

УДК 621.372

ВЕЙВЛЕТНЫЕ КРОССКОРРЕЛЯЦИИ ДВУМЕРНЫХ ПОЛЕЙ

И. А. Мизёва¹, Р. А. Степанов¹, П. Г. Фрик¹

Рассмотрены методы оценки кросскорреляций двумерных изображений, содержащих структуры различных масштабов. Показано, что использование вейвлет-разложений позволяет оценить степень корреляции для каждого масштаба в отдельности, а применение анизотропных вейвлетов позволяет также учесть связь в ориентации структур различного масштаба. На простых численных примерах проиллюстрированы особенности различных способов расчета кросскорреляции и пределы применимости этих методов.

Ключевые слова: визуализация, вейвлеты, вейвлет-разложения, кросскорреляция, численные методы, кросскорреляционная функция, математическое моделирование.

1. Введение. При изучении многих физических явлений возникает вопрос о степени корреляции тех или иных полей. В случае действительных двумерных полей (изображений) $f(\mathbf{x})$ и $g(\mathbf{x})$ вводится кросскорреляционная функция

$$R(\mathbf{l}) = \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{1}{S} \int_D (f(\mathbf{x}) - \bar{f})(g(\mathbf{x} + \mathbf{l}) - \bar{g}) d\mathbf{x}, \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = (x, y)$, D — область интегрирования, имеющая площадь S , а черта над переменной обозначает ее среднее значение.

На вычислении кросскорреляционной функции (1) двух последовательных изображений поля частиц примеси в движущейся среде основаны, например, различные алгоритмы восстановления поля скорости (методы PIV — Particle Image Velocimetry [1]). Взвешенные в потоке частицы фотографируют с задержкой по времени δt . Полученные изображения разбивают на области, в каждой из которых определяется смещение \mathbf{l} , обеспечивающее максимум функции (1). Значения вектора скорости в плоскости изображения получают для каждой области делением смещения \mathbf{l} на интервал времени δt .

В задачах сравнения (идентификации) двух изображений интерес представляет максимальное значение функции R , а не смещение \mathbf{l} , на котором этот максимум наблюдается. Во многих случаях изображения совмещаются по каким-либо признакам до вычисления корреляции, и тогда максимум функции достигается вблизи точки $\mathbf{l} = 0$. Поэтому можно говорить лишь о корреляционной длине l_c , при которой корреляция существенно снижается. При сравнении дискретных цифровых полей используют поточечный (или попиксельный) коэффициент корреляции

$$r = \frac{\sum (f_{ij} - \bar{f})(g_{ij} - \bar{g})}{\left(\sum (f_{ij} - \bar{f})^2 \sum (g_{ij} - \bar{g})^2 \right)^{1/2}}. \quad (2)$$

Точность оценки коэффициента корреляции определяется при этом количеством независимых точек n , использованных при вычислении, и уровнем корреляции [2]:

$$\Delta r = \frac{\sqrt{1 - r^2}}{\sqrt{n - 2}}. \quad (3)$$

Определенный таким образом коэффициент корреляции (2) является интегральной характеристикой, содержащей в себе информацию о степени скоррелированности всех масштабов, присутствующих в рассматриваемых полях. Можно привести много примеров, когда рассматриваемые поля включают структуры различных масштабов и одни масштабы могут определяться общими механизмами и быть строго скоррелированными, в то время как структуры других масштабов могут быть совершенно независимы.

¹ Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Королева, д. 1, 614013, г. Пермь; e-mail: mizeva@icmm.ru, rodion@icmm.ru, frick@icmm.ru

Для *помасштабного* анализа степени корреляции пространственных полей в работе [3], посвященной анализу мелкомасштабной структуры изображений внешних галактик в различных диапазонах радио- и оптического излучения, был предложен метод вейвлетных кросскорреляций. Вейвлет-представление функций позволяет сохранить информацию как о спектральном составе исходного поля, так и о локализации структур в физическом пространстве. Вычисляя последовательно кросскорреляционные коэффициенты для вейвлет-разложений заданного масштаба, можно получить помасштабную характеристику степени коррелированности рассматриваемых полей.

В работе [3] анализ двумерных полей проводился с помощью *изотропных* вейвлетов. В данной работе предлагается обобщение этого метода на случай полей, обладающих анизотропной структурой. Использование *анизотропных* вейвлетов приводит к появлению дополнительного параметра, характеризующего ориентацию структур, и к соответствующему усложнению как вычисляемых вейвлет-разложений, так и получаемых на их основе корреляционных характеристик.

Структура статьи следующая. Во втором разделе кратко изложены принципы вейвлет-преобразования на основе изотропных и анизотропных функций. В третьем разделе описан метод изотропных вейвлет-кросскорреляций, в четвертом вводятся анизотропные вейвлет-корреляции. На тестовых примерах проиллюстрированы возможности различных вейвлетных кросскорреляций.

2. Вейвлет-анализ двумерных полей. Вейвлет-образ двумерной функции $f(\mathbf{x})$, для которой существует преобразование Фурье $\hat{f}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{x}$, определим как

$$W_f(a, \mathbf{x}) = \frac{1}{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}') \psi^* \left(\frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}}{a} \right) d\mathbf{x}', \tag{4}$$

где $\psi(\mathbf{x})$ — вещественная или комплексная функция, называемая анализирующим вейвлетом, a — параметр, имеющий размерность длины и характеризующий масштаб, а знак * соответствует комплексному сопряжению. Вейвлет представляет собой осциллирующую функцию с нулевым средним значением и локализованную как в физическом пространстве, так и в пространстве Фурье. Преобразование (4) единственно и обратимо, т.е. функция $f(\mathbf{x})$ может быть восстановлена по имеющемуся вейвлет-образу в виде

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} W(a, \mathbf{x}') \psi \left(\frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}}{a} \right) \frac{da}{a^3} d\mathbf{x}',$$

если существует конечная величина $C_\psi = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\mathbf{k})|^2}{|\mathbf{k}|^2} d\mathbf{k}$.

Подробное изложение вейвлет-анализа одномерных сигналов можно найти, например, в книгах [5, 6], основы вейвлет-анализа одномерных и двумерных функций приведены в книге [7].

Определение (4) справедливо для *изотропных* (осесимметричных) вейвлетов $\psi = \psi(\rho)$, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Выбор анализирующего вейвлета $\psi(\rho)$ зависит от целей анализа. Для определения области локализации структур в пространстве требуются функции с хорошим пространственным разрешением, а при построении спектральных характеристик предпочтительными становятся функции с выраженной локализацией в пространстве Фурье. В рассматриваемых ниже примерах будут использованы два вида действительных функций. Это двумерный вариант мексиканской шляпы (Mexican Hat) $\psi(\rho) = (2 - \rho^2)e^{-\rho^2/2}$ и функция, определяемая (см. [4]) в пространстве Фурье в виде

$$\hat{\psi}(\mathbf{k}) = \begin{cases} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \log_2 \frac{k}{2\pi} \right), & \pi < |\mathbf{k}| < 4\pi, \\ 0, & |\mathbf{k}| < \pi, \quad |\mathbf{k}| > 4\pi. \end{cases}$$

Эта функция является приемлемым компромиссом и обеспечивает относительно хорошее разрешение как в физическом пространстве, так и в пространстве Фурье. Обозначим ее через РН (Pet Hat).

В вейвлет-представлении распределение энергии пульсаций по масштабам характеризуется интегральным вейвлет-спектром,

$$M(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_f(a, \mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}, \tag{5}$$

который связан со спектром Фурье формулой $M(a) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(\mathbf{k})|^2 |\hat{\psi}(a\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k}$. Последнее соотношение показывает, что вейвлет-спектр есть по сути сглаженная версия спектра Фурье.

В задачах, связанных с выделением ориентированных структур различного масштаба, может быть полезным анизотропное вейвлет-преобразование. Использование *анизотропных* функций приводит к появлению дополнительного параметра θ , отвечающего за ориентацию вейвлета. При этом вейвлет-преобразование двумерной функции приводит к четырехмерному набору вейвлет-коэффициентов (две координаты, масштаб и угол):

$$W_f(a, \theta, \mathbf{x}) = \frac{1}{a^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}') \psi^* \left(\frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}}{a}, \theta \right) d\mathbf{x}'. \quad (6)$$

Интегральный вейвлет-спектр (5) становится в этом случае функцией двух переменных, масштаба и угла:

$$M(a, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_f(a, \theta, \mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}.$$

Появление дополнительного параметра значительно расширяет и набор функций, которые могут использоваться в качестве анализирующего вейвлета. Оставляя в стороне вопрос о выборе оптимальной функции для анизотропного вейвлет-разложения, отметим лишь, что в этом случае появляется дополнительный критерий, характеризующий угловое разрешение анизотропного вейвлета, т.е. чувствительность к направлению структур. В данной работе во всех вычислениях в качестве анализирующего вейвлета будет использована комплексная функция, которая представляет собой одномерный вейвлет Морле, вписанный в осесимметричное гауссово окно (иными словами, представляет собой фрагмент плоской волны, выделенный с помощью осесимметричной функции Гаусса):

$$\psi(\mathbf{x}, \theta) = e^{2\pi i(x \cos \theta + y \sin \theta)} e^{-(x^2 + y^2)/(2\kappa^2)}. \quad (7)$$

Масштаб определяется длиной плоской волны (показатель первой экспоненты), а параметр κ во второй экспоненте задает размер окна (число осцилляций). С ростом κ улучшается спектральное разрешение вейвлета, но ухудшается пространственная локализация. Выбор конкретного значения κ зависит от структуры анализируемого поля и целей анализа. Ниже в большинстве вычислений использовалось значение $\kappa = 1$. В случае анализа изображений с четко выделенной периодической структурой имеет смысл использовать $\kappa > 1$ (на практике до $\kappa \approx 5$, поскольку большие значения имеют смысл только на достаточно больших полях).

3. Вейвлетная кросскорреляция — изотропные поля. Вейвлет-представление анализируемых полей позволяет сравнивать структуру полей f и g для каждого масштаба в отдельности. Коэффициент корреляции вейвлет-разложений, полученных с помощью изотропных вейвлетов, можно определить для каждого заданного масштаба a в виде

$$r^I(a) = \frac{1}{[M_f(a)M_g(a)]^{1/2}} \int \int W_f(a, \mathbf{x}) W_g^*(a, \mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (8)$$

Верхний индекс I означает, что используется изотропное разложение. Погрешность вычисления вейвлетной кросскорреляции (ВКК) можно оценить, используя формулу (3) и связав количество независимых точек n с анализируемым масштабом a и размером изображения L соотношением $n = (L/a)^2$.

В качестве примера рассмотрим корреляцию ряда изотропных полей (тест А, рис. 1). Поле А1 есть искусственно сгенерированное случайное статистически изотропное поле, среднеквадратичное значение для которого равно S . Второе поле получается из первого путем наложения на него белого шума с заданным среднеквадратичным значением N . На рис. 1 показаны два примера для различных отношений шум/сигнал. При $N/S = 0$ имеем два идентичных поля. Поточечная кросскорреляция таких полей равна единице. По мере роста отношения шум/сигнал значение коэффициента поточечной кросскорреляции r монотонно убывает (рис. 2 а). Заметное снижение уровня корреляции начинается при $N/S \approx 0.5$, а при $N/S \approx 1$ коэффициент корреляции снижается до $r \approx 0.5$. Таким образом, белый шум достаточно быстро разрушает интегральную корреляцию. Однако понятно, что энергонесущие масштабы не должны потерять признаки корреляции, потерянные в общем шуме.

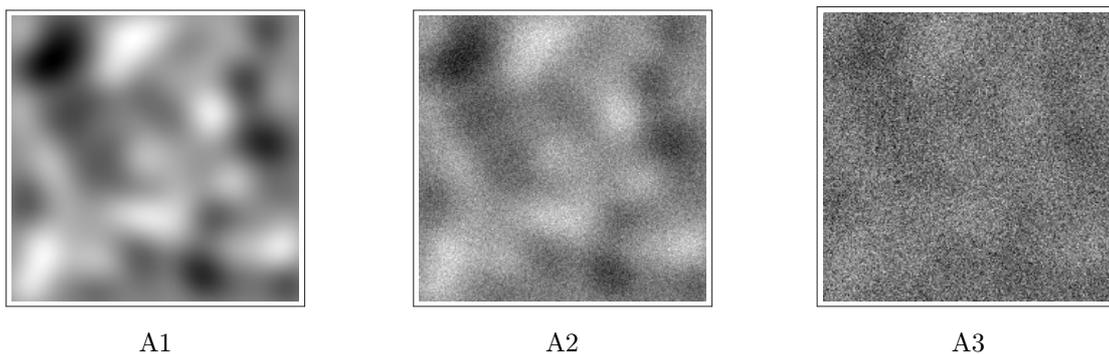


Рис. 1. Тест А: статистически изотропные поля. Исходное случайное поле (A1) и его зашумленные копии. Отношение шум/сигнал: $N/S = 0.5$ (A2) и $N/S = 3$ (A3)

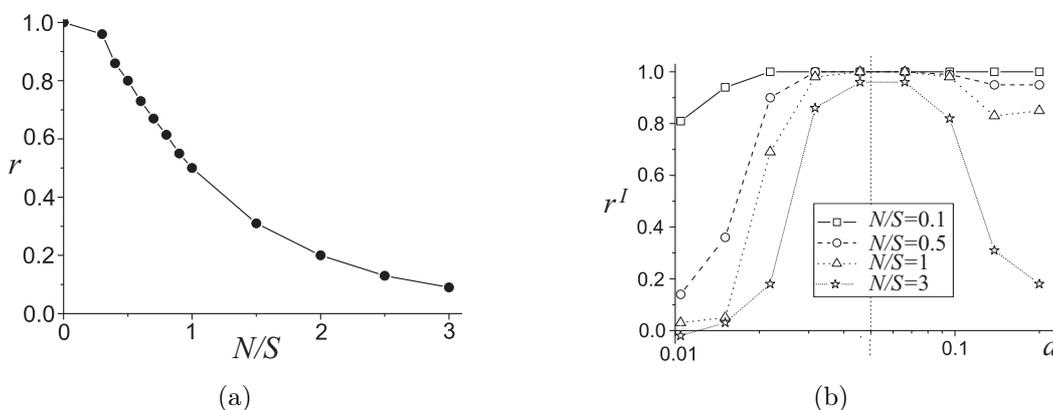


Рис. 2. Тест А : (a) — зависимость поточечной кросскорреляции от отношения шум/сигнал; (b) — ВКК для различного уровня шума

На рис. 2 б представлены ВКК, вычисленные для различных значений уровня шума во втором поле. Для расчета ВКК использовались разложения, полученные при помощи вейвлета РН. Из графика видно, что даже достаточно высокий уровень шума (нижняя кривая соответствует сигналу, в котором нескоррелированный шум поля А2 в три раза превышает уровень сигнала) не разрушает корреляцию на основном (энергонесущем) масштабе, который выделен на рисунке вертикальной линией. Видно, что на остальных масштабах уровень корреляции при этом значительно уменьшается.

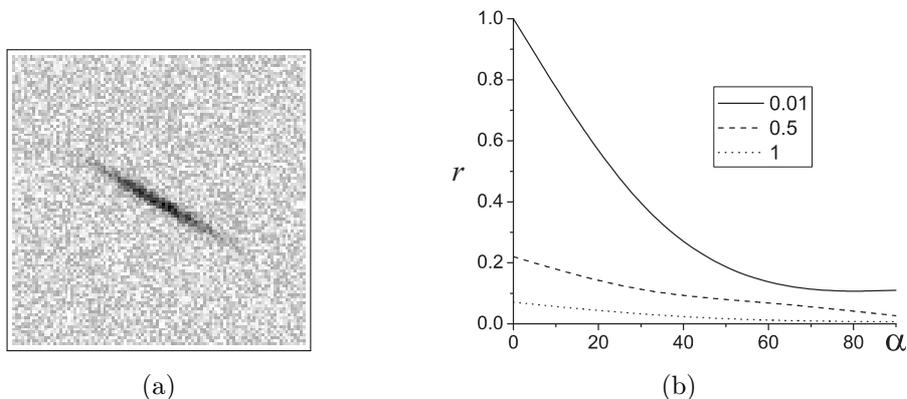


Рис. 3. Тест В: (a) — исходное поле В1; (b) — поточечная корреляция в зависимости от угла α поворота структуры на поле В2 для различного уровня шума (отношение амплитуды шума к амплитуде сигнала — 0.01, 0.5, 1)

4. Корреляция анизотропных сигналов. Использование анизотропного вейвлет-представления становится целесообразным при анализе полей, в которых необходимо идентифицировать анизотропные структуры различного масштаба. В соответствии с формулой (6) результат такого разложения зависит

от четырех параметров. Очевидно, что прямое обобщение формулы (8) на случай анизотропного вейвлет-разложения приводит к двухпараметрической ВКК вида

$$r^A(a, \theta) = \frac{1}{[M_f(a, \theta)M_g(a, \theta)]^{1/2}} \int \int W_f(a, \theta, \mathbf{x})W_g^*(a, \theta, \mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Использование такой ВКК на практике в большинстве случаев малоинформативно и требуется более простая характеристика степени коррелированности полей. Выбор конкретной характеристики зависит от вида изучаемых структур и целей анализа. Мы рассмотрим два типа задач — задачу об определении корреляции направлений ориентации вытянутых структур одного масштаба и задачу об определении сдвига фаз скоррелированных волновых пакетов. В обоих случаях используется анализирующий вейвлет вида (7).

Сначала рассмотрим одиночную вытянутую структуру на фоне белого шума (тест В, рис. 3 а). На втором изображении (поле В2) присутствует такая же структура, локализованная в той же точке, что и в поле В1, но повернутая на некоторый угол α . Поточечная корреляция таких полей быстро убывает даже при низком уровне шума (рис. 3 б).

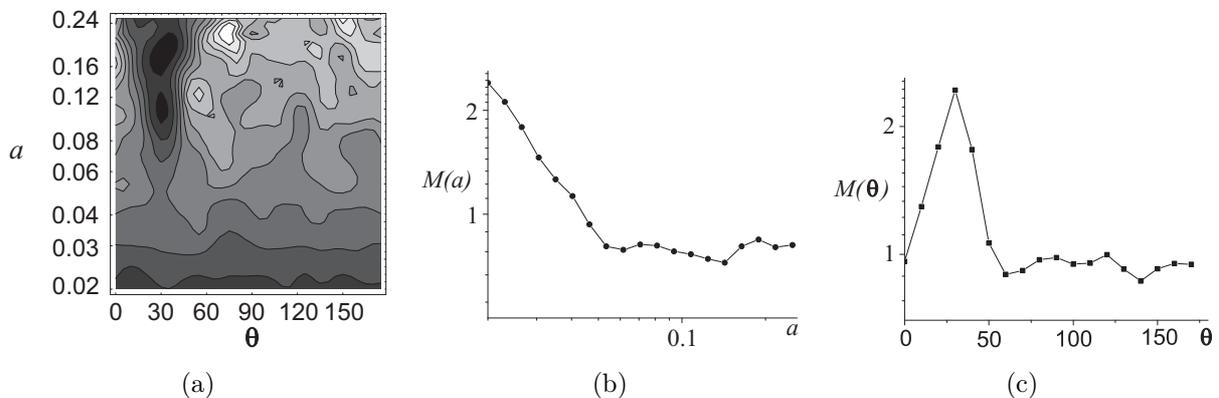


Рис. 4. Тест В. Анизотропные вейвлет-спектры: (а) — $M(a, \theta)$; (б) — $M(a)$; (с) — $M(\theta)$

Для интерпретации ВКК необходимо знать спектральный состав анализируемых полей, так как кросс-корреляция имеет смысл только на энергонесущих масштабах. Интегральный вейвлет-спектр $M(a, \theta)$ поля В1 изображен на рис. 4 а. Суммирование по одной из переменных (масштабу или углу) дает одномерные проекции — обычный энергетический спектр (рис. 4 б) и угловой спектр (рис. 4 с). Энергетический спектр $M(a)$ указывает только на то, что основная энергия сосредоточена в мелких масштабах ($a \approx 0.01$). Угловой спектр показывает, что имеется выделенное направление под углом $\theta = 30^\circ$. Совместный анализ этих двух спектров может привести к ложному выводу о том, что именно мелкомасштабные структуры имеют выраженную анизотропию. Реальную картину дает только двумерный спектр $M(a, \theta)$, на котором виден отчетливый след анизотропной структуры при угле $\theta \approx 30^\circ$ и масштабах $a > 0.05$. Этот спектр указывает и на то, что мелкомасштабные структуры изотропны (равномерная темная полоса в нижней части поля).

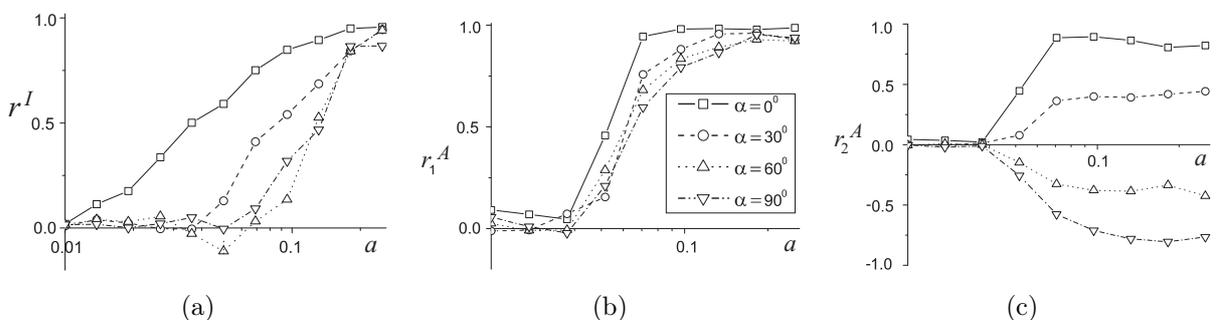


Рис. 5. Тест В. Вейвлетные кросс-корреляции для различных углов α : (а) — изотропная r^I , (б) и (с) — анизотропные r_1^A и r_2^A соответственно

Выше было показано, что изотропная ВКК достаточно устойчива к шуму и позволяет оценить для изотропных полей уровень корреляции на основном (энергонесущем) масштабе. В рассматриваемом слу-

чае изотропная ВКК хорошо идентифицирует коррелированность двух изображений только при $\alpha \approx 0$ (рис. 5 а). В изотропном вейвлет-спектре основной вклад от вытянутой структуры приходится на масштаб, соответствующий ее поперечному размеру (в случае поля В это $a \approx 0.06$). Видно, что представленные изотропные ВКК для всех $\alpha \neq 0$ приближаются к единице только на существенно бóльших масштабах (порядка длины структуры).

Введем одномерные анизотропные ВКК. Рассматривая задачу оценки степени совпадения положения структур вне зависимости от их ориентации, ВКК для дискретно заданных полей можно определить как

$$r_1^A(a) = \frac{\sum (\widetilde{W}_f \widetilde{W}_g)}{\sqrt{\sum |\widetilde{W}_f|^2 \sum |\widetilde{W}_g|^2}}, \tag{9}$$

где $\widetilde{W}(a, \mathbf{x}) = \max_{\theta} \{|W(a, \theta, \mathbf{x})|\}$ — максимальное значение вейвлет-коэффициента для заданного масштаба и положения. Через ϕ обозначим значение угла θ , при котором этот максимум достигается.

Если же интерес представляет именно степень корреляции направлений ориентации структур, то оценить корреляцию двух изображений g и f можно следующим образом:

$$r_2^A(a) = \frac{\sum (\widetilde{W}_f \widetilde{W}_g \cos 2(\phi_f - \phi_g))}{\sqrt{\sum |\widetilde{W}_f|^2 \sum |\widetilde{W}_g|^2}}. \tag{10}$$

В этом случае учитывается не только максимальное значение вейвлет-коэффициента для заданной точки, но и ориентация вейвлета, при которой оно получено. Так как направление ориентации структуры определяется с точностью до π , то абсолютное значение разности углов будет лежать в интервале от 0 до $\pi/2$. Множитель 2 растягивает этот диапазон до π , приводя к тому, что взаимно-перпендикулярной ориентации структур соответствует значение $r_2^A = -1$.

Анизотропные ВКК вида (9) и (10), вычисленные для теста В при различных значениях угла α , показаны на рис. 5 б и 5 с. Обе анизотропные ВКК значительно четче, чем изотропная r^I (рис. 5 а) отделяют масштабы структуры от области малых масштабов, на которых доминирует случайный шум. Видно, что r_2^A для этого простого случая позволяет оценить и угол между направлениями структур на двух изображениях (по значениям r_2^A на больших масштабах). Отметим, что на практике имеет смысл рассматривать совместно обе ВКК, а также вейвлет-спектры, поскольку они несут независимую информацию. Так, в случае наличия в изображениях большого числа структур, повернутых на произвольные углы, r_2^A даст значение, близкое к нулю, в то время как r_1^A даст оценку степени корреляции положений этих структур.

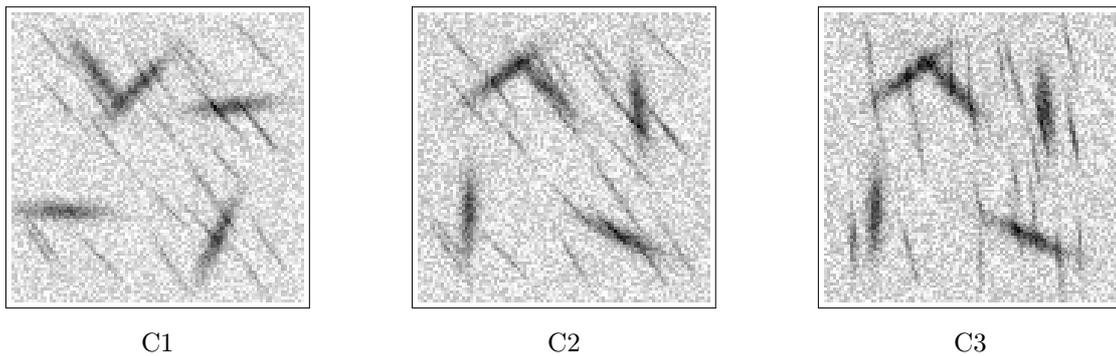


Рис. 6. Тест С: шум и анизотропные структуры двух масштабов (l и s). Поле С1 — структуры l локализованы и ориентированы произвольно, s локализованы также произвольно, но направлены в диапазоне углов от $\pi/4$ до $\pi/3$. Поле С2 — все структуры локализованы в тех же точках, что и на С1, но l повернуты на $\pi/2$, а направление s неизменно. Поле С3 — все структуры локализованы в тех же точках, что и на С2, направление структур l совпадает, а структуры s повернуты на $\pi/6$

Следующий тест С (рис. 6) касается полей, содержащих анизотропные структуры двух масштабов. Причем поле С2 получено из поля С1 путем разворота больших структур (l) на угол $\pi/2$, а поле С3 получено из поля С2 путем поворота структур меньшего масштаба (s) на угол $\pi/6$. Коэффициенты поточечной кросскорреляции равны 0.48 (С1 – С2), 0.47 (С2 – С3), 0.21 (С1 – С3). Вейвлет-спектры поля С1 показаны

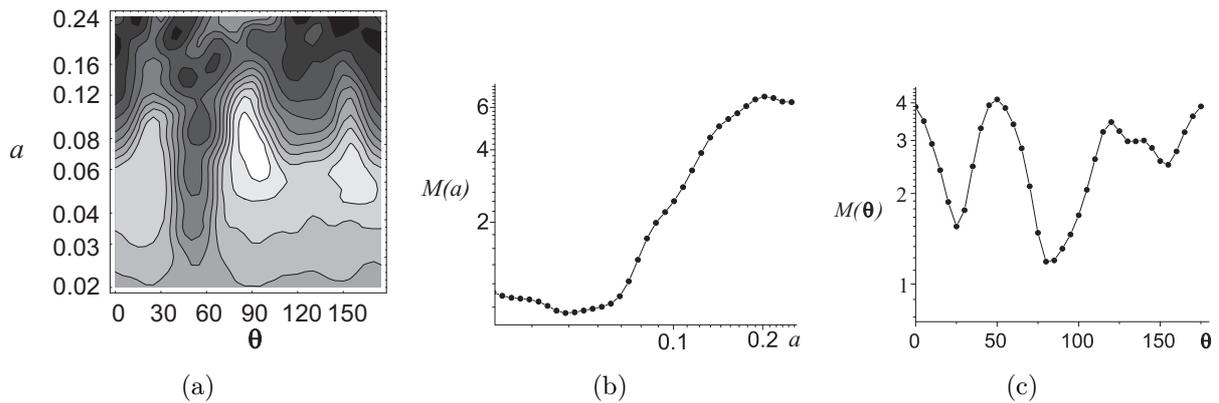


Рис. 7. Тест С. Анизотропные вейвлет-спектры поля C1: (a) — $M(a, \theta)$; (b) — $M(a)$; (c) — $M(\theta)$

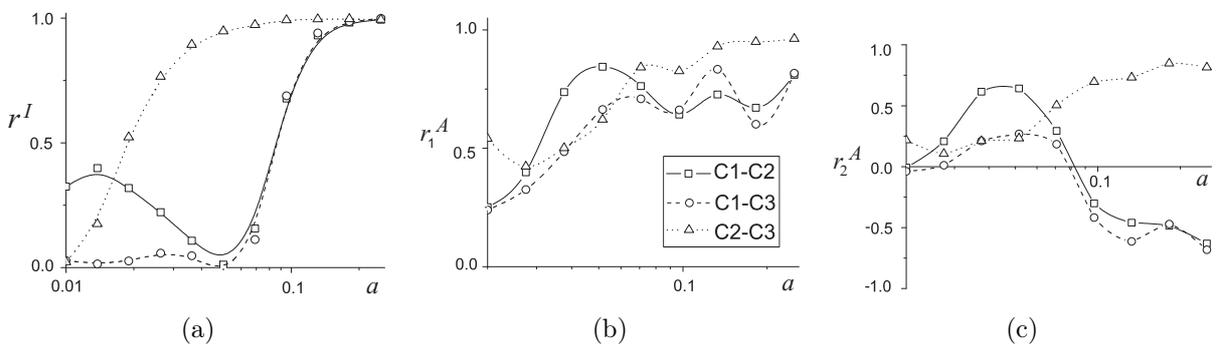
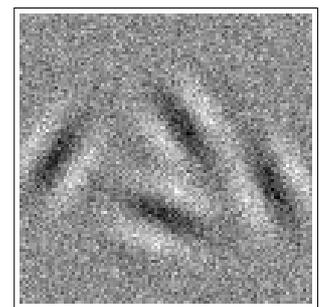


Рис. 8. Тест С. Вейвлетные кросскорреляции: (a) — изотропная r^I , (b) и (c) — анизотропные r_1^A и r_2^A соответственно

на рис. 7. Энергетический спектр указывает на доминирование крупномасштабных структур. Это подтверждает и двумерный спектр. При этом в мелкомасштабной части существует выделенное направление, в то время как крупномасштабные структуры распределены по углу более или менее равномерно.

На рис. 8 для каждой пары полей C1, C2 и C3 показаны изотропная и анизотропные ВКК. Изотропная ВКК хорошо выделяет пару изображений, на которых мелкие структуры сохранили свое положение (C1–C2) — им соответствует выраженный пик на малых масштабах. Наиболее понятный для интерпретации результат дает анизотропная ВКК вида (10). Для пары C1 и C2 (структуры s сонаправлены, а l — перпендикулярны) r_2^A достигает больших значений (0.7) на масштабе структур s и больших по модулю отрицательных значений на масштабе структур l . В случае сонаправленных крупномасштабных структур (C2–C3) r_2^A на масштабе порядка l приближается к 1, а мелкомасштабные структуры, которые в данном случае направлены под углом $\pi/6$, также обнаруживают корреляцию, но меньшую, чем в случае сонаправленных структур.

В качестве примера задач другого типа рассмотрим поле, содержащее области с фрагментами плоских волн с произвольным направлением волнового вектора в каждой области (тест D1). Поле D2 содержит аналогичные фрагменты плоских волн, но сдвинутые по фазе (такого рода пары изображений могут возникать, например, при регистрации поляризованного излучения). Изображения (рис. 9) включают четыре волновых пакета, которые одинаково расположены и ориентированы на обоих полях, но имеют сдвиг фаз $\pi/2$ для каждого пакета. Несмотря на то, что сигналы безусловно скоррелированы между собой, коэффициент поточечной корреляции в пределах погрешности равен 0 (очевидно, что поточечная корреляция для двух плоских волн со сдвигом фаз $\delta\varphi = \pi/2$ равна нулю). Такой же результат даст и изотропная ВКК. В случае простой структуры изображения (однородная плоская волна) задача легко решается путем вычисления обычной кросскорреляционной функции (1), но



D1



D2

Рис. 9. Тест D

в рассматриваемом примере среднее по всему полю значение кросскорреляционной функции (1) также будет равно нулю для любого сдвига l .

Результат расчета изотропной ВКК с использованием вейвлета РН подтверждает, что изотропная ВКК не различает пары волн, сдвинутых на четверть волны, и пары случайных полей: коэффициенты изотропной ВКК во всем диапазоне масштабов по модулю меньше 0.1.

Поскольку основной интерес представляет нахождение сдвига фаз, то целесообразно ввести комплексную ВКК вида

$$r_3^A(a) = \frac{\sum (W_f(a, \phi_f) W_g^*(a, \phi_g) \cos 2(\phi_f - \phi_g))}{\sqrt{\sum |W_f|^2 \sum |W_g|^2}}$$

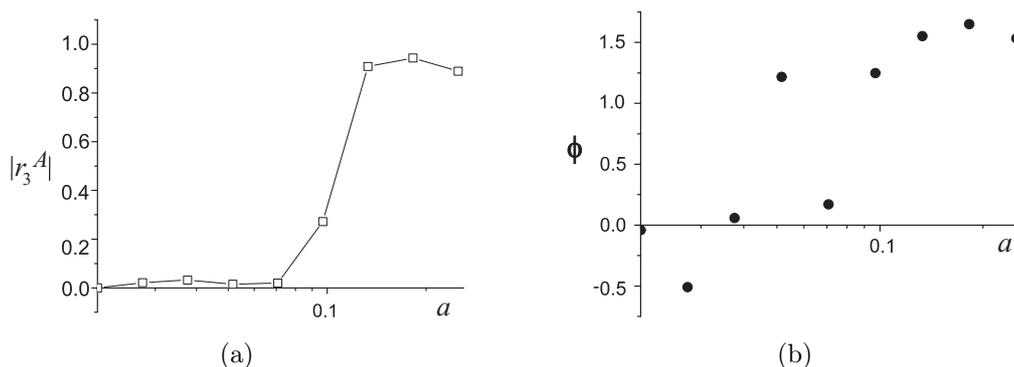


Рис. 10. Тест D. Модуль (а) и фаза (b) анизотропной ВКК вида r_3^A

Из рис. 10 следует, что на малых масштабах, где все определяется только нескоррелированным шумом, r_3^A близко к нулю, на масштабах порядка масштаба структуры $|r_3^A| \rightarrow 1$, а сдвиг фаз $\delta\phi \rightarrow \pi/2$.

5. Заключение. Анализ тестовых распределений показывает высокую эффективность применения вейвлетных корреляций в задачах различной степени сложности. Залогом такого успеха является возможность разложения исходных сигналов по различным структурным компонентам и проведения после этого корреляционного анализа этих компонент. Вейвлеты предоставляют широкий выбор цели, на которую может быть направлен сравнительный анализ и соответственно выбор параметров селекции составляющих сигнала. В данной работе структура полей разделялась на составляющие: по масштабу, по углу анизотропии и по фазе волнового пакета. На тестовых примерах было показано, как поля, будучи в целом совершенно нескоррелированными поточечно, могут оказаться подобными при соответствующем разложении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и немецкого научно-исследовательского общества, проект № 03-02-04031. Р. А. Степанов отдельно выражает признательность за финансовую поддержку, получаемую в рамках программы BRNE.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Raffel M., Willert C., Kompenhans J.* Particle image velocimetry: a practical guide. Berlin: Springer, 1998.
2. *Edwards A.L.* Multiple regression and analysis of variance and covariance. San Francisco: W.H. Freeman and Company, 1979.
3. *Frick P., Beck R., Berkhuijsen E., Patrikeyev I.* Scaling and correlation analysis of galactic images // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2001. **326**, N 4. 1145–1157.
4. *Aurell E., Frick P., Shaidurov V.* Hierarchical tree-model of 2D turbulence // Physica D. 1994. **72**. 95–109.
5. *Chui Ch.* An introduction to wavelets. N.Y.: Academic Press, 1992 (русский перевод под ред. Я.М. Жилейкина: Чжу К. Введение в вейвлеты. М.: Мир, 2001).
6. *Holschneider M.* Wavelets: an analysis tool. Oxford: Oxford University Press, 1995.
7. *Фрих П.Г.* Турбулентность: модели и подходы. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

Поступила в редакцию
20.04.2006