

УДК 532.529

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА И ПЕРЕДАЧА ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК МЕЖДУ ЖИДКОСТЬЮ И ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

К. Н. Волков<sup>1</sup>

Рассматриваются вопросы, связанные с разработкой и реализацией программного обеспечения, предназначенного для численного решения задач сопряженного теплового анализа. Обсуждаются передача нагрузок между расчетными модулями, постановка граничных условий на границе раздела сред и реализация ряда дополнительных возможностей, позволяющих сократить время счета. Результаты расчетов распределения температуры в свободном вращающемся диске, а также температурных полей металла и жидкости в каверне, ограниченной неподвижным и вращающимся дисками, сравниваются с теоретическими зависимостями и данными измерений.

**Ключевые слова:** сопряженный теплообмен, механика жидкости и газа, механика деформируемого твердого тела, краевые задачи.

**1. Введение.** Сопряженный тепловой анализ (coupled thermal analysis) вовлекает задание результатов одного анализа в качестве нагрузок для другого и играет важную роль в процессе проектирования и оптимизации многих технических устройств, включая двигатели внутреннего сгорания, газовые турбины и теплообменные системы.

Тепловой анализ заключается в расчете распределения температуры и соответствующих тепловых параметров в системе. Основой теплового анализа является уравнение теплового баланса, полученное в соответствии с принципом сохранения энергии, а для его дискретизации обычно используется метод конечных элементов (Finite Element Method, FEM). В дополнение к расчету температурного поля в результате теплового анализа определяются плотность теплового потока на границе системы и коэффициенты теплоотдачи (с учетом заданной температуры окружающей среды).

Течение вязкого сжимаемого газа или несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса, для дискретизации которых обычно используется метод конечных объемов (Finite Volume Method, FVM). В результате их интегрирования находятся распределения скорости, давления и температуры, а также характеристик турбулентности внутри и на границах расчетной области.

На практике для реализации процедуры сопряженного анализа используются последовательный и прямой подходы.

В последовательном методе (coupled method) расчеты поля течения жидкости и температурного поля в твердом теле проводятся один за другим с последующей передачей нагрузок между двумя расчетными областями через сетку и соответствующие граничные условия на границе раздела сред. В случае теплового анализа взаимодействия жидкость–твердое тело требуют передачи плотности теплового потока от жидкости к твердому телу и температура на границе модели. Для моделирования течения жидкости и тепловых нагрузок используются различные расчетные модули: конечно-элементный модуль для расчета температурного поля в твердом теле (Finite Element Analysis, FEA-модуль) и модуль расчета характеристик течения жидкости (Computational Fluid Dynamics, CFD-модуль). Процедура обмена граничными значениями между различными анализами требует реализации соответствующей коммуникационной подпрограммы (plug-in). В случае несовпадения конечно-элементной и конечно-объемной сеток на границе раздела сред используется интерполяция граничных значений.

В прямом методе (conjugate method) используется сопряженный тип элемента, содержащий необходимые степени свободы, а управление сопряжением достигается при помощи вычисления матриц элемента или векторов нагрузки элемента. Расчет проводится при помощи одного расчетного модуля, и реализации коммуникационных средств не требуется.

Для ситуаций, которые не выражают высокую степень нелинейности взаимодействия, последовательный метод представляется более эффективным и гибким и позволяет выполнить два анализа независимо друг от друга с их последующей итерационной увязкой. Кроме того, последовательный подход позволяет

<sup>1</sup> Балтийский государственный технический университет “Военмех” им. Д. Ф. Устинова, физико-механический факультет, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; e-mail: dsci@mail.ru

учесть все механизмы обмена теплом между жидкостью и твердым телом (конвективный, кондуктивный, теплообмен излучением). Сопряжение реализуется путем рекурсивной процедуры на основе выполнения итераций между различными расчетными модулями до тех пор, пока не достигнется заданный уровень сходимости.

**2. Программное обеспечение.** Для проведения теплового сопряженного анализа на основе последовательного подхода требуется конечно-элементный модуль расчета распределений температуры и тепловых потоков в твердом теле (FEA-модуль), модуль расчета характеристик течения жидкости (CFD-модуль), генераторы расчетных сеток в обеих областях и средства коммуникации между двумя расчетными модулями.

К генераторам расчетных сеток никаких особых требований не предъявляется. Для построения конечно-элементной сетки в твердом теле и конечно-разностной сетки (структурированной, неструктурированной или гибридной) в области, занятой жидкостью, используется один и тот же сеточный генератор (например, коммерческие сеточные генераторы Gambit, Ansys ICEM CFD или какой-либо другой).

В то же время, на расчетные модули накладываются определенные требования. Оба расчетных модуля должны функционировать в пакетном режиме, когда им на вход подается файл, содержащий исходные данные (файл сценария), а на выходе получаются файлы, содержащие распределения искомым функций (наличие графического интерфейса представляется необязательным). Кроме того, CFD-модуль в качестве граничного условия для уравнения энергии должен поддерживать задание профиля температуры на стенке в виде последовательности координат и соответствующих им значений температуры  $\{x_i, y_i, z_i, T_i\}$ , где индекс  $i$  относится к граничному узлу. Последовательность координат и температур хранится в отдельном файле, имя которого указывается в файле сценария. Помимо задания распределения температуры вдоль границы модели, требуется сохранение профилей статического давления и теплового потока на стенке, а также площади поверхности пристеночных ячеек расчетной сетки. Для уменьшения расчетного времени допускается решение не всех уравнений, описывающих течение жидкости, а только уравнения энергии (поля скорости и давления “замораживаются” на данном шаге по времени). Перечисленным требованиям удовлетворяют практически все коммерческие CFD-пакеты, например Fluent, а также средства моделирования, особенности реализации которых приводятся и обсуждаются в [1, 2].

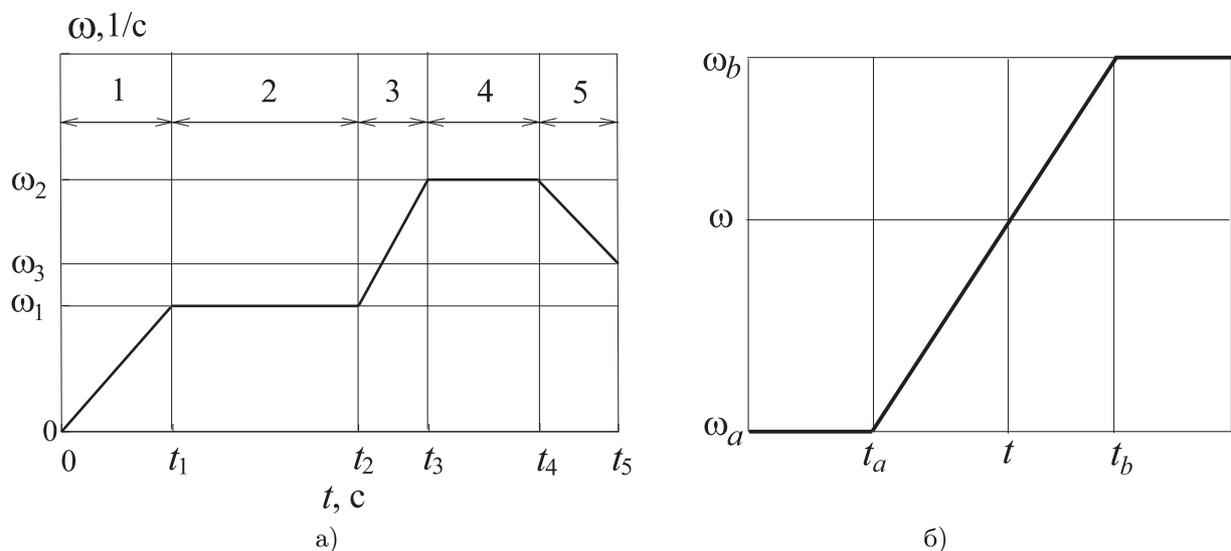


Рис. 1. Цикл нагружения (фрагмент а) и интерполяция нагрузок (фрагмент б)

**3. Цикл нагружения.** Решение задачи осуществляется на интервале времени  $[0, t]$ . Нагрузки задаются в дискретных временных точках. В расчетах газовых турбин в качестве нагрузок обычно выступает скорость вращения ротора и/или температура во входном сечении (рис. 1 а). Для каждого шага нагружения задаются величины нагружения и время.

В принципе, для проведения сопряженного теплового анализа достаточно построить одну CFD-модель, а при достижении момента времени, соответствующего изменению нагрузки (так называемой *gamp point*), извлечь значение нагрузки из цикла нагружения и использовать его при постановке граничных условий для последующего расчета. Однако на практике более удобным представляется построить отдельную CFD-модель (и провести соответствующие расчеты, достижения полной сходимости не требуется) для каждой временной точки цикла нагружения. При этом каждой CFD-модели соответствуют свои

файлы сценария и исходных данных, а также файлы с результатами расчетов. Для удобства хранения результатов и именования файлов для каждой CFD-модели отводится отдельный директорию.

Между различными временными точками для расчета нагрузок используется линейная интерполяция (рис. 1 б). В случае если текущий момент времени  $t$  находится в интервале  $[t_a, t_b]$ , где  $t_a$  и  $t_b$  — начальный и конечный моменты времени, соответствующие двум различным CFD-моделям (CFD1 и CFD2), производится обновление полей течения, соответствующих обоим моделям. Такая ситуация имеет место в период изменения скорости вращения (ускорение или замедление) или другого параметра цикла нагружения (наклонные участки на ломаной цикла нагружения). Поскольку для расчета коэффициента теплоотдачи требуется оценка двух значений тепловых потоков ( $q_1$  и  $q_2$ ), то CFD-модуль вызывается четыре раза для двух различных моделей (CFD1 и CFD2).

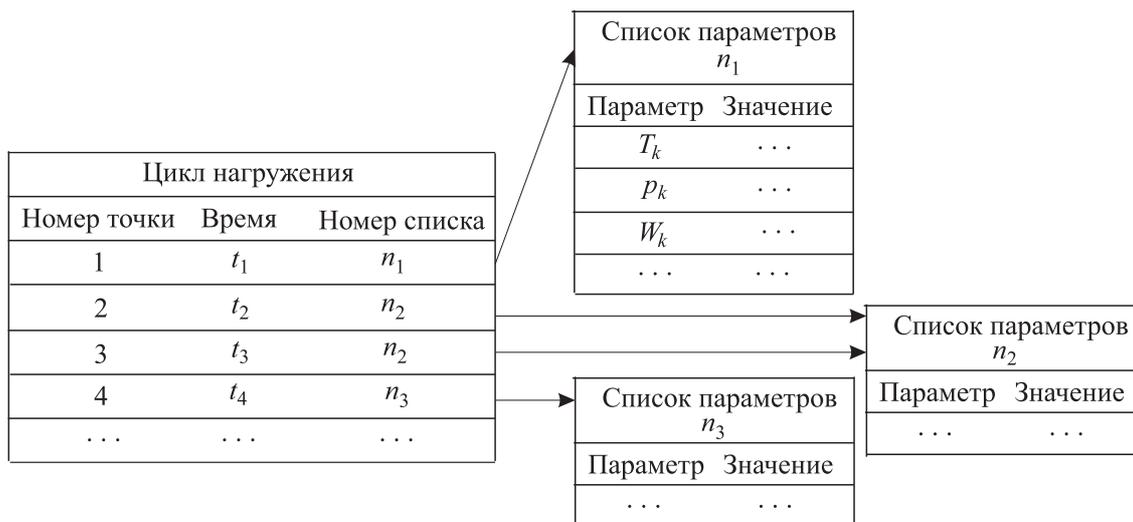


Рис. 2. Реализация цикла нагружения

Программную реализацию цикла нагружения поясняет рис. 2. Каждой временной точке цикла нагружения (колонка 1) сопоставляются значения времени (колонка 2) и условный номер списка параметров (колонка 3). Список параметров содержит как тепловые нагрузки и угловую скорость вращения, так и ряд других параметров, характеризующих рабочий цикл данного изделия. Список параметров заполняется в виде: имя параметра и его значение. Имя параметра состоит из условного обозначения (например, “Т” для температуры, “Р” для давления, “W” для угловой скорости), к которому добавляется номер соответствующей области (присваивание номера области производится при построении конечно-элементной сетки).

Одинаковые значения номеров списков параметров, указанных для двух различных моментов времени, соответствуют прямолинейному участку на кривой цикла нагружения (рис. 1 а).

**4. Общая схема расчета.** При реализации последовательного подхода обычно передается температура на границе раздела сред от одного расчетного модуля к другому и тепловой поток в обратном направлении. Во многих случаях такой подход вызывает проблемы со сходимостью итерационной процедуры [3]. В разработанном подходе на каждой итерации между расчетными модулями передаются коэффициент теплоотдачи и температура.

Схему сопряженного теплового анализа поясняет рис. 3 (индексы  $f$  и  $m$  относятся к жидкости и твердому телу). В каждой временной точке цикла нагружения температура металла передается из FEA-модуля в CFD-модуль. Решается задача расчета течения жидкости (выполняется заданное число итераций), и полученные распределения теплового потока передаются из CFD-модуля в FEA-модуль. Выполняется решение уравнения теплового баланса, и находится распределение температуры металла. Итерационный процесс продолжается до выполнения критерия сходимости в каждой временной точке. Сходимость обменного процесса контролируется по возмущениям невязок решаемых уравнений в отдельных задачах.

Проверка сходимости основывается на температурах и тепловых потоках. Задается типичное значение желаемого параметра и величина допуска этого параметра. Для температур сравнивается изменение значений температуры узла на двух последовательных итерациях с критерием сходимости. Для тепловых потоков сравнивается несбалансированный вектор нагрузки с критерием сходимости. Несбалансированный вектор нагрузки определяется как разница между заданными тепловыми потоками и рассчитанными

тепловыми потоками.

Плотность теплового потока и коэффициенты теплоотдачи задаются на внешних границах модели. Коэффициент теплоотдачи на границе жидкости с твердой зоной является определяемым параметром, а не граничным условием.

Оценка коэффициента теплоотдачи производится при помощи двух последовательных запусков CFD-модуля. Распределение температуры на границе раздела сред, полученное в результате работы FEA-модуля, используется в качестве граничного условия для CFD-модуля. Проводится расчет поля течения жидкости (выполняется заданное количество итераций), и получают распределения температуры и теплового потока на границе раздела сред ( $T_1, q_1$ ). После этого CFD-модуль запускается снова, но температура на границе раздела сред увеличивается в каждом граничном узле сетки на заданную величину, например на  $\Delta T = 20$  К. В результате расчета получается новое распределение температуры и теплового потока на границе системы ( $T_2, q_2$ ). После этого коэффициент теплоотдачи рассчитывается по формуле  $\alpha = \frac{q_1 - q_2}{\Delta T}$ . Если  $q_2 > q_1$ , то коэффициенту теплоотдачи присваивается значение  $\alpha = 10^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$ . Полученное значение передается в FEA-модуль

вместе с температурой жидкости, которая определяется соотношением  $T_f = T_1 + \frac{q_1}{\alpha}$ .

Программный модуль решения задачи теплообмена в конце каждой итерации записывает файлы, содержащие температуру поверхности твердых элементов, а модуль расчета характеристик жидкости — файлы, содержащие тепловые потоки на границе раздела сред и температуры. Далее организуется перекрестное чтение файлов и перезаполнение обновляемых граничных условий, включающее поиск ближайших соседних узлов и интерполяцию.

На каждом шаге теплового анализа, когда решаются CFD-модели, соответствующие начальной и конечной точкам интервала времени, в течение которого происходит изменение нагрузки, их обновление производится вместе с профилями температуры на стенке и температурами на входной границе, полученными из решения уравнения теплового баланса для твердого тела в тот же самый момент времени. Тепловые потоки, коэффициенты теплоотдачи и средние давления для обеих моделей (или множества моделей для начальной и конечной точки цикла нагружения) линейно интерполируются во времени.

В момент времени  $t$  модели CFD1 и CFD2 решаются с профилями температуры на стенке и температурами на входной границе, соответствующими тепловому анализу в тот же самый момент времени. При этом нагрузки (например, угловая скорость вращения) для каждой модели берутся в соответствующий момент времени (в моменты времени  $t_a$  и  $t_b$ ).

Тепловой поток в момент времени  $t$  рассчитывается исходя из тепловых потоков, соответствующих моделям CFD1 и CFD2, по интерполяционной формуле  $q_t = \frac{q_t^2(t - t_a) + q_t^1(t_b - t)}{t_b - t_a}$ . Другие величины в момент времени  $t$  (коэффициент теплоотдачи, массовый расход, среднее статическое давление и температура) рассчитываются таким же способом.

На каждом шаге по времени производится вызов подпрограммы, отвечающей за обмен граничными условиями между расчетными модулями. При ее первом вызове в начальный момент времени производится копирование CFD-моделей в рабочий директорию и расчет площадей приграничных ячеек для всех поверхностей, на которых выставляются сопряженные граничные условия.

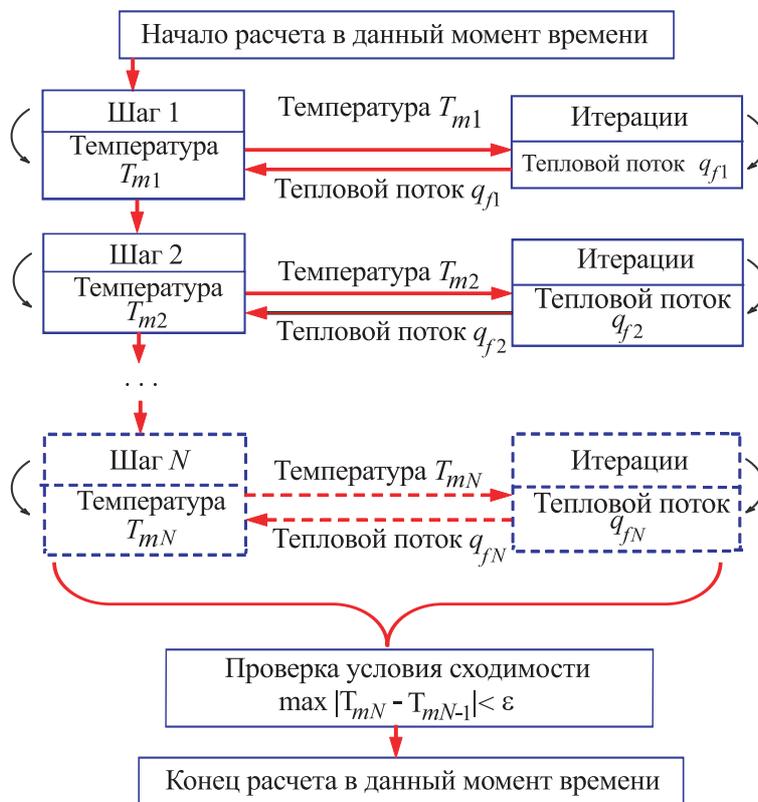


Рис. 3. Общая схема расчета

При вызове подпрограммы на каждой FEA-итерации производится проверка величины изменения температуры металла с предыдущей итерации. Если это изменение превышает заданную величину, то производится обновление всех CFD-моделей путем вызова соответствующего расчетного модуля. В противном случае, необходимые данные извлекаются из предыдущего CFD-решения.

При необходимости производится вызов CFD-модуля и обновление всех CFD-моделей с соответствующими граничными условиями на входе и стенках расчетной области, которые были получены в результате теплового анализа. Поскольку значения коэффициента теплоотдачи на каждой FEA-итерации не требуется, его оценка производится только в начале расчета, соответствующего данному шагу по времени. При этом обновляется только одна CFD-модель, определяющая тепловой поток  $q_1$ . Для расчета температуры жидкости  $T_f$  используется величина коэффициента теплоотдачи, соответствующая началу шага по времени. Необходимость проведения только одного CFD-расчета для получения теплового потока, передаваемого в FEA-модуль, позволяет существенно сократить время счета.

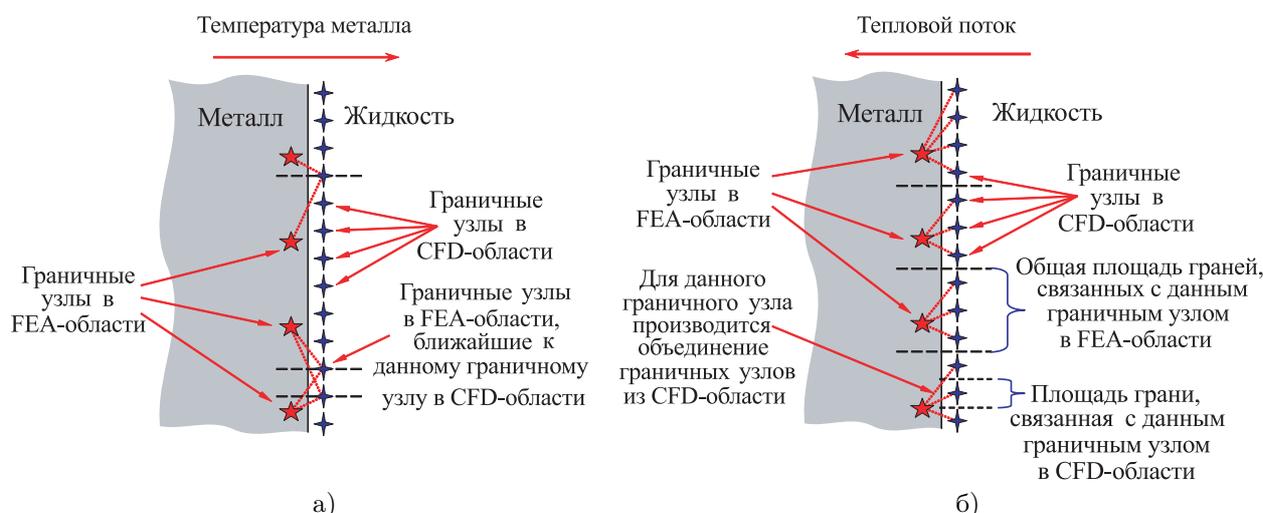


Рис. 4. Интерполяция температуры (фрагмент а) и теплового потока (фрагмент б) на границе раздела сред

**5. Интерполяция граничных значений.** Граничные значения интерполируются дважды, что требуется для передачи температуры металла из FEA-модуля в CFD-модуль (рис. 4 а) и передачи теплового потока в обратном направлении (рис. 4 б).

Для всех границ CFD-области каждый граничный узел рассматривается по очереди (рис. 4 а). Находятся ближайшие к нему узлы в FEA-области (с каждой стороны), и температура металла из найденных узлов интерполируется в узел, принадлежащий CFD-области. Такой подход обеспечивает гладкий и непрерывный профиль температуры металла в граничных узлах, принадлежащих CFD-области.

При интерполяции теплового потока предполагается, что граничные узлы в FEA-области располагаются на большем удалении друг от друга, чем узлы в CFD-области (как правило, это так, поскольку конечно-разностная сетка в CFD-области всегда имеет большее число узлов, чем конечно-элементная сетка в FEA-области, что требуется для получения достаточно точных результатов при моделировании турбулентных течений).

Граничные узлы в CFD-области также рассматриваются по очереди (рис. 4 б). Находится узел в FEA-области, ближайший к данному узлу в CFD-области. После этого все узлы в CFD-области, связанные с одним узлом в FEA-области, объединяются в группу (она содержит  $k$  узлов из CFD-области). Поскольку каждый граничный узел в CFD-области имеет некоторые связанные с ним площадь грани и значение теплового потока, представляется возможным передать тепловой поток в граничные узлы FEA-области, учитывая его распределение между граничными узлами (некоторым интегральным образом). Для этого находится общая площадь граничных граней  $S_{\Sigma}$  и общая мощность  $P_{\Sigma}$  (произведение теплового потока на площадь), связанные с узлами в CFD-области, которые используются для интерполяции теплового потока в данный узел FEA-области. Указанные параметры рассчитываются путем суммирования соответствующих значений для каждого узла в CFD-области:

$$S_{\Sigma} = \sum_{i=1}^k S_i, P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^k P_i S_i.$$

Величина теплового потока от жидкости к твердому телу, передаваемая в соответствующий граничный узел FEA-области, находится

из соотношения  $q = \frac{P_{\Sigma}}{S_{\Sigma}}$ .

**6. Тестовые примеры.** Тестирование разработанной вычислительной процедуры производится путем расчета температурного поля диска, вращающегося в неограниченной массе вязкой жидкости, и температурного поля металла и жидкости в осесимметричной камере, ограниченной неподвижным и вращающимися дисками.

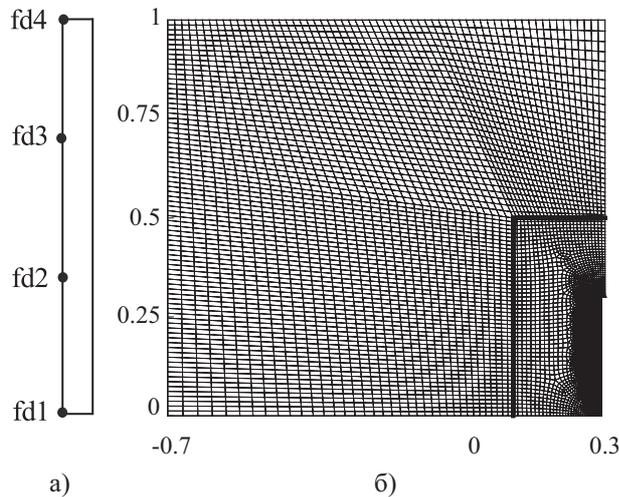


Рис. 5. Геометрическая модель (фрагмент а) и расчетная сетка в области, занятой жидкостью (фрагмент б)

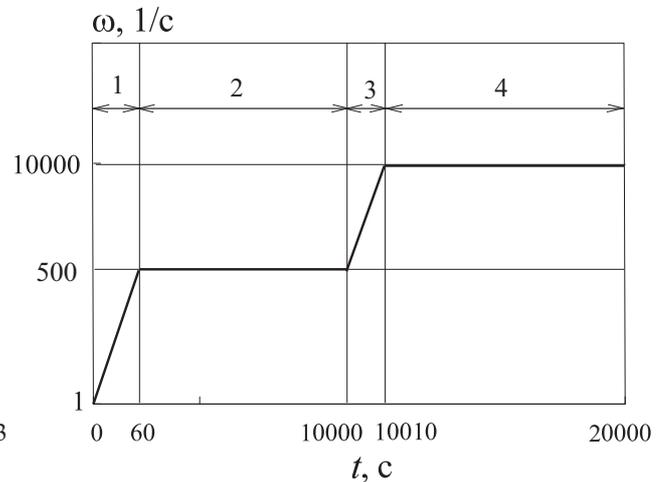


Рис. 6. Цикл нагружения для свободного вращающегося диска

**6.1. Вращающийся диск.** Диск радиусом 0.3 м вращается с угловой скоростью  $\omega$  (рис. 5 а). Расчеты проводятся в осесимметричной постановке. Жидкость в расчетах принимается несжимаемой. Для расчетов используется двухслойная модель турбулентности ( $k-\varepsilon$  модель во внешней области пограничного слоя и  $k-l$  модель в его внутренней области).

Цикл нагружения показан на рис. 6. Нагрузкой, изменяющейся во времени, является угловая скорость вращения диска. Для расчетов используются две модели, соответствующие различным угловым скоростям вращения диска (500 и 1000 1/с). В обоих случаях расчеты поля течения жидкости проводятся на одной и той же сетке.

Сетка, используемая для расчета поля течения жидкости, приведена на рис. 5 б. Сетка состоит из двух блоков. Блок сетки, примыкающий к поверхности диска, содержит 4372 ячеек, а соседний с ним блок — 3803 ячейки (утолщенные линии на рисунке показывают границу сопряжения между блоками сетки). На поверхности диска размещается около 100 узлов. Вдоль поверхности диска величина  $y^+$  изменяется практически по линейному закону (от 0.2 около оси симметрии до 2 вблизи конца диска).

На поверхности диска ставятся сопряженные граничные условия, а в невозмущенном потоке задается статическое давление ( $p_{\infty} = 1.013 \times 10^5$  Па), температура ( $T_{\infty} = 300$  К) и характеристики турбулентности (степень турбулентности составляет 10 %, а масштаб турбулентности — 0.01 м).

На каждом тепловом шаге по времени делается 200 итераций для расчета поля течения жидкости около диска. Точность по температуре устанавливается равной 0.5 К.

Теоретическая зависимость для температуры металла на поверхности диска имеет следующий вид:  $T_m(r) = T_m(0) + R \frac{\omega^2 r^2}{2c_p}$ , где  $r$  — радиальная координата,  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении.

Фактор восстановления выражается через число Прандтля ( $R = \text{Pr}^{1/3}$ , где  $\text{Pr} = 0.7$  для воздуха).

Результаты расчетов, обработанные в виде значений температуры металла в контрольных точках и отклонения полученного значения температуры от теоретического значения, приведены в табл. 1 для различных моментов времени, соответствующих постоянной величине нагрузки.

Для момента, индуцированного вращением диска, расчеты дают значение 4.71 Н·м, что на 6 % отличается от данных измерений [4] и объясняется влиянием сжимаемости жидкости.

**6.2. Каверна с вращающимся диском.** Температурные поля металла и жидкости рассчитываются в камере, ограниченной вращающимся (ротор) и неподвижным (статор) дисками (рис. 7 а). В качестве рабочей среды выбирается воздух. Теплофизические свойства воздуха — справочные с учетом их зависи-

Таблица 1  
Температура металла в контрольных точках

Время, с	0			
Контрольная точка	fd1	fd2	fd3	fd4
Температура, К	300.00	300.00	300.00	300.00
Погрешность, %	0	0	0	0
Время, с	10000			
Контрольная точка	fd1	fd2	fd3	fd4
Температура, К	300.54	301.51	304.87	309.57
Погрешность, %	0.1800	0.1347	0.1487	0.1191
Время, с	20000			
Контрольная точка	fd1	fd2	fd3	fd4
Температура, К	301.54	305.53	319.05	338.93
Погрешность, %	0.5133	0.3655	0.4345	0.2434

мости от температуры.

Блоки 1 и 2 расчетной области представляют собой ротор и статор. Блоки 3 и 4 пристыковываются к расчетной области для того, чтобы реализовать передачу температуры между металлом и жидкостью. Температура блока 3 FEA-области, которая полагается равной температуре  $T_1$ , извлекаемой из цикла нагружения, используется в качестве теплового граничного условия на входной границе CFD-области. Температура выходной границы, полученная в результате решения задачи в CFD-области, используется в качестве граничного условия для задания граничного условия на поверхности блока 4 в FEA-области.

Температура ротора изменяется от 300 К в начале расчета до 800 К через 60 с, а температура статора — от 300 до 500 К за тот же интервал времени.

На внутренней поверхности ротора и статора выставляются сопряженные граничные условия. На внешней поверхности ротора задается тепловой поток, при этом коэффициент теплоотдачи на поверхности ротора вычисляется в соответствии с корреляционной зависимостью, полученной для свободного вращающегося диска [4] (угловая скорость вращения ротора извлекается из цикла нагружения для заданного момента времени). Внешняя поверхность статора считается теплоизолированной.

Геометрия области, занятой жидкостью, а также положение точек, в которых контролируется температура в физическом эксперименте (экспериментальные данные предоставлены корпорацией Rolls-Royce PLC), показаны на рис. 7б.

Используется два варианта CFD-модели, в одном из которых каверна представляется в виде двумерной осесимметричной области, а в другом — в виде сектора с углом раствора  $5^\circ$  с постановкой периодических граничных условий (условий повторения течения) в окружном направлении. В обоих случаях FEA-модель представляет собой двумерную осесимметричную область (конечно-элементные расчеты проводятся в двумерной постановке, а конечно-объемные — в двумерной или трехмерной постановке).

Двумерная структурированная конечно-разностная сетка, приведенная на рис. 8 а, содержит 5078 ячеек, при этом величина  $y^+$  изменяется от 25 до 136 на поверхности ротора и от 20 до 140 на поверх-

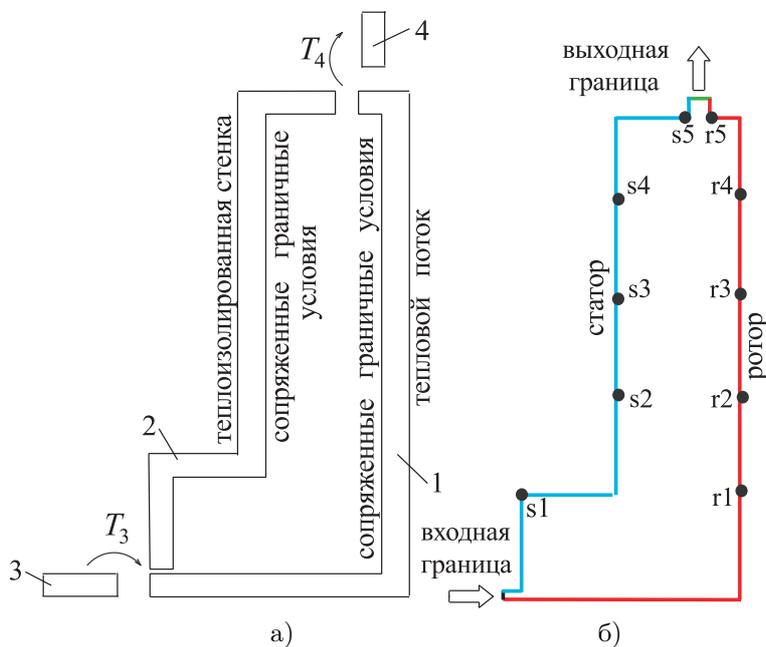


Рис. 7. Геометрическая модель (фрагмент а) и область, занятая жидкостью (фрагмент б)

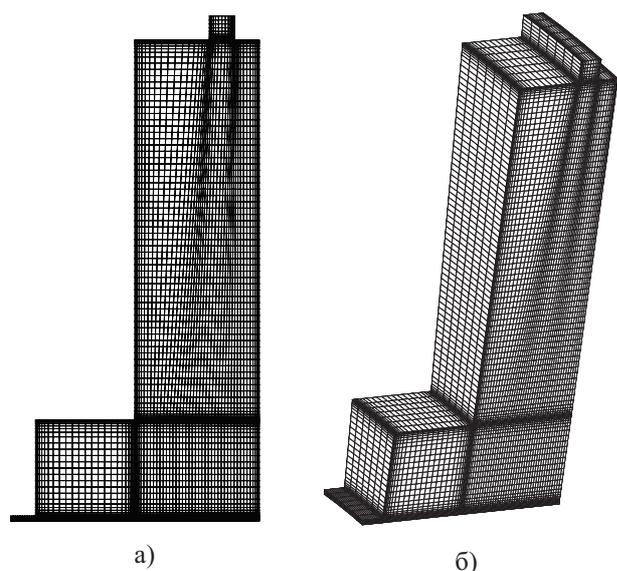


Рис. 8. Конечно-разностная сетка в двумерном (фрагмент а) и трехмерном (фрагмент б) случаях

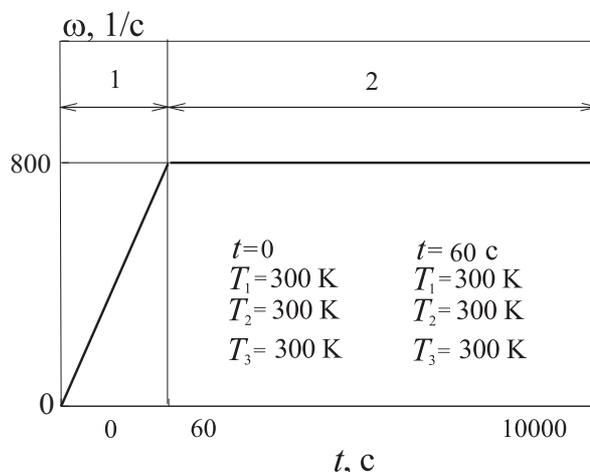


Рис. 9. Цикл нагружения для системы ротор–статор

ности статора. Трехмерная структурированная сетка получается путем поворота двумерной сетки на соответствующий угол. В окружном направлении размещается семь расчетных ячеек.

Для скорости на поверхности ротора и статора выставляются граничные условия прилипания и непротекания. Угловая скорость вращения ротора изменяется от 1 до 800 1/с в соответствии с заданным циклом нагружения, показанным на рис. 9 (длительный интервал времени используется для того, чтобы позволить температуре металла выйти на квазистационарный режим).

В расчетах используются  $k-\epsilon$  модель и модель турбулентности Спаларта–Аллмареса. Для нахождения характеристик турбулентности на стенке используется метод пристеночных функций [5]. При построении CFD-модели, соответствующей начальной точке цикла нагружения, полагается, что все стенки каверны являются теплоизолированными.

На входной границе каверны задаются массовый расход ( $m = 0.8\text{ кг/с}$ ), полное давление ( $p_0 = 10^6\text{ Па}$ ), температура торможения ( $T_0 = 300\text{ К}$  при  $t = 0$  и  $T_0 = 680\text{ К}$  при  $t = 60\text{ с}$ ) и характеристики турбулентности (степень турбулентности и масштаб турбулентности, которые полагаются равными 10% и 0.01 м). Температуре торможения на входной границе каверны присваивается значение, полученное в соответствии с заданным циклом нагружения (в ходе расчета температура входной границы изменяется от 300 до 600 К). На выходной границе каверны фиксируется статическое давление ( $p = 8.5 \times 10^5\text{ Па}$ ).

На каждом шаге по времени число итераций для расчета поля течения жидкости в каверне полагается равным 100 (для решения системы разностных уравнений используется многосеточный метод и четыре уровня сетки). Условие сходимости контролируется по разности температур на границе раздела, которая полагается равной 2 К. Максимальная разность температур металла и жидкости на границе раздела сред полагается равной 0.5 К (если разность температур не превосходит заданной величины, то уравнения в CFD-области не решаются).

Изменение температуры металла в контрольных точках показывает рис. 10. Характеристики металла выходят на стационарный режим при  $t > 4 \times 10^3\text{ с}$  (для статора это время несколько меньше, чем для ротора).

Результаты расчетов в виде значений температур металла в контрольных точках приведены в табл. 2. Строки 2–5 соответствуют двумерной геометрии CFD-модели, а строки 6 и 7 — трехмерной. Результаты расчетов, проведенные на основе CFD-модуля [1] (строки 4, 5, 7), сравниваются с данными физического эксперимента (строка 1), а также с данными, полученными при использовании в качестве CFD-модели коммерческого пакета Fluent 6.2 (строки 2, 3, 6).

Различие результатов расчетов, полученных при помощи двух CFD-модулей, является достаточно малым, а сами результаты хорошо согласуются с данными физического эксперимента (строка 1). Например, в двумерном случае для пакета Fluent максимальная разница рассчитанных и измеренных температур в контрольных точках не превосходит 2 К при использовании  $k-\epsilon$  модели (строка 2). Для модели Спаларта–Аллмареса эта разница составляет 4 К для ротора и 7 К для статора (строка 3). Отклонение температур

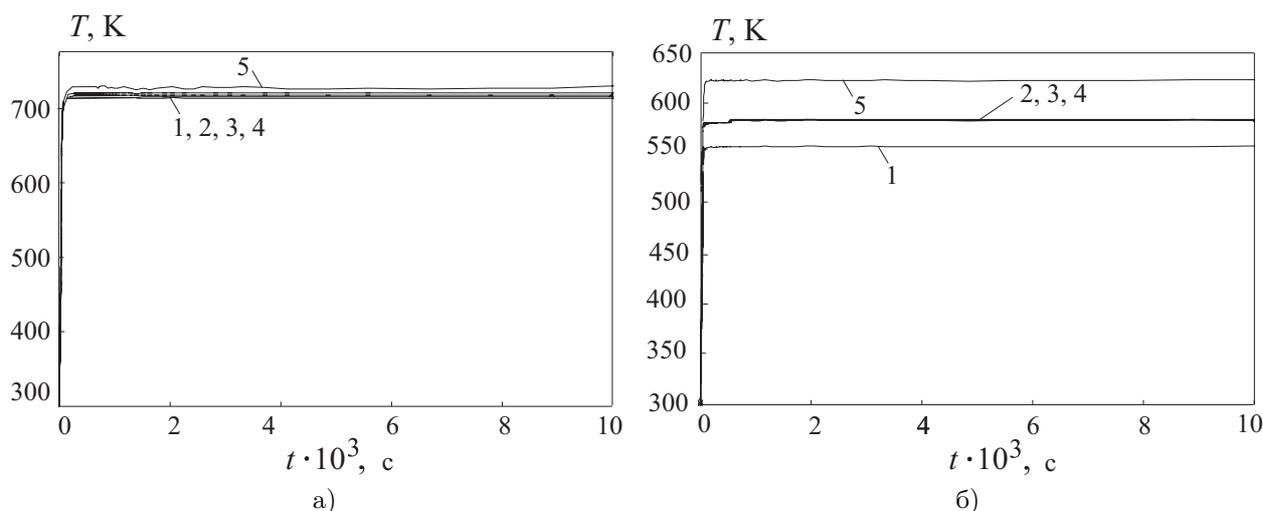


Рис. 10. Изменение температуры ротора (фрагмент а) и статора (фрагмент б) в контрольных точках от времени

Таблица 2

Температура металла в контрольных точках

№	Ротор					Статор				
	r1	r2	r3	r4	r5	s1	s2	s3	s4	s5
1	719.24	722.07	726.24	731.45	734.84	556.28	590.23	585.40	581.40	623.89
2	719.34	721.99	725.85	731.01	734.57	556.25	592.00	586.94	582.73	624.46
3	723.35	724.72	726.96	730.13	739.40	556.84	583.73	582.81	583.11	622.72
4	726.50	730.17	734.77	740.35	739.01	545.47	583.57	577.18	569.41	617.51
5	723.33	725.37	727.98	731.35	730.27	559.76	585.69	584.00	583.33	625.21
6	721.53	725.62	731.60	736.36	738.22	555.49	586.10	579.37	575.97	619.19
7	724.39	727.43	729.00	731.90	729.95	559.69	585.63	583.73	582.81	623.78

в контрольных точках, рассчитанных на основе CFD-модуля [1], от данных физического эксперимента несколько больше, но не превосходит 6 К и 5 К для ротора и статора при использовании  $k-\epsilon$  модели (строка 4). При использовании модели Спаларта–Аллмареса максимальное расхождение результатов расчетов и данных измерений составляет 9 К и 12 К для ротора и статора соответственно (строка 5).

В случае трехмерной геометрии CFD-области максимальное отличие результатов расчетов, выполненных при помощи пакета Fluent (используется только  $k-\epsilon$  модель турбулентности), от данных измерений составляет 5 К для ротора и 6 К для статора (строка 6). Различие температур металла, рассчитанных при помощи CFD-модуля [1] (используется только модель Спаларта–Аллмареса), составляет 5 К в контрольных точках r1 и r2, расположенных на поверхности ротора, и в точке s2 на поверхности статора (строка 7).

Сопряженные расчеты проводились как при решении всех уравнений, описывающих течение жидкости в камере, так и при решении только уравнения энергии (при “замороженных” полях скорости и давления). По сравнению со случаем, когда решаются все уравнения, температуры в контрольных точках изменяются не более, чем на 1.8 К. На персональном компьютере средней мощности расчеты с решением только уравнения энергии требуют около двух часов, а с решением всех уравнений — около восьми часов процессорного времени.

Сходимость итерационного процесса при использовании модели Спаларта–Аллмареса лучше, чем в случае  $k-\epsilon$  модели. При использовании модели Спаларта–Аллмареса достаточно точные результаты получаются при 10 многосеточных итерациях на каждый тепловой шаг. Увеличение числа многосеточных итераций до 100 приводит к изменению температуры в контрольных точках на 2–5 К по сравнению с данными измерений.

**7. Заключение.** Рассмотрены особенности реализации последовательного подхода к сопряженному тепловому моделированию в областях, характерных для камер газовых турбин, образованных подвижной (ротор) и неподвижной (статор) стенками. Для решения уравнения теплового баланса в твердом теле

используется метод конечных элементов, а для дискретизации уравнений, описывающих течение жидкости, — метод конечных объемов.

В отличие от общепринятого подхода, когда между различными расчетными модулями передаются температуры жидкости и металла, в разработанном подходе температура металла передается от конечно-элементного модуля к модулю расчета характеристик жидкости, а в обратном направлении — тепловой поток. Такая реализация позволяет стабилизировать численные расчеты и избежать проблем, связанных с расходимостью итерационной процедуры.

Реализация ряда дополнительных возможностей, например решение не всех уравнений, описывающих течение жидкости, а только уравнения энергии, позволяет уменьшить требования к вычислительным ресурсам.

Возможности подхода показаны на примере расчета температурного поля свободного вращающегося диска, а также температурного поля металла и жидкости в камере, ограниченной неподвижными и вращающимися дисками. Результаты расчетов в двух- и трехмерной постановке с использованием различных моделей турбулентности ( $k$ - $\varepsilon$  модель, модель Спаларта–Аллармаса) достаточно хорошо согласуются с данными физического эксперимента.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков К.Н. Применение метода контрольного объема для решения задач механики жидкости и газа на неструктурированных сетках // Вычислительные методы и программирование. 2005. 6, № 1. 47–64.
2. Волков К.Н. Разработка и реализация алгоритмов численного решения задач механики жидкости и газа // Вычислительные методы и программирование. 2007. 8, № 1. 197–213.
3. Illingworth J., Hills N., Barnes C. 3D fluid-solid heat transfer coupling of an aero-engine preswirl system // Electronic Proc. of ASME Turbo Expo (6–9 June, 2005; Reno-Tahoe, Nevada, USA). Paper N 2005-GT-68939. Reno-Tahoe, 2005.
4. Northrop A., Owen J.M. Heat transfer measurements in rotating-disc systems. The free disc // Int. J. of Heat and Fluid Flow. 1988. 9, N 1. 19–26.
5. Волков К.Н. Пристеночное моделирование в расчетах турбулентных течений на неструктурированных сетках // Теплофизика и аэромеханика. 2007. 14, № 1. 113–129.

Поступила в редакцию  
04.09.2007

---