

УДК 550.4:519.245

## КОРРЕКТИРОВКА ТРЕХМЕРНЫХ ЛИТОЛОГО-ФАЦИАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ИМИТАЦИИ ОТЖИГА

А. Д. Бекман<sup>1</sup>

Рассматривается авторская модификация алгоритма имитации отжига и ее применение для корректировки литолого-фациальных моделей с учетом новой дополнительной информации. Доказана сходимость модифицированного метода и получены ограничения на схему охлаждения, гарантирующие сходимость.

**Ключевые слова:** динамические методы Монте-Карло, стохастическая релаксация, численные методы, математическое моделирование, литолого-фациальное моделирование.

**1. Введение.** Численный метод (имеющий название “метод имитации отжига” (Simulated Annealing), или “стохастическая релаксация”) известен с 1984 г. и к настоящему моменту применяется для решения оптимизационных задач во многих прикладных областях (см., например, [5]). Метод обладает рядом качественных преимуществ, позволяющих использовать его в тех случаях, когда другие методы, например градиентные, неприменимы. В частности, он может быть использован для нахождения экстремумов функционалов, определенных на сеточных функциях с конечным множеством значений, для которых понятие градиента вообще не рассматривается. Целевой функционал не обязан быть ни линейным, ни квадратичным. При этом положительной особенностью является то, что при соблюдении известных условий метод не застревает в локальных минимумах и позволяет получить глобальный минимум целевого функционала.

Применение метода имитации отжига для решения задач литолого-фациального моделирования до настоящего времени является весьма ограниченным. С одной стороны, причина состоит в том, что, как правило, решения ищутся для сеточных функций с миллионами узлов сетки, что требует выполнения тысяч итераций. С другой стороны, использование в целевом функционале традиционных геостатистических типов данных приводит к сложности вычисления даже одного значения функционала, а в рамках каждой итерации число таких вычислений равно числу узлов. Это делает невозможным вычисление решения за приемлемое время. Применение метода для внесения дополнительных данных в заранее существующую модель является более перспективным подходом, однако в этом случае невозможно контролировать степень отклонения итоговой модели от начального состояния: в теории результат от начального состояния не зависит. Предлагаемый автором подход базируется на искусственном добавлении в метод “памяти” о начальном состоянии модели, благодаря чему метод позволяет привести существующую модель в соответствие новым данным, внося в модель как можно меньше изменений.

**2. Математическая модель и численный метод.** Литолого-фациальная модель геологического объекта, например нефтеносного пласта, описывает пространственное расположение различных геологических пород внутри этого объекта. От степени адекватности таких моделей на практике в значительной мере зависит точность оценки запасов месторождений нефти и газа, а также — эффективность эксплуатации таких месторождений. Обычно трехмерная литолого-фациальная модель состоит из двух составляющих:

1) геометрический каркас;

2) трехмерный массив литологических индексов  $B = \{b_{i,j,k}\}$ ,  $i = 1, \dots, I$ ,  $j = 1, \dots, J$ ,  $k = 1, \dots, K$ .

Геометрический каркас представляет собой область в трехмерном пространстве, соответствующую исследуемому участку геологического объекта и разделенную на слои непересекающихся ячеек. Предполагается, что в пределах одной ячейки моделируемый объект представлен только одной геологической породой. Все породы, встречающиеся в данном объекте, как правило, проиндексированы. Обозначим через  $L = \{l_i\}$  конечное множество индексов пород. Множество  $L$  является множеством возможных значений для элементов массива  $B$ . При этом между элементами трехмерного массива  $B$  и ячейками геометрического каркаса установлено взаимно-однозначное соответствие. В процессе моделирования в качестве значения для  $b_{i,j,k}$  выбирается индекс той породы, присутствие которой наиболее вероятно в соответствующей ячейке.

<sup>1</sup> Тюменский государственный университет, Институт математики и компьютерных наук, ул. Семакова, 10, 625003, г. Тюмень; e-mail: alert@baspro.ru

Пусть  $X$  — множество всех возможных вариантов заполнения массива  $I \times J \times K$  значениями из  $L$ . Предположим, что имеется трехмерная литолого-фациальная модель, у которой в качестве массива  $B$  выбран некоторый вариант  $t \in X$ . Кроме того, предположим, что имеется некоторая функция  $H(x) : X \rightarrow R$ , описывающая некоторые дополнительные сведения об объекте, не учтенные в имеющейся модели. Функция  $H(x)$  задается таким образом, чтобы ее значения были тем меньше, чем более соответствует  $x$  имеющимся дополнительным сведениям. Обозначим через  $M \subseteq X$  множество всех глобальных минимумов  $H(x)$ . Задача корректировки имеющейся модели заключается в нахождении таких вариантов  $x \in M$ , которые бы как можно меньше отличались от первоначального состояния модели  $t$ . Как правило, количество ячеек модели так велико, что перебрать все возможные варианты  $x \in X$  с целью нахождения наилучшего не представляется возможным. Изложенная ниже авторская модификация метода имитации отжига позволяет на практике находить решение поставленной задачи за приемлемое время, не прибегая к полному перебору возможных вариантов.

Традиционный метод имитации отжига может быть использован для решения задачи поиска глобальных минимумов функции  $H(x)$  на множестве  $X$ . Для этого итерационным образом строится реализация специального вида марковской цепи с элементами из  $X$ . Переходные вероятности цепи выбираются таким образом, чтобы при стремлении числа итераций к бесконечности вероятность реализации элемента с неминимальным значением  $H(x)$  стремилась к нулю. Подробное изложение метода можно найти в [4]. Предлагаемая в настоящей статье модификация заключается в изменении переходных вероятностей таким образом, чтобы обеспечить стремление модели мало отличаться от начального состояния в смысле расстояния Хемминга.

Введем некоторую нумерацию элементов массива  $t$  и обозначим их общее число через  $\sigma = I \times J \times K$ . Под записью  $x_s$  будем понимать значение  $s$ -го элемента в массиве  $x \in X$ . Рассмотрим также два неотрицательных числа  $0 < q < p < 1$ , таких, что  $q + p = 1$ . Определим на  $X$  следующую функцию:

$V(x) = \prod_{s=1}^{\sigma} p_s(x)$ , где  $p_s(x) = \begin{cases} p, & t_s = x_s, \\ q, & t_s \neq x_s. \end{cases}$  Функция  $V(x)$  оценивает отличие состояния  $x$  от состояния  $t$ :

чем больше ячеек с совпадающими значениями в состояниях  $t$  и  $x$ , тем больше значение  $V(x)$ . Используя функции  $V(x)$  и  $H(x)$ , построим параметрическое семейство распределений вероятности на  $X$  вида

$$\Pi^\beta(x) = \frac{V(x)e^{-\beta H(x)}}{Z}, \quad (1)$$

где  $Z = \sum_{z \in X} V(z)e^{-\beta H(z)}$  — нормирующая константа. Данные распределения также можно представить

в гиббсовской форме:  $\Pi^\beta(x) = \frac{e^{-\beta H(x) + \ln(V(x))}}{Z}$ . Несложными преобразованиями можно показать, что

последняя запись равносильна следующей:  $\Pi^\beta(x) = \frac{e^{-\alpha h(x,t) - \beta H(x)}}{\tilde{Z}}$ , где  $h(x,t)$  — расстояние Хемминга

между состояниями  $x$  и  $t$ ,  $\alpha = \ln\left(\frac{p}{q}\right)$ ,  $\tilde{Z} = \sum_{z \in X} e^{-\alpha h(x,t) - \beta H(z)}$ .

**Теорема 1.** При стремлении параметра  $\beta$  к бесконечности распределение  $\Pi^\beta(x)$  поточечно сходится к распределению

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \Pi^\beta(x) = \begin{cases} \frac{V(x)}{\sum_{z \in M} V(z)}, & x \in M, \\ 0, & x \notin M. \end{cases}$$

При этом для  $x \in M$  распределение  $\Pi^\beta(x)$ , рассматриваемое как функция  $\beta$ , монотонно возрастает, а для остальных  $x$ , начиная с некоторого достаточно большого  $\beta$ , убывает.

**Доказательство.** Обозначим через  $m$  минимальное значение целевой функции  $H(x)$  и перепишем формулу (1) в виде

$$\Pi^\beta(x) = \frac{e^{-\beta(H(x)-m)}V(x)}{\sum_{z \in M} e^{-\beta(H(z)-m)}V(z) + \sum_{z \notin M} e^{-\beta(H(z)-m)}V(z)}.$$

В случае если  $x$  или  $z$  является точкой минимума, экспонента обращается в единицу независимо от значений  $\beta$ . В противном случае при  $\beta \rightarrow \infty$  значение экспоненты стремится к нулю. Отсюда следует предельная формула в формулировке теоремы. Для случая  $x \in M$  монотонность  $\Pi^\beta(x)$  по параметру  $\beta$

очевидна. Рассмотрим случай  $x \notin M$ . При фиксированном  $x$  определим функцию  $a(y) = H(y) - H(x)$ . Тогда формулу (1) можно преобразовать к виду

$$\Pi^\beta(x) = \frac{V(x)}{\sum_{a(y)=0} V(y) + \sum_{a(y)>0} e^{-\beta a(y)} V(y) + \sum_{a(y)<0} e^{-\beta a(y)} V(y)}.$$

Производная знаменателя по  $\beta$  равна  $\sum_{a(y)>0} -a(y)e^{-\beta a(y)} V(y) + \sum_{a(y)<0} -a(y)e^{-\beta a(y)} V(y)$ .

При  $\beta \rightarrow \infty$  первое слагаемое с очевидностью стремится к бесконечности, а второе — к нулю. Таким образом, начиная с некоторого момента, дробь, рассматриваемая как функция параметра  $\beta$ , будет убывать. Теорема доказана.

**Замечание.** Предельное распределение в формулировке теоремы может быть записано в терминах расстояния Хемминга:

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \Pi^\beta(x) = \begin{cases} \frac{V(x)}{\sum_{z \in M} V(z)}, & x \in M, \\ 0, & x \notin M \end{cases} = \begin{cases} \frac{e^{-\alpha h(x,t)}}{\sum_{z \in M} e^{-\alpha \cdot h(z,t)}}, & x \in M, \\ 0, & x \notin M. \end{cases} \quad (2)$$

Особенность распределения (2) состоит в том, что ненулевую вероятность имеют только варианты, минимизирующие целевую функцию  $H(x)$ . При этом в случае  $p > 0.5$  вероятность варианта  $x \in M$  тем больше, чем меньше расстояние  $h(x, t)$ . Можно также легко проверить, что при  $p = 0.5$  распределение станет равномерным на  $M$ , как и в случае классического метода имитации отжига ([4], предложение 5.2), а в случае  $p = 1, q = 0$  распределение  $\Pi^\beta(x)$  будет вырожденным в  $t$  при любом  $\beta$ . Оба случая не представляют особого интереса. Практическая ценность распределения (2) заключается в том, что оно позволяет реализовать ряд хороших с точки зрения имеющихся критериев состояний модели и выбрать из них наилучшее, руководствуясь, например, мнениями экспертов. Требуемую степень близости к исходному состоянию  $t$  можно регулировать выбором параметра  $p$ .

Для того чтобы на практике получить выборку состояний модели, распределенную согласно распределению (2), следует, как и в классическом методе имитации отжига, построить специального вида неоднородную марковскую цепь. Для этого необходимо выбрать *схему охлаждения* — последовательность  $\{\beta_n\}_{n=1}^\infty : n \rightarrow \infty \Rightarrow \beta_n \rightarrow \infty$ . Именно схема охлаждения определяет переходные вероятности (марковские ядра) марковской цепи: на  $n$ -ом шаге марковское ядро  $P_n(x, y)$  строится таким образом, чтобы распределение  $\Pi^{\beta_n}(x)$  было инвариантно относительно  $P_n(x, y)$  (точная формула для  $P_n(x, y)$  будет приведена ниже). Для того чтобы обеспечить сходимость цепи к распределению (2), необходимо наложить некоторые ограничения на переходные вероятности, которые можно сформулировать как ограничения на схему охлаждения. Введем некоторые обозначения и определения, необходимые для получения этих ограничений и для доказательства сходимости.

Через  $S$  будем обозначать множество элементов массива  $t$ , а через  $s$  — отдельные элементы. Для элемента  $s \in S$  через  $\delta_s = \sup \{ |H(x) - H(y)| : x_s = y_s \text{ при } s \notin S \}$  будем обозначать осцилляцию функции  $H(x)$  в нем, а через  $\Delta$  — максимальную осцилляцию по всем элементам модели  $\Delta = \max_{s \in S} \delta_s$ . Для распределений вероятности, определенных на  $X$ , ниже будем пользоваться нормой:  $\|\mu\| = \sum_{x \in X} |\mu(x)|$ .

**Определение 1.** Величина  $c(P) = \frac{1}{2} \max_{x,y} \|P(x, \cdot) - P(y, \cdot)\|$  называется коэффициентом сжатия марковского ядра  $P$ .

Из определения очевидно, что коэффициент сжатия будет равен нулю только в случае, когда  $P(x, \cdot)$  одинаково для всех  $x$ . Ниже нам потребуется следующая лемма.

**Лемма 1** ([4], лемма 4.3). *Для любого марковского ядра  $Q(x, y)$  на конечном пространстве  $X$  выполнено неравенство*

$$c(Q) \leq 1 - |X| \min \{ Q(x, y) : x, y \in X \}. \quad (3)$$

**Определение 2.** Локальными характеристиками случайного поля  $\Pi^{\beta_n}(x)$  называются марковские

ядра (переходные вероятности), определяемые для  $A \subset S$  формулой

$$\Pi_A^{\beta_n}(x, y) = \begin{cases} \frac{V(y)e^{-\beta_n H(y)}}{Z_A} & \text{при } y_{S \setminus A} = x_{S \setminus A}, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $Z_A = \sum_{\{z: z_{S \setminus A} = x_{S \setminus A}\}} V(z)e^{-\beta_n H(z)}$ .

Для одноточечных множеств  $A = \{s\}$  локальные характеристики поля  $\Pi^{\beta_n}(x)$ , заданного формулой (1), запишутся в виде

$$\Pi_s^{\beta_n}(x, y) = \begin{cases} \frac{p_s(y) \cdot e^{-\beta_n H(y)}}{Z_A} & \text{при } y_{S \setminus \{s\}} = x_{S \setminus \{s\}}, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $Z_s = \sum_{\{z: z_{S \setminus \{s\}} = x_{S \setminus \{s\}}\}} p_s(z)e^{-\beta_n H(z)}$ , так как за исключением  $p_s$  все множители, входящие в функцию  $V(x)$ , сократятся.

Заметим, что приводимые локальные характеристики отличаются от локальных характеристик традиционного метода имитации отжига присутствием множителя  $p_s(y)$  в числителе и множителей  $p_s(z)$  в знаменателе. Несложно видеть, что применение таких локальных характеристик вместо “традиционных” для элемента массива с номером  $s$  равносильно умножению на  $p$  вероятности ее перехода в  $t_s$  и умножению на  $q$  вероятности перехода в любое иное состояние.

Введем в рассмотрение марковские ядра вида  $P_n(x, y) = \Pi_{\{1\}}^{\beta_n} \dots \Pi_{\{\sigma\}}^{\beta_n}(x, y)$ . Известно, что гиббсовское поле инвариантно относительно своих локальных характеристик ([4], п. 5.1), а значит,  $\Pi^{\beta_n}(x)$  инвариантно относительно  $P_n$ .

Оценим коэффициент сжатия ядра  $P_n$ . Для этого зафиксируем некоторое  $x \in X$  и обозначим через  $m_s$  минимальное значение целевой функции  $H(x)$ , которое возможно получить при изменении значения только у одного фиксированного элемента  $s \in S$ :  $m_s = \min_{v_s} H(v_s x_{S \setminus \{s\}})$ . Тогда

$$\Pi_s^{\beta_n}(x, y_s x_{S \setminus \{s\}}) = \frac{p_s(y_s) \cdot e^{-\beta_n(H(y_s x_{S \setminus \{s\}}) - m_s)}}{\sum_{v_s} p_s(v_s) \cdot e^{-\beta_n(H(v_s x_{S \setminus \{s\}}) - m_s)}} \geq |X_s|^{-1} e^{-\beta_n \delta_s} \frac{q}{p},$$

а значит,  $\min_{x, y} P_n(x, y) \geq \prod_{s=1}^{\sigma} \left( |X_s|^{-1} e^{-\beta_n \delta_s} \frac{q}{p} \right) \geq |X|^{-1} e^{-\beta_n \Delta \sigma} \left( \frac{q}{p} \right)^{\sigma}$ . Следовательно, с учетом (3) можно получить оценку  $c(P_n) \leq 1 - e^{-\beta_n \Delta \sigma} \left( \frac{q}{p} \right)^{\sigma}$ .

Получим теперь условия, достаточные для того, чтобы марковский процесс сходил к распределению (2). Для этого достаточно, чтобы были выполнены условия следующей теоремы.

**Теорема 2** ([4], теорема 4.3). *Рассмотрим марковские ядра  $P_n, n \geq 1$ , и предположим, что для каждого  $P_n$  существует инвариантное распределение  $\mu_n$ . Предположим также, что выполнены следующие условия:*

$$\sum_n \|\mu_n - \mu_{n+1}\| < \infty, \tag{4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(P_i \dots P_n) = 0 \quad \forall i \geq 1. \tag{5}$$

Тогда существует предел  $\mu_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n$  и равномерно по всем начальным распределениям  $\nu$  имеет место сходимость  $\nu P_1 \dots P_n \rightarrow \mu_{\infty}$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Для доказательства справедливости условия (4) для распределений  $\Pi^{\beta_n}(x)$  можно воспользоваться следующей леммой.

**Лемма 2** ([4], лемма 4.6). *Для вероятностных распределений  $\mu_n, n \geq 1$ , условие (4) выполнено, если начиная с некоторого момента каждая из числовых последовательностей  $\{\mu_n(x)\}_{n \geq 1}$  является убывающей или возрастающей.*

Условия леммы выполнены, так как начиная с некоторого номера  $N$  монотонность  $\Pi^{\beta_n}(x)$  по параметру  $\beta$  была установлена выше в теореме 1. Таким образом, осталось показать, при каких условиях выполнено соотношение (5). Рассмотрим еще две леммы.

**Лемма 3** ([4], лемма 4.7). Соотношение (5) выполнено, если  $\prod_{k \geq i} c(P_k) = 0 \forall i \geq 1$  или  $c(P_n) > 0$  для любого  $n$  и  $\prod_{k \geq 1} c(P_k) = 0$ .

**Лемма 4** ([4], лемма 5.2). Предположим, что для вещественных последовательностей  $\{a_n\}$  и  $\{b_n\}$  выполнено  $0 \leq a_n \leq b_n \leq 1$ . Тогда  $\sum_n a_n = \infty$  влечет  $\prod_n (1 - b_n) = 0$ .

Из этих лемм следует, что (5) будет выполнено, если найдется расходящийся ряд  $\sum_n a_n = \infty$ , элементы которого удовлетворяют условию  $0 \leq a_n \leq c(P_n(x, y)) \leq 1$ . Выбрав в качестве такого ряда гармонический, получим достаточное условие  $e^{-\beta_n \Delta \sigma} \left(\frac{q}{p}\right)^\sigma \geq \frac{1}{n}$ . После простых преобразований полученное выражение даст ограничение на схему охлаждения, при которой гарантирована сходимость процесса:

$$\beta_n \leq \frac{1}{\sigma \Delta} \ln \left( n \left(\frac{q}{p}\right)^\sigma \right) = \frac{\ln n}{\sigma \Delta} + \frac{\ln(q/p)}{\Delta} \tag{6}$$

В частном случае формулы (6) при  $p = 0.5$  (т.е. когда изменение значения каждого элемента  $s \in S$  не зависит от его начального состояния) второе слагаемое обращается в нуль и оценка совпадает с оценкой для традиционного метода имитации отжига. В общем же случае ограничение на  $\beta_n$  меньше стандартного на константу, зависящую от  $p$ .

Заметим, что модифицированный метод имитации отжига алгоритмически мало отличается от классического. Как и в случае классического метода, выбирается последовательность  $\beta_n, n = 1, \dots, \infty$ , и для каждого значения  $\beta_n$  выполняется “скан” — последовательный обход всех ячеек модели, при котором для каждой ячейки случайным образом принимается решение, изменить ли ее значение или оставить прежним. Вероятности принять то или иное решение для ячейки с номером  $s$  в течении  $n$ -го скана определяются распределениями  $P_s^{\beta_n}$ , которые и содержат различия между традиционным и модифицированным методами.

**3. Численные эксперименты.** Ниже приведены результаты численных экспериментов по построению литолого-фациальных моделей пласта Т1 Врезовского месторождения Оренбургской области. Предполагалось, что в пределах пласта различаются два типа геологических пород: “коллектор”(порода, способная к фильтрации жидкости) и “неколлектор” (порода, не способная к фильтрации жидкости). Для обозначения этих пород в массиве использовались индексы “1” и “-1” соответственно. В ходе экспериментов пласт был промоделирован следующими методами.

1. Послойная интерполяция одним из традиционных геостатистических методов — “крайгинг”(изложение метода можно найти в [1, 6, 7]).

2. Классический метод имитации отжига (алгоритм Метрополиса). В качестве начального состояния использовалась модель, построенная “крайгингом”. В целевую функцию закладывалась информация о предпочтительности крупных фаций над мелкими, а также требование соответствия априори заданной двумерной модели.

3. Корректировка модели, полученной “крайгингом”, с помощью модифицированного метода имитации отжига.

Схема охлаждения в случаях 2 и 3 выбиралась из соображений обеспечения сходимости алгоритмов,

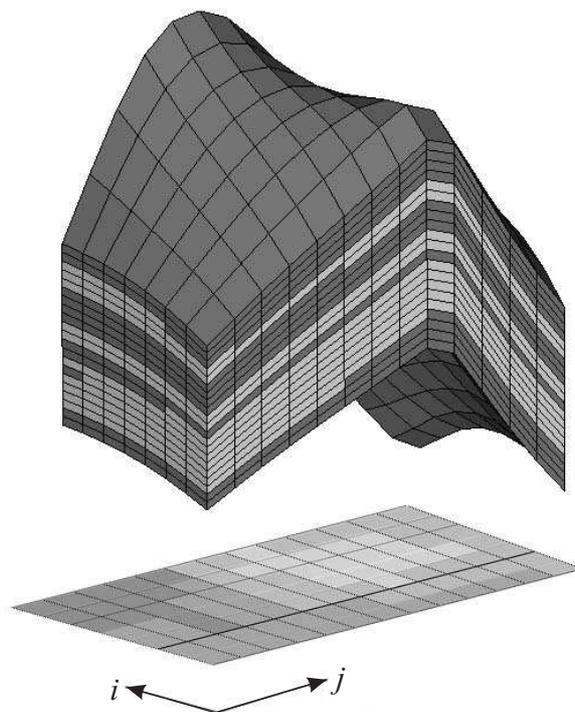


Рис. 1. Трехмерная ЛФ модель и двумерная модель участка некоторого пласта

а вид целевой функции задавался формулой

$$H(x) = - \sum_{(t,s)} \alpha_{(t,s)} x_t x_s + \gamma \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J d_{ij}^2. \quad (7)$$

Первое слагаемое данной функции позаимствовано из модели Изинга для ферромагнетиков и означает предпочтительность крупных связных областей одинаковых значений перед мелкими и разрозненными. Суммирование в данном случае осуществляется по всем возможным парам соседних ячеек в модели; возможные значения ячеек  $x_t$  и  $x_s$  — “1” и “-1”;  $\alpha_{(t,s)} > 0$  — коэффициенты, определяющие анизотропию модели, задаваемые различными для различных направлений смежности ячеек. В рамках экспериментов  $\alpha_{(t,s)}$  выбирались так, чтобы обеспечить ориентацию фаций вдоль слоев модели. Второе слагаемое обеспечивает соответствие будущей модели априорно заданной двумерной модели (геологической карте). Другие способы задания целевой функции можно найти в [2, 3].

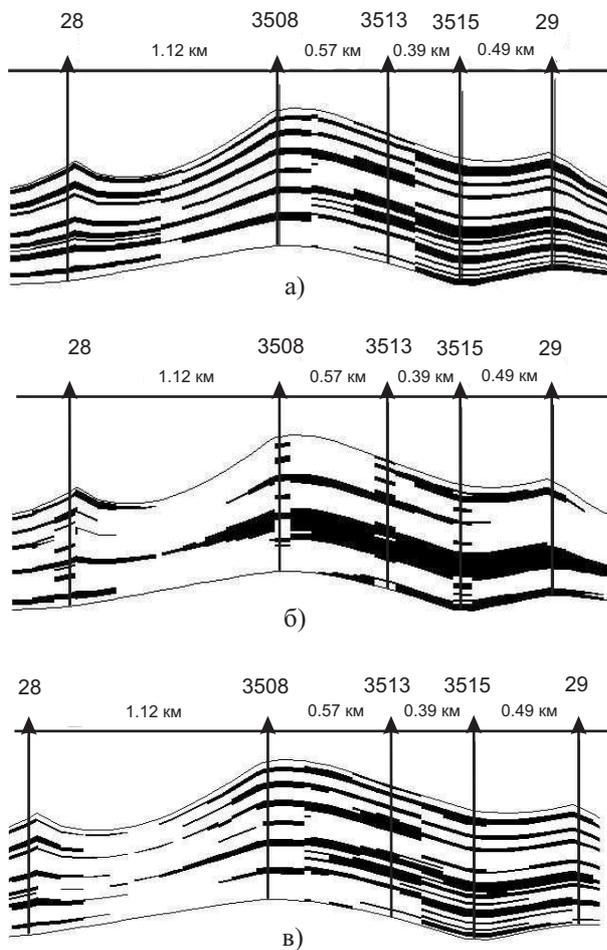


Рис. 2. Сечения моделей: а) начальная модель, б) алгоритм Метрополиса, в) алгоритм корректировки ( $p = 0.9$ )

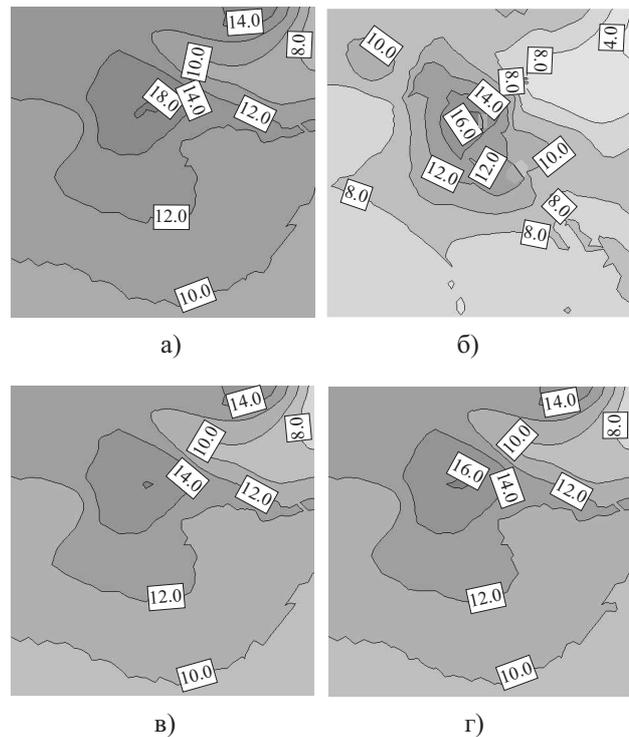


Рис. 3. Карты эффективных толщин объекта: а) априорная карта, б) начальная модель, в) алгоритм Метрополиса, г) алгоритм корректировки

Для каждого вертикального столбца трехмерной модели двумерная модель определяет объемную долю коллекторских пород в нем. Через  $d_{ij}$  в формуле (7) обозначается невязка между долей коллектора в  $(i, j)$ -м столбце модели  $x$  и соответствующим значением  $s$  двумерной модели (рис. 1). Положительный коэффициент  $\gamma$  в данной формуле введен для регулирования соотношения важности слагаемых. Необходимо заметить, что выбор такого коэффициента значительно влияет на результат: слишком большой весовой коэффициент при слагаемом может привести к игнорированию остальных слагаемых. Экспериментально было установлено, что если сумма коэффициентов  $\alpha_{(t,s)}$  по всем 26 возможным направлениям вокруг ячейки равна 1, то к адекватным моделям приводит выбор  $\gamma$  в пределах [0.1, 0.2].

Модель пласта содержала 67320 ячеек, составлявших 60 слоев, причем 480 ячеек соответствовали восьми скважинам и не модифицировались в процессе отжига. Количество выполненных итераций —

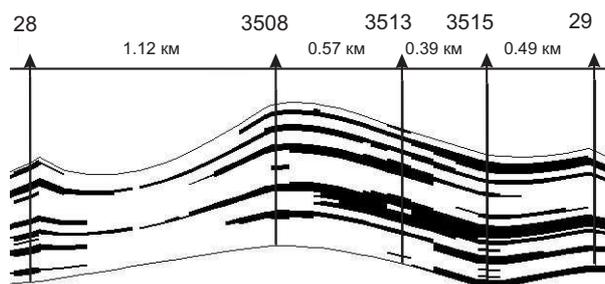


Рис. 4. Сечение модели, полученной алгоритмом корректировки при  $p = 0.8$

1000, время работы алгоритма корректировки — 156 секунд. Расчеты проводились на процессоре Intel Pentium IV 2400 МГц в модуле Gektra коммерческого программного комплекса Vaspro Optima. Результаты представлены на рис. 2 и 3.

Качественные свойства моделей, полученных в результате экспериментов, следующие. Так как модель, полученная “крайгингом”, была построена на основании только скважинной информации, она адекватна в окрестностях скважин, но не удовлетворяет начальной двумерной модели (рис. 2 а и 3 а) вдали от них. Модель, построенная методом имитации отжига, показывает довольно близкое соответствие априорной карте (рис. 3 б), но плохо соответствует скважинным данным, так как они не присутствовали в целевой функции метода (7) (рис. 2 б). В то же время, модель, полученная корректировкой первой модели, удовлетворяет как априорной карте, так и скважинным данным (рис. 2 в и 3 г). Таким образом, с качественной точки зрения модель, получаемая методом корректировки, является наиболее предпочтительной для практического использования.

Как показали дополнительные эксперименты, значения параметров  $p$  и  $q$  оказывают значительное влияние на результат работы алгоритма корректировки. При фиксировании остальных параметров варьирование значений параметров  $p$  и  $q$  позволяет регулировать желаемую степень близости результата к начальному состоянию. В частности, результат, представленный на рис. 2 в, получен при  $p = 0.9$ . Для сравнения на рис. 4 приводится сечение модели, полученной при  $p = 0.8$ , адекватность которой в окрестности скважин очевидно хуже, чем при  $p = 0.9$ . При дальнейшем уменьшении параметра  $p$  расстояние Хемминга между начальным и итоговым состояниями модели увеличивается, а при  $p = 0.5$  алгоритм превращается в обычный алгоритм имитации отжига, не зависящий от начального состояния (рис. 2 б). С точки зрения практики это означает, что представленный подход позволяет получить целый спектр различных вариантов модели между рис. 2 а и 2 б. При отсутствии других формализованных критериев качества модели выбрать из представленного множества нужный вариант можно с помощью заключений экспертов-геологов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goovaerts P.* Geostatistics for natural resources evaluation. Oxford: Oxford University Press, 1997.
2. *Roth C.* Incorporating information about edge effects when simulating lithofacies // *Mathematical Geology*. 2000. **32**, N 3. 277–300.
3. *Бекман А.Д.* Построение трехмерных литологических моделей с учетом разнородной априорной информации с помощью метода имитации отжига // *Математическое и информационное моделирование*. Тюмень: Изд-во Тюменского гос. ун-та, 2005. 26–39.
4. *Винклер Г.* Анализ изображений, случайные поля и динамические методы Монте-Карло. Новосибирск: Гео, 2002.
5. *Geman S., Geman D.* Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images // *IEEE Trans. PAMI*. 1984. **6**, N 6. 721–741.
6. *Lin Y., Tan Y., Rouhani S.* Identifying spatial characteristics of transmissivity using simulated annealing and kriging methods // *Environmental Geology*. 2001. **41**. 200–208.
7. *Дмитриевский М.В.* Оптимизация некоторых алгоритмов восстановления полей геологических и геофизических параметров. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Тюмень, 2003.

Поступила в редакцию  
11.08.2006