УДК 532.5.031

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЫЛЕГАЗОВЫХ ПОТОКОВ В ПУЛЬСИРУЮЩИХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

К. И. Логачев¹, А. И. Пузанок¹, В. Ю. Зоря¹

На основе комбинации методов граничных интегральных уравнений, дискретных вихрей и численного интегрирования уравнений динамики полифракционных групп пылевых частиц разработана математическая модель аэродинамики нестационарных пылегазовых потоков в многосвязных областях, содержащих вращающиеся цилиндры-отсосы. Разработанная компьютерная программа позволяет исследовать поведение пылевых аэрозолей в областях с границами произвольной конфигурации и спрогнозировать концентрацию и дисперсный состав пыли в аспирируемом воздухе. Исследования выполнены при поддержке Совета по грантам Президента РФ (код проекта МД–5015.2006.8) и РФФИ (код проекта 050801252а).

Ключевые слова: метод дискретных вихрей, метод граничных интегральных уравнений, аэрозоль, концентрация, дисперсный состав.

1. Введение. Для расчета пылегазовых потоков вблизи всасывающих отверстий традиционно используются методы расчета потенциальных течений, методы теории функций комплексного переменного, вихревой или магнитной аналогии и граничных интегральных уравнений (ГИУ). Развитие последнего метода для многосвязных двумерных и трехмерных областей с разрезами, содержащими вращающиеся цилиндры, и с изменяющимися во времени граничными условиями, позволило решить ряд новых задач пыле- и аэродинамики вентиляции [1]. Основным недостатком метода ГИУ является отсутствие возможности расчета вихревых нестационарных течений, которые возникают в вентиляционных струях за счет схода вихревой пелены с острых кромок и гладкой поверхности. На основе метода дискретных вихрей (МДВ), лишенного этого недостатка, выполнен расчет отрывных нестационарных течений на входе в щелевые и круглые отсосы-раструбы [2, 3] и вблизи отсоса, расположенного над прямым двухгранным углом [4]. На последней задаче был отработан алгоритм расчета течения, в котором отрыв потока наблюдается с гладкой поверхности в точке изменения тангенциальной составляющей скорости. Эта точка меняет свое положение с течением времени до тех пор, пока область насыщается свободными вихрями, затем ее положение стабилизируется. Полученные данные имеют удовлетворительное согласие с экспериментом [5].

Для расчета динамики твердой примеси в вентиляционных струях в безграничном и замкнутом пространстве используют стохастические и детерминированные методы. Необходимы значительные вычислительные затраты для описания дисперсной фазы на основе кинетического уравнения для одночастичной функции распределения [6]. Детерминированный поход на основе метода дискретных вихрей использован для расчета распространения дисперсной примеси в турбулентных струях и следе летательного аппарата [7]. В [8] на основе метода траекторий и определения максимального диаметра пылевых частиц предложен метод прогнозирования дисперсного состава пылевых частиц в аспирируемом воздухе при перегрузках сыпучих материалов. Предполагалось, что дисперсный состав пыли подчинен нормально-логарифмическому распределению и что по величине максимального диаметра пылевой частицы его можно определить. По нашему мнению, этот подход справедлив для узкого класса задач аспирации укрытий при перегрузках сыпучих материалов. Полуэмпирический метод прогнозирования дисперсного состава и концентрации аспирируемых пылевых частиц на основе расчета граничных траекторий пылевых частиц разных диаметров [9] имеет большие возможности, но требует данные эксперимента для исследуемого типа укрытия. Кроме того, граничные траектории во вращающихся и вихревых течениях определить достаточно сложно. Заметим, что определение дисперсного состава и концентрации пылевых частиц в аспирируемом воздухе является достаточно сложной и неоднозначной задачей и в экспериментальной аэродинамике. Результаты экспериментов имеют достаточно большой разброс и иногда противоречат друг другу в связи с нестационарностью технологических процессов.

 $^{^1}$ Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, Институт экономики и менеджмента, ул. Костюкова, 46, 308012, г. Белгород; e-mail: kilogachev@intbel.ru, apuzanok@sw.ru, kilogachev@intbel.ru

[©] Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова

Целью настоящей работы является обсуждение математической модели, алгоритма ее численной реализации и программы расчета вихревых нестационарных газовых потоков в пульсирующих аэродинамических полях с изменяющимися во времени граничными условиями, динамики пылевых аэрозолей в них, а также прогнозирования концентрации и дисперсного состава пыли в системах аспирации.

 ${f 2.}$ Построение алгоритмов аэродинамического расчета. Рассмотрим двумерную многосвязную область течения идеальной несжимаемой жидкости, содержащую L вращающихся цилиндров, из которых может отсасываться газ. По границе области задана изменяющаяся во времени нормальная составляющая скорости. Необходимо определить поле скоростей внутри области в произвольный момент времени.

Рассмотрим начальный момент времени t=0. Границу S_0 (рис. 1) дискретизируем набором контрольных точек, между которыми по центру расположим вихри. Границы цилиндров S_1, S_2, \ldots, S_L разбиваются набором прямолинейных отрезков, по которым непрерывным образом расположены источники (стоки). По каждому из отрезков интенсивность источников (стоков) считается постоянной. Цилиндры с радиусами R_l вращаются со скоростями v_l соответственно, где $l=1,2,\ldots,L$. Для того чтобы учесть влияние на произвольную внутреннюю точку x газового потока, индуцированного вращением этих цилиндров, расположим в их центрах вихри с циркуляциями $\Gamma_0^l=2\pi R_l v_l$.

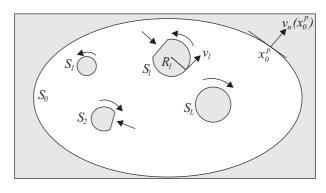


Рис. 1. Область течения с вращающимися цилиндрами, из которых может отсасываться газ

Интегрируя действия всех источников (стоков), суммируя влияния присоединенных вихрей (располо-

женных на границе S_0) и вихрей, расположенных в центрах цилиндров, получим следующее выражение для определения скорости течения $v_n(x)$ в произвольной внутренней точке области $x(x_1,x_2)$ вдоль заданного единичного вектора $n = \{n_1, n_2\}$:

$$v_n(x) = \sum_{i=1}^{N} F(x, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^{M} G(x, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^{L} G(x, \xi^l) \Gamma(\xi^l),$$
 (1)

где

$$F(x,\xi^{i}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta S_{i}} \frac{(x_{1} - \xi_{1})n_{1} + (x_{2} - \xi_{2})n_{2}}{(x_{1} - \xi_{1})^{2} + (x_{2} - \xi_{2})^{2}} dS(\xi);$$
(2)

 $\xi^i(\xi_1,\xi_2)$ — произвольная точка отрезка ΔS_i , по которому непрерывным образом расположены источники (стоки);

$$G(x,\xi) = \frac{n_2(x_1 - \xi_1) - n_1(x_2 - \xi_2)}{2\pi \left[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 \right]};$$
(3)

 ξ — точка расположения k-го присоединенного вихря (ξ^k) либо центров цилиндров (ξ^l) . Устремляя x к граничной точке x_0^p вдоль направления внешней нормали, получим дискретный аналог граничного интегрального уравнения для определения неизвестных интенсивностей источников (стоков) $q(\xi^i)$ и циркуляций $\Gamma(\xi^k)$:

$$v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l),$$

где x_0^p — середина p-го отрезка границ S_1, S_2, \ldots, S_n цилиндров либо p-я контрольная точка границы S_0 . При $x_0^p = \xi^i$ имеем $F(x_0^p, \xi^i) = -1/2$. Если $x_0^p = \xi^k$, то элемент матрицы $G(x_0^p, \xi^k) = 0$ (сам на себя вихрь влияния не оказывает).

Обозначим $F(x_0^p, \not \xi^i) = F^{pi}, \ v_n(x_0^p) = v^p, \ q(\xi^k) = q^k, \ G(x_0^p, \xi^k) = G^{pk}$ и $\Gamma(\xi^k) = \Gamma^k$. Добавляя условие неизменности циркуляции, вводя регуляризирующую переменную Λ Лифанова [10] и изменяя p от 1 до N+M, получим N+M+1 линейных алгебраических уравнений с N+M+1 неизвестными $q^1, q^2, \ldots, q^N, \Gamma^1, \Gamma^2, \ldots, \Gamma^M, \Lambda$:

$$\sum_{i=1}^{N} F^{pi} q^{i} + \sum_{k=1}^{M} G^{pk} \Gamma^{k} + \Lambda = v^{p} - \sum_{l=1}^{L} G^{pl} \Gamma_{0}^{l}; \quad \sum_{k=1}^{M} \Gamma^{k} = 0.$$
 (4)

Решив систему (4), определим в начальный момент времени t=0 распределение интенсивностей источников (стоков) q^i и циркуляций присоединенных вихрей Γ^k .

В следующий момент времени с острых кромок и гладкой поверхности происходит отрыв свободных вихрей. Циркуляции свободных вихрей, сошедших с острых кромок, равны циркуляциям присоединенных вихрей, находящихся на этих кромках в предыдущий момент времени. Отрыв вихревого слоя с гладкой поверхности осуществляется между расчетными точками с разными знаками тангенциальной составляющей скорости. Строго говоря, отрыв должен происходить по касательной к поверхности. Однако в силу дискретности модели это осуществить не удается, поскольку оторвавшийся вихрь может вылететь за границу области течения. Поэтому первый свободный вихрь помещается над точкой отрыва $T_{\rm o}$ с циркуляцией, равной циркуляции присоединенного вихря в этой точке, на расстоянии, равном шагу дискретности h/2 (h — расстояние между любыми двумя соседними расчетными точками или двумя соседними присоединенными вихрями). Затем вихрь движется по траектории жидкой частицы. С течением времени точка $T_{\rm o}$ будет менять свое положение и, соответственно, в каждый момент времени ее расположение необходимо определять заново.

В момент времени $t=\tau \Delta t$ система для определения циркуляций присоединенных вихрей и источников (стоков) примет следующий вид:

$$\sum_{i=1}^{N} F^{pi} q^{i} + \sum_{k=1}^{M} G^{pk} \Gamma^{k} + \Lambda = v^{p} - \sum_{l=1}^{L} G^{pl} \Gamma_{0}^{l} - \sum_{b=1}^{B} \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \quad \sum_{k=1}^{M} \Gamma^{k} + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^{B} \Gamma^{ab} = 0.$$
 (5)

Здесь Γ^{ab} — циркуляция свободного вихря, сошедшего в момент времени a с b-й точки отрыва вихревой пелены; функция G^{pab} вычисляется по формуле (3), где в качестве (x_1,x_2) используются координаты точки x_0^p в текущий момент времени; (ξ_1,ξ_2) — точка, в которой находится свободный вихрь циркуляции Γ^{ab} ; B — количество точек отрыва вихревой пелены.

В следующий момент времени происходит сход новых свободных вихрей со всех B точек отрыва. Определяется новое положение (x_1', x_2') всех свободных вихрей, находящихся в потоке:

$$x_1' = x_1 + v_x \Delta t, \quad x_2' = x_2 + v_y \Delta t.$$
 (6)

Составляющие скорости, а также скорость в любой интересующей нас точке вдоль направления $n = \{n_1, n_2\}$ определяются из выражения:

$$v_n(x) = \sum_{i=1}^{N} F^i q^i + \sum_{k=1}^{M} G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^{B} \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^{L} G^l \Gamma_0^l,$$
 (7)

где в формулах для определения функций F и G вместо (x_1, x_2) подставляются координаты этой точки.

Заметим, что поскольку цилиндры-отсосы вращаются, то граничные условия изменяются с течением времени. Поэтому, даже в случае отсутствия схода свободных вихрей, интенсивности источников (стоков) и циркуляции присоединенных вихрей изменяются на каждом расчетном шаге. Наблюдается пульсирующее аэродинамическое поле.

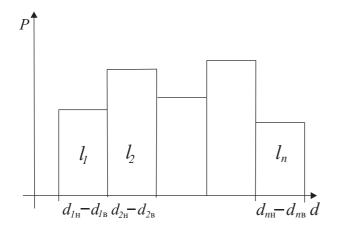
3. Построение алгоритмов для расчета концентрации и дисперсного состава пылевых аэрозолей в системах аспирации. Пусть известны концентрация C [кг/м³] пыли в газе, поступающем из приточного отверстия шириной a и глубиной 1 м, дисперсный состав, заданный нижней и верхней границами фракций (табл. 1), скорость газа в приточном отверстии $v_{\rm p}$.

Таблица 1 Дисперсный состав, заданный нижней и верхней границами фракций

Границы фракций	$d_{1n} - d_{1v}$	$d_{2n} - d_{2v}$	 $d_{in} - d_{iv}$	 $d_{nn} - d_{nv}$
Доли $\left(\sum_{i=1}^{n} l_i = 1\right)$	l_1	l_2	 l_i	 l_n

Необходимо найти дисперсный состав и концентрацию пыли в газовом потоке, удаляемом вытяжным отверстием.

На основе дисперсного состава составляется функция P распределения диаметров пылевых частиц. Эта функция имеет ступенчатый вид (рис. 2). Площадь каждого прямоугольника равна доле соответствующей фракции.



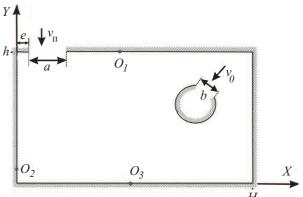


Рис. 2. Функция распределения диаметров пылевых частии

Рис. 3. Область течения с вращающимся цилиндром-отсосом

Приточное отверстие разбиваем на k одинаковых частей и в каждый момент времени генерируем k случайных чисел (диаметров), распределенных по закону, заданному функцией P. Таким образом, в каждый модельный момент времени в укрытие поступает k пылевых частиц. Необходимо найти такой шаг по времени Δt , чтобы концентрация пылевых частиц, поступающих в укрытие, равнялась заданной концентрации C.

Масса пыли, поступившей в рассматриваемую область за время Δt , равна $C_{\Delta t} = k m_{sr} = C v_{\rm p} a \Delta t$, где средняя масса пылевой частицы в соответствии с функцией распределения P представляется в виде

$$m_{cp} = \sum_{i=1}^{n} \int_{d_{iv}}^{d_{iv}} \frac{\pi x^{3} l_{i}}{6(d_{iv} - d_{in})} \rho \, dx = \frac{\pi \rho}{24} \sum_{i=1}^{n} l_{i} (d_{iv} + d_{in}) (d_{iv}^{2} + d_{in}^{2}). \tag{8}$$

Шаг по времени определяется из следующего выражения:

$$\Delta t = \frac{\pi k \rho}{24 C v_{\rm p} a} \sum_{i=1}^{n} (d_{ik} + d_{iv}) (d_{ik}^2 + d_{iv}^2). \tag{9}$$

Для вычисления концентрации пыли в вытяжном отверстии выбирается число n, служащее для спецификации момента времени поступления в область набора из k пылевых частиц. Осуществляется моделирование движения nk частиц до тех пор, пока они все не осядут либо не будут пойманы отсосом. В процессе моделирования рассчитывается $m_{\rm o}$ — суммарная масса частиц, попавших в отсос. Выходная концентрация $C_{\rm o}=\frac{m_{\rm o}}{V}$, где $V=v_{\rm p}a\,\Delta t\,n$.

В процессе моделирования запоминаются диаметры пылевых частиц, попавших в отсос, и определяется процентный состав пылевых фракций в отсасываемом воздухе.

Реальная получающаяся концентрация пыли в приточном воздухе отличается от заданной вследствие дискретности модели. Для определения реальной входной концентрации C_r вычисляется m_r (суммарная масса nk частиц, поступивших в укрытие из приточного отверстия) и соответственно $C_r = \frac{m_r}{V}$. При увеличении количества частиц nk концентрация C_r приближается к C с любой заданной точностью.

Моделирование движения пылевых частиц осуществляется путем интегрирования методом Рунге– Кутта четвертого порядка уравнения движения, имеющего вид

$$\rho_1 \frac{\pi d_{\rm e}^3}{6} \frac{d \mathbf{v}_1}{dt} = -\psi \frac{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}|(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v})}{2} \rho \chi S_{\rm m} + \rho_1 \frac{\pi d_{\rm e}^3}{6} \mathbf{g},$$

где ρ_1 , ρ — плотности пылевой частицы и среды соответственно; вектор v_1 — скорость частицы; v — скорость воздуха; $d_{\rm e}$ — эквивалентный диаметр; $S_{\rm m}=\frac{\pi d_{\rm e}^2}{4}$ — площадь миделевого сечения; χ — коэффициент динамической формы частицы; g — ускорение свободного падения; ψ — коэффициент сопротивления сре-

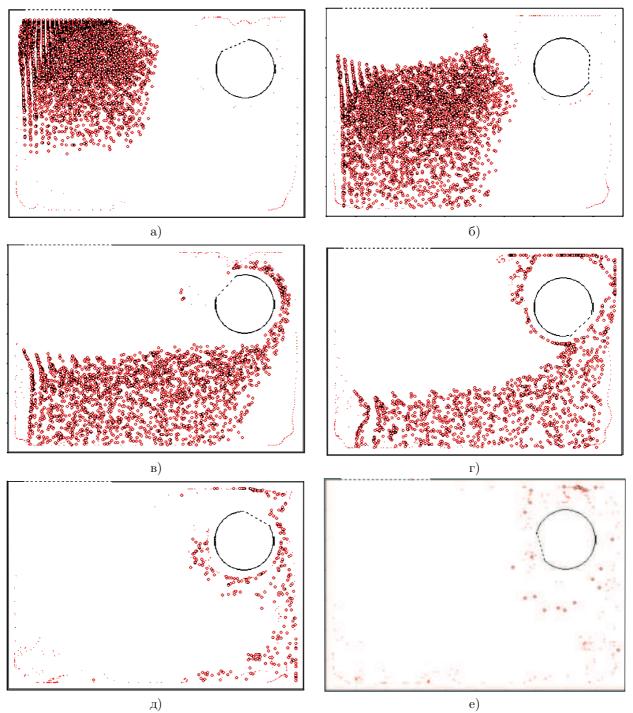


Рис. 4. Поведение пылевого облака с течением времени при скорости вращения цилиндра $2~{\rm m/c}$ в случае координат (0.8; 0.5) центра цилиндра-отсоса (точки — свободные вихри, кружочки — пылевые частицы)

ды:

$$\psi = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}} & \text{при} \quad \text{Re} < 1 & (\text{формула Стокса}), \\ \frac{24(1+1/6 \text{ Re}^{2/3})}{\text{Re}} & \text{при} \quad 1 \leqslant \text{Re} < 10^3 & (\text{формула Клячко}), \\ \frac{24}{\text{Re} \left(1+0.065 \, \text{Re}^{2/3}\right)^{1.5}} & \text{при} \quad \text{Re} \geqslant 10^3 & (\text{формула Адамова}). \end{cases}$$

Здесь Re = $\frac{\rho |v_1 - v| d_{\rm e}}{\mu}$, где μ — коэффициент динамической вязкости среды.

При столкновении частицы с твердой стенкой тангенциальная $v_{2\tau}$ и нормальная v_{2n} скорости вычисляются по формулам [11]

$$v_{2n} = -kv_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0r} + \eta f(1+k)v_{0n},$$

где $\eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0r}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\}$, k — коэффициент восстановления при ударе и f — коэффициент трения скольжения.

4. Пример расчета. Пусть аспирационное укрытие содержит вращающийся цилиндрический отсос (рис. 3).

Входные данные для расчета: скорость в отсосе $v_0=3~\text{м/c}$; скорость в приточном отверстии $v_p=1~\text{м/c}$; высота укрытия h=0.7~м; ширина укрытия H=1~м; глубина укрытия равна 1~м; расстояние между приточным отверстием и левой стенкой e=0.05~m; радиус цилиндра R=0.1~m; ширина приточного отверстия a=0.3~m; ширина отсоса b=0.1~m; плотность пылевых частиц $\rho_1=3500~\text{kr/m}^3$; коэффициент динамической вязкости воздуха $\mu=0.0000178~\text{Па·сек}$; коэффициент динамической формы пылевых частиц $\chi=1$; коэффициент восстановления пылевой частицы при ударе k=0.5; коэффициент трения скольжения пылевой частицы f=0.5. Количество пылевых частиц в каждый из 200 моментов времени их поступления в укрытие равно 20. Доли частиц по фракциям представлены в табл. 2. Заданная концентрация пылевых частиц в приточном воздухе: $30\times10^{-6}~\text{kr/m}^3$.

При моделировании учитывались три точки отрыва вихревой пелены O_1, O_2, O_3 (рис. 3); расстояние между присоединенными вихрями h=0.05; шаг по времени для аэродинамического расчета $\Delta t=h$; вращение цилиндра-отсоса осуществлялось против часовой стрелки.

Таблица 2 Дисперсный состав пыли в приточном воздухе

Границы фракций, мкм	10 - 30	30 - 50	50 - 70	70 - 90	90 - 110
Доли	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Таблица 3 Дисперсный состав и концентрация пылевой аэрозоли, удаляемой из аспирационного укрытия (реальная входная концентрация во всех случаях $29.821 \cdot 10^{-6} \ {\rm kr/m^3})$

Координаты	Скорость	Фракции, мкм					Выходная
центра	вращения,			, ,			концентрация,
цилиндра, м	v, m/c	10 - 30	30 - 50	50 - 70	70 - 90	90 - 110	кг $/$ м $^3 \cdot 10^6$
(0.8; 0.5)	0	0.567	0.398	0.037	0	0	0.6849
(0.8; 0.5)	1	0.580	0.388	0.032	0	0	0.5795
(0.8; 0.5)	2	0.586	0.379	0.035	0	0	0.5045
(0.8; 0.5)	4	0.742	0.255	0.003	0	0	0.1770
(0.8; 0.5)	8	0.972	0.028	0	0	0	0.0163
(0.8; 0.5)	16	0.987	0	0.013	0	0	0.0057
(0.625; 0.5)	1	0.575	0.361	0.064	0	0	0.7161
(0.625; 0.5)	2	0.542	0.424	0.034	0	0	0.4485
(0.625; 0.5)	4	0.994	0.006	0	0	0	0.0600
(0.625; 0.5)	8	1	0	0.064	0	0	0.0008
(0.45; 0.5)	4	0.875	0.125	0	0	0	0.1182
(0.45; 0.425)	4	0.974	0.026	0	0	0	0.0563
(0.45; 0.35)	4	0.967	0.033	0	0	0	0.0558
(0.45; 0.275)	4	0.935	0.065	0	0	0	0.0628
(0.45; 0.2)	4	0.913	0.087	0	0	0	0.0690

Пылевые частицы вначале перемещаются общим потоком (рис. 4) вниз, затем начинают смещаться в сторону цилиндра-отсоса; более крупные частицы оседают, а более легкие вращаются вокруг цилиндра и постепенно им улавливаются. Заметим, что при скоростях вращения $4-8~\mathrm{m/c}$ вращение пылевых частиц наблюдается длительное время при неизменной ситуации (и не улавливаются, и не осаждаются). В этом

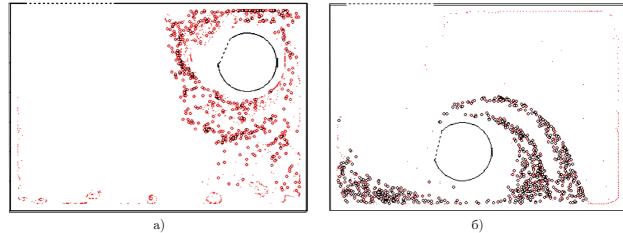


Рис. 5. Кружение пылевых частиц (а) при скорости вращения цилиндра-отсоса v=8 м/с и центра его координат C(0.8;0.5) и разделение их по фракциям (б) при v=4 м/с и C(0.45;0.2)

случае расчет прекращался и считалось, что такие пылевые частицы коагулируют и в конце концов осаждаются на дно укрытия (рис. $5\,a$). При определенных параметрах наблюдается разделение пылевых частиц по фракциям (рис. $5\,6$).

Как видно из табл. 3, при увеличении скорости вращения цилиндра концентрация пылевых частиц в аспирируемом воздухе уменьшается, дисперсный состав смещается в сторону более мелких частиц. Наименьший унос пыли в аспирационную сеть при неизменной скорости вращения наблюдается в положении цилиндра (0.45; 0.35). Полученный результат может быть использован при проектировании аспирационных укрытий сниженной энергоемкости.

5. Заключение. На основе комбинации методов дискретных вихрей, граничных интегральных уравнений и численного интегрирования уравнений движения совокупности пылевых частиц разных фракций разработана математическая модель, алгоритм ее численной реализации и программа расчета нестационарных вихревых пылегазовых потоков, позволяющая исследовать поведение промышленных аэрозолей в технологических и аспирационных системах и прогнозировать концентрацию и дисперсный состав аэрозолей во всасывающих отверстиях. Использование на практике аспирационных укрытий, снабженных цилиндром-отсосом, позволит снизить нежелательный вынос в аспирационную сеть пылевых частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Логачев И.Н., Логачев К.И. Аэродинамические основы аспирации. СПб.: Химиздат, 2005.
- 2. *Логачев К.И.*, *Посохин В.Н.* Расчет течения вблизи круглого всасывающего патрубка // Известия вузов. Авиационная техника. 2004. № 1. 29–32.
- 3. *Логачев К.И.*, *Пузанок А.И.*, *Посохин В.Н.* Расчет течений на входе в отсосы-раструбы методом дискретных вихрей // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2004. № 78. 61–69.
- 4. Логачев К.И., Пузанок А.И., Посохин В.Н. Расчет вихревого течения у щелевидного бокового отсоса // Известия вузов. Строительство. 2004. № 6. 44–49.
- 5. Посохин В.Н., Катков М.В. Экспериментальное изучение вихревых зон в потоках вблизи всасывающих отверстий // Известия вузов. Авиационная техника. 2001. № 1. 61–63.
- 6. Sirignano W.A. Fluid dynamics and transport of droplets and sprays. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999.
- 7. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. М.: Физматлит, 1995.
- 8. *Минко В.А.* Обеспыливание технологических процессов производства строительных материалов. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1981.
- 9. Логачев И.Н., Логачев К.И. О прогнозировании дисперсного состава и концентрации грубодисперсных аэрозолей в местных отсосах систем аспирации // Известия вузов. Строительство. 2002. № 9. 85–90.
- 10. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М.: Янус, 1995.
- 11. Воробьев Н.Д., Богданов В.С., Ельцов М.Ю. Моделирование взаимодействия мелющего тела с футеровкой трубной мельницы // Физико-математические методы в строительном материаловедении. М.: МИСИ; Белгород: БТИСМ. 1986. 168–173.

Поступила в редакцию 21.06.2006