация алгоритмов прогонки: многоцелевые вычислительные эксперименты // Автометрия. 2002. № 4. 74–86.
 42. *Тарнавский Г.А., Корнеев В.Д.* Распараллеливание программного комплекса математического моделирования высокоскоростных течений реального газа // Автометрия. 2003. № 3. 72–83.
 43. *Тарнавский Г.А., Корнеев В.Д., Вайнер Д.А., Покрышкина Н.М., Слюняев А.Ю., Танасейчук А.В., Тарнавский А.Г.* Вычислительная система “Поток-3”: опыт параллелизации программного комплекса. Часть 1. Идеология распараллеливания // Вычислительные методы и программирование. 2003. **4**, № 1. 37–48.
 44. *Тарнавский Г.А., Вшивков В.А., Тарнавский А.Г.* Параллелизация алгоритмов и кодов вычислительной системы “Поток-3” // Программирование. 2003. № 1. 24–44.
 45. *Тарнавский Г.А., Алиев А.В., Тарнавский А.Г.* Пространственное распараллеливание с переключением координатных направлений для решения уравнений математической физики на суперЭВМ // Параллельные вычислительные технологии. Труды Международной научной конференции ПАВТ’2007. Том 2. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. **2**. 109–112.
 46. *Тарнавский Г.А.* Неединственность ударно-волновых структур в реальных газах: маховское и/или регулярное отражение // Вычислительные методы и программирование. 2003. **4**, № 2. 258–277.
 47. *Тарнавский Г.А.* Влияние углов отклонения потока в диффузоре гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя на формирование ударно-волновой структуры течения реального газа // Инженерно-физический журн. 2004. **77**, № 3. 155–164.
 48. *Тарнавский Г.А.* Ударно-волновые режимы течения на входе в диффузор гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя: влияние высоты и скорости полета // Теплофизика высоких температур. 2005. **43**, № 1. 57–70.
 49. *Тарнавский Г.А.* Изменение типа ударно-волновой структуры в высокоскоростных течениях // Прикладная механика и техническая физика. 2005. **46**, № 2. 23–32.
 50. *Тарнавский Г.А.* Ударно-волновые режимы течения на входе в диффузор гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя: влияние физических свойств газовой среды // Инженерно-физический журн. 2006. **79**, № 3. 171–184.
 51. *Тарнавский Г.А., Тарнавский А.Г., Гилев К.В.* Информационно-вычислительный Интернет-центр “Аэромеханика”. Первая линия: программный комплекс “Удар” // Вычислительные методы и программирование. 2005. **6**, № 1. 27–48.
 52. *Тарнавский Г.А., Тарнавский А.Г., Алиев А.В., Жибинов С.Б.* Интернет-центр по распространению научных знаний. Информационно-вычислительный комплекс “Поток” // Труды ИВМ и МГ СО РАН. Сер. “Информатика”. 2006. 181–200.
 53. *Тарнавский Г.А., Тарнавский А.Г., Алиев А.В., Жибинов С.Б.* Интернет-центр SciShop.ru по распространению научных знаний: статистика посещений и первый опыт функционирования бизнес-портала // Труды ИВМ и МГ СО РАН. Сер. “Информатика”. 2007. **7**. 108–115.
 54. *Тарнавский Г.А., Алиев А.В.* Математическое моделирование: основные сегменты, их особенности и проблемы // Вычислительные методы и программирование. 2007. **8**, № 2. 148–161.
 55. *Тарнавский Г.А., Тарнавский А.Г., Алиев А.В., Жибинов С.Б.* Информационные и телекоммуникационные проблемы математического моделирования на суперкомпьютерах // Труды ИВМ и МГ СО РАН. Сер. “Ин-

- форматика". 2007. **7**. 116–122.
56. Белоцерковский О.М. Математическое моделирование на суперкомпьютерах (опыт и тенденции) // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. **40**, № 8. 1221–1236.
57. Годунов С.К., Забродин А.В. О разностных схемах второго порядка точности для многомерных задач // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 1962. **2**, № 4. 700–708.
58. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
59. Zhong X. New experiments in high-speed aerodynamics // J. Comput. Phys. 1998. **144**. 622–709.
60. Кабин С.В., Колин И.В., Святодух В.К., Суханов В.Л., Шуховцов Д.В. Экспериментальные исследования гистерезиса обтекания профилей сверхзвуковым потоком // Ученые записки ЦАГИ. 1999. **30**, № 3–4. 61–68.
61. Гильмор Р. Прикладная теория катастроф. М.: Мир, 1984.
62. Park S.H., Kwon J.H. On the dissipation mechanism of Godunov-type schemes // J. Comput. Phys. 2003. **188**. 524–542.
63. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
64. Тарнавский Г.А. Метод расщепления и его применение для решения пространственных задач газовой динамики: Дисс. ... кандидата физ.-мат. наук. Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 1980.
65. Тарнавский Г.А. Численное моделирование и пакетная технология решения внешних задач аэродинамики: Дисс. ... доктора физ.-мат. наук. Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 1994.
66. Годунов С.К. Воспоминания о разностных схемах. Новосибирск: Наука, 1997.

Поступила в редакцию
10.09.2008
