

УДК 533.601; 629.135

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОЛЕТЕ ГРУППЫ ТЕЛ

В. Ф. Волков¹, Е. К. Дерунов¹

Обсуждаются результаты численных исследований пространственных сверхзвуковых течений в возмущенной области совместно обтекаемых двух одинаковых параллельно расположенных тел при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 4.03$ и нулевом угле атаки. Две одинаковые параллельно расположенные конфигурации представляют собой комбинации конуса с углом полураствора 20° и цилиндра с удлинением, равным 5. Используемая конечноразностная схема второго порядка основана на аппроксимации уравнений Эйлера в интегральной форме. Решение проводилось по маршевой координате в продольном направлении с использованием глобальных итераций. Показано, что с уменьшением расстояния между телами возрастает влияние дифрагируемых ударных волн на распределенные нагрузки по поверхности конфигураций и на их суммарные аэродинамические характеристики. Приведено сопоставление результатов расчета с данными физического эксперимента.

Ключевые слова: численное решение, сверхзвуковое пространственное течение, ударная волна, интерференция, дифракция, взаимодействие.

Явление сверхзвуковой интерференции проявляется себя при совместном сверхзвуковом полете близко расположенных групп тел при их разделении или полете одного тела вблизи поверхности. В пространстве между телами и в некоторой окружающей их области реализуется сложная картина течения. В этом пространстве происходит взаимодействие ударных волн с волнами разрежения, интерференция и рефракция ударных волн, образование вторичных скачков, отражение и дифракция волн на поверхности конфигураций. Все эти явления сопровождаются появлением на поверхности тел различных по протяженности областей повышенного и пониженного давлений, что, в свою очередь, приводит к изменению локальных нагрузок на поверхности обтекаемого тела и их суммарных аэродинамических характеристик.

Изучение сложного пространственного течения и определение величин аэродинамических сил не может вестись без подробной информации о газодинамических параметрах в окрестности исследуемых тел. Заметим, что исследование сверхзвуковой интерференции в натурных условиях и в аэродинамических трубах затруднительно и дорого, а получаемая при этом информация зачастую носит ограниченный характер. Достигнутый уровень в развитии математического моделирования сложных течений и численных методов расчета совместно с физическим экспериментом сделали возможным проведение достаточно полного исследования рассматриваемого класса задач.

Результаты экспериментальных исследований сверхзвуковой интерференции комбинации тел представлены в работах [1, 2]. В этих работах, при симметричном обтекании двух одинаковых тел вращения, исследуется влияние определяющих параметров, таких как число Маха набегающего потока и расстояние между телами, на распределенные нагрузки по поверхности тел и их аэродинамические характеристики.

В работе [3] приведены результаты численных исследований сверхзвуковой интерференции. Рассмотрены задачи обтекания одного тела вращения вблизи плоскости и слабоизогнутой поверхности, а также изучено влияние кривизны близкорасположенной поверхности на распределенные газодинамические параметры по поверхности тела.

Сопоставление результатов расчетных и экспериментальных данных распределенных нагрузок по поверхности тел и их суммарных аэродинамических характеристик при сверхзвуковом обтекании комбинации двух тел вращения приведено в работе [4].

К задачам сверхзвукового взаимодействия группы тел относится работа [5]. Исследуется процесс разделения ступеней ракет-носителей, скомпонованных по продольной схеме. Для числа Маха $M_\infty = 4$ и при различных значениях углов атаки численно определяются распределенные нагрузки на ступенях ракет и их аэродинамические характеристики.

¹ Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, ул. Институтская, 4/1, 630090, Новосибирск; e-mail: volkov@itam.nsc.ru

Верификация используемой в настоящей работе численной схемы проводилась в работе [6]. Здесь представлены результаты расчетов пространственных сверхзвуковых течений при $M_\infty = 4.03$ в окрестности расположенных под нулевым углом атаки над пластиной двух одинаковых тел вращения. Полученные результаты при удалении тел от поверхности пластины $\Delta y = 0.96 D$ и различных расстояниях Δz между ними сопоставляются с данными физического эксперимента по газодинамической структуре, распределению давления и предельным линиям тока на поверхности тел и пластины.

Несмотря на разнообразие выполненных исследований, предсказание волновой структуры в возмущенной области и аэродинамических характеристик с учетом влияния характерных параметров остается актуальной задачей. Возросшие возможности компьютерной техники для проведения численных расчетов и последующей обработки результатов позволяют более детально исследовать влияние определяющих параметров на формирование волновой структуры течения в возмущенной области при совместном продольном обтекании группы тел.

Целью настоящей работы является численное исследование сверхзвукового взаимодействия двух параллельно расположенных осесимметричных тел. Изучается влияние расстояния Δz между телами на газодинамическую структуру течения в возмущенной области, распределенные нагрузки по поверхности тел и их суммарные аэродинамические характеристики в сопоставлении с данными физического эксперимента.

1. Постановка задачи. Рассматривается сверхзвуковое обтекание двух одинаковых тел вращения потоком невязкого сжимаемого газа. Решение ищется в декартовой системе координат xyz в области, ограниченной поверхностью тела, головной ударной волной и плоскостью симметрии между телами.

Уравнения нестационарного движения сжимаемого газа при условии отсутствия источников и стоков для некоторого конечного объема внутри возмущенной области имеют вид [7, 8]

$$\iiint_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial t} d\Omega + \iint_S \mathbf{F}(g) d\mathbf{S} = 0, \quad (1)$$

$$g = \begin{Bmatrix} \rho \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ e \end{Bmatrix}, \quad f = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \\ E \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}(g) = \begin{Bmatrix} \rho \mathbf{W} \\ \rho v_x \mathbf{W} + p \mathbf{i}_1 \\ \rho v_y \mathbf{W} + p \mathbf{i}_2 \\ \rho v_z \mathbf{W} + p \mathbf{i}_3 \\ (E + p) \mathbf{W} \end{Bmatrix}.$$

Здесь $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ — орты системы координат, t — время, $\mathbf{W}$ — вектор скорости, v_x, v_y, v_z — компоненты вектора $\mathbf{W}$, $\mathbf{S}$ — вектор элемента площади, Ω — объем ячейки, ρ — плотность, E, e — соответственно полная и удельная внутренняя энергия, p — давление, определяемое из уравнения состояния, которое замыкает систему. Для совершенного газа $p = (\gamma - 1)\rho e$, где γ — показатель адиабаты.

Область решения разбивается на конечные непересекающиеся объемы. Исходные уравнения аппроксимируются на каждом элементарном объеме, а значения газодинамических параметров на гранях ячеек доопределяются линейно по их значениям в узловых точках.

В случае сверхзвуковых течений в продольном направлении оси тела (маршевое направление) возмущения распространяются вниз по потоку. В силу этого, при известных значениях газодинамических параметров в сечении x_{i-1} , решение определяется в узлах сетки плоскости x_i , расположенной вниз по потоку. В первом маршевом сечении параметры потока рассчитываются при условии коничности течения в окрестности носка тела. В процессе решения задачи проводится корректировка положения головной ударной волны.

Стационарное решение задачи обтекания тела находится методом установления в каждом сечении $x = \text{const}$. Систему (1) можно представить в форме [7]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{\Omega} \Phi(f) = 0, \quad (2)$$

где

$$\Phi(f) = \iint_S \mathbf{F}(g) d\mathbf{S}.$$

Для выделенного элементарного объема произвольной формы, имеющего M граней, поверхностный

интеграл в системе (2) имеет вид

$$\Phi(f) = \sum_{m=1}^M \iint_{S_m} \mathbf{F}(g) dS.$$

Здесь суммирование идет по числу граней ячейки, M — число граней. Это выражение в случае шести-гранника аппроксимируется следующим соотношением:

$$\Phi(f) = \sum_{m=1}^6 \left(\tilde{f} \mathbf{W} \Delta S + \mathbf{C} \Delta S \right)_m.$$

Первое слагаемое в круглых скобках представляет собой перенос массы, импульса и энергии через каждую грань фиксированного конечного объема. Второе слагаемое отражает влияние внешних сил и представляет собой вектор-столбец $\mathbf{C} = (0, p\dot{\mathbf{i}}_1, p\dot{\mathbf{i}}_2, p\dot{\mathbf{i}}_3, p\mathbf{W})^T$. Переменные $\tilde{f}$ и вектор $\mathbf{C}$ на поверхностях граней выделенного элементарного объема определяются по значениям газодинамических параметров в узловых точках, принадлежащих этим граням.

Решение соотношения (2) определяется с первым порядком по времени, т.е. реализуется одношаговая схема:

$$f_{i,j,k}^{l_1+1} = f_{i,j,k}^{l_1} - \frac{\tau}{\Omega} \Phi_{i,j,k}(f^{l_1}).$$

Здесь i, j, k — номера точек по продольной, радиальной и азимутальной координатам соответственно, l_1 — номер итерации, а τ — допустимый шаг по времени, определяемый из условия устойчивости [9] для каждой расчетной точки как

$$\tau \leq \frac{\Omega}{\sum_{m=1}^6 |\mathbf{W} \Delta S| + a_{i,j,k} \left[\sum_{m=1}^6 \Delta S^2 \right]^{1/2}}.$$

При решении стационарных задач методом установления по t это условие применяется локально для каждой расчетной точки. На практике полученное таким образом допустимое значение шага по времени берется с коэффициентом надежности $C = 0.8 \div 0.9$ [7].

Выделенный элементарный объем представляет собой шестигранник, “торцевые” грани которого лежат в плоскости сечений x_{i-1} и x_i . Внутри счетной области в сечениях x_{i1} для точек i, j, k узлы элементарного объема и параметры потока в них определяются соотношениями

$$\begin{aligned} u_{i1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} (u_{i1,j-1,k-1} + u_{i1,j,k-1} + u_{j,k} + u_{i1,j-1,k}), \\ u_{i1,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} (u_{i1,j,k-1} + u_{i1,j+1,k-1} + u_{i1,j+1,k} + u_{i1,j,k}), \\ u_{i1,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} (u_{i1,j,k} + u_{i1,j+1,k} + u_{i1,j+1,k+1} + u_{i1,j,k+1}), \\ u_{i1,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4} (u_{i1,j-1,k} + u_{i1,j,k} + u_{i1,j,k+1} + u_{i1,j-1,k+1}). \end{aligned}$$

На внутренней и внешней границе счетной области необходимые величины определяются как

$$u_{i1,n,k-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (u_{i1,n,k-1} + u_{i1,n,k}), \quad u_{i1,n,k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (u_{i1,n,k} + u_{i1,n,k+1}).$$

Здесь u принимает значение $u = \{\rho, v_x, v_y, v_z, e, W^2, x, y, z\}$; W^2 — квадрат скорости; n — номер границы, $n = 1$ — на поверхности тела и $n = N_j$ — на внешней границе. Индекс $i1$ принимает значение $i - 1$ или i (т.е. значение номера предыдущего и последующего сечений по продольной координате).

Газодинамические параметры на гранях ячейки определяются соотношением

$$\tilde{u} = \frac{1}{4} \sum_{l=0}^1 \sum_{m=0}^1 u_{j+l-\frac{1}{2},k+m-\frac{1}{2}}.$$

Эта формула на гранях $i - 1$, i в развернутом виде принимает вид

$$\tilde{u}_{j,k} = \frac{1}{16} [4u_{j,k} + 2(u_{j+1,k} + u_{j-1,k} + u_{j,k-1} + u_{j,k+1}) + u_{j-1,k-1} + u_{j+1,k-1} + u_{j+1,k+1} + u_{j-1,k+1}].$$

Расчет вектора площади грани ячейки выполняется по формуле

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^K \mathbf{r}_l \times \mathbf{r}_{l+1},$$

а вектора $\mathbf{r}_l$ и $\mathbf{r}_{l+1}$ определяются соответственно как $\mathbf{r}_l = x_l \mathbf{i} + y_l \mathbf{j} + z_l \mathbf{k}$. Замыкающий вектор равен $\mathbf{r}_{K+1} = \mathbf{r}_1$.

Применение этих формул позволяет учесть локальные направления возмущений, что делает численную процедуру физически обоснованной. Вместе с тем, аппроксимация потоковых величин на гранях выделенного элементарного объема на равномерной и слабо нерегулярной сетке $\omega \approx 1$ реализуется со вторым порядком точности, на сильно нерегулярной сетке $\omega > 1$ — с первым. Здесь $\omega = h_{\max}/h_{\min}$ — степень неравномерности сетки, $h_{\max}$ и $h_{\min}$ — максимальный и минимальный шаги сетки по пространственным координатам [3].

Следует отметить, что для представленного класса задач сильная нерегулярность сетки реализуется в окрестности линии пересечения головной ударной волны с плоскостью симметрии двух тел.

В начальных данных в узлах расчетной области используются значения параметров набегающего потока. Граничными условиями являются: условие непротекания на поверхности тела и на поверхности пластины; условие симметрии потока относительно плоскости между телами; на поверхности головной ударной волны параметры потока в возмущенной области связаны с параметрами набегающего потока соотношениями Рэнкина–Гюгонио; условие “сшивки” решения по окружной координате проводится на плоскости xOy , соответствующей $\varphi = 0$.

Используемый численный алгоритм допускает счет как с выделением головной ударной волны в процессе решения задачи, так и сквозным методом. В первом случае решение вычисляется на адаптирующейся сетке, которая следует положению головной ударной волны, определяемой на каждом итерационном шаге по времени. Во втором случае счет проводится на фиксированной сетке, а на внешней границе задаются параметры набегающего потока.

На начальной стадии решения задачи сверхзвукового взаимодействия (параметры набегающего потока берутся в узлах сетки) в процессе установления формируется сложная картина течения с большими градиентами параметров и с газодинамическими особенностями (ударные волны, волны разрежения и т.п.), что может привести к “раскачке решения” и к сбою программы. Избежать этих последствий позволяет организация процедуры счета в два этапа по схеме, приведенной на рис. 1. Модуль 1 на этом рисунке осуществляет счет по маршевой схеме в продольном направлении.

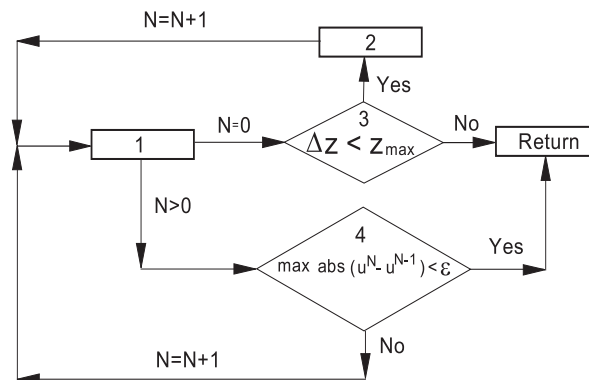


Рис. 1. Схема решения задачи взаимодействия двух тел: 1 — модуль решения задачи, 2 — модуль генерации сетки для решения задач взаимодействия

На первом этапе решается задача обтекания эквивалентного изолированного тела вращения. Результатами ее решения являются параметры течения в возмущенной области тела и положение головной ударной волны, которые используются в качестве начальных данных для решения основной задачи.

Второй этап решения реализуется при значении $\Delta z < z_{\max}$ (условный оператор 3 на рис. 1). В этом случае осуществляется выход на модуль 2 (рис. 1), который производит генерацию сетки и граничных условий применительно к решению задач взаимодействия. Здесь следует отметить, что генерация сетки достигается путем рассеивания головной ударной волны плоскостью Δz . Возврат в модуль 1 реализует продолжение счета.

Основная особенность при решении задач сверхзвукового взаимодействия заключается в том, что в окрестности тел реализуется серия взаимодействующих и отраженных ударных волн. Процедура счета по

маршевой схеме не всегда гарантирует сходимость решения за одну итерацию по маршевой схеме. Особенно это может проявиться при появлении в области решения нерегулярного взаимодействия и отражения скачков уплотнения с образованием дозвуковых зон течения. Одним из возможных способов решения задачи является организация счета с использованием глобальных итераций. Процедура счета глобальными итерациями заключается в том, что по условному оператору 4 на рис. 1 производится возврат в модуль 1. Условный оператор 4 включает в себя абсолютное максимальное изменение плотности на итерационном шаге $N+1$. Для рассматриваемого класса задач при $\varepsilon = 10^{-4}$ сходимость решения достигалась при $N < 5$.

2. Результаты расчетов. Характер и структура течения в окрестности тел зависят от числа Маха набегающего потока M_∞ , геометрии тел и расстояния между ними Δz . Заметим, что предполагаемую структуру ударных волн в межмодельном канале на предварительном этапе можно оценить по законам отражения геометрической оптики. Согласно этому приему, взаимодействие головных скачков с углом наклона β начинается в окрестности сечения $x_1 = \frac{\Delta z}{2 \tan \beta}$, а первое отражение и появление области повышенного давления на поверхности близко расположенных тел возможно при значении $x_2 = x_1 + \frac{\Delta z - D}{2 \tan \beta}$. В соответствии с этой оценкой в межмодельном пространстве в сечениях $x_k = x_1 + (k-1)\Delta x$ с шагом $\Delta x = \frac{\Delta z - D}{\tan \beta}$ реализуется периодическое взаимодействие ударных волн. Их отражение и дифракция создают предпосылку к периодическому появлению на поверхности тела областей повышенного давления. Кратность серии k взаимодействующих и отраженных скачков определяется из условия $x_k \leq L$; при значении $k = \left[\frac{2L \tan \beta - \Delta z}{\Delta z - D} \right] < 1$ картина течения в окрестности тел соответствует обтеканию одного тела. Условно будем называть целую часть величины k кратностью взаимодействия. Эта оценка не учитывает рефракцию ударных волн и типы их взаимодействия и, тем не менее, в первом приближении дает возможность оценить влияние расстояния между телами Δz на предполагаемую структуру течения в возмущенной области. При фиксированном значении числа Маха набегающего потока ($\beta = \text{const}$) волновая структура и характер течения в возмущенной области в основном будут определяться расстоянием Δz между телами.

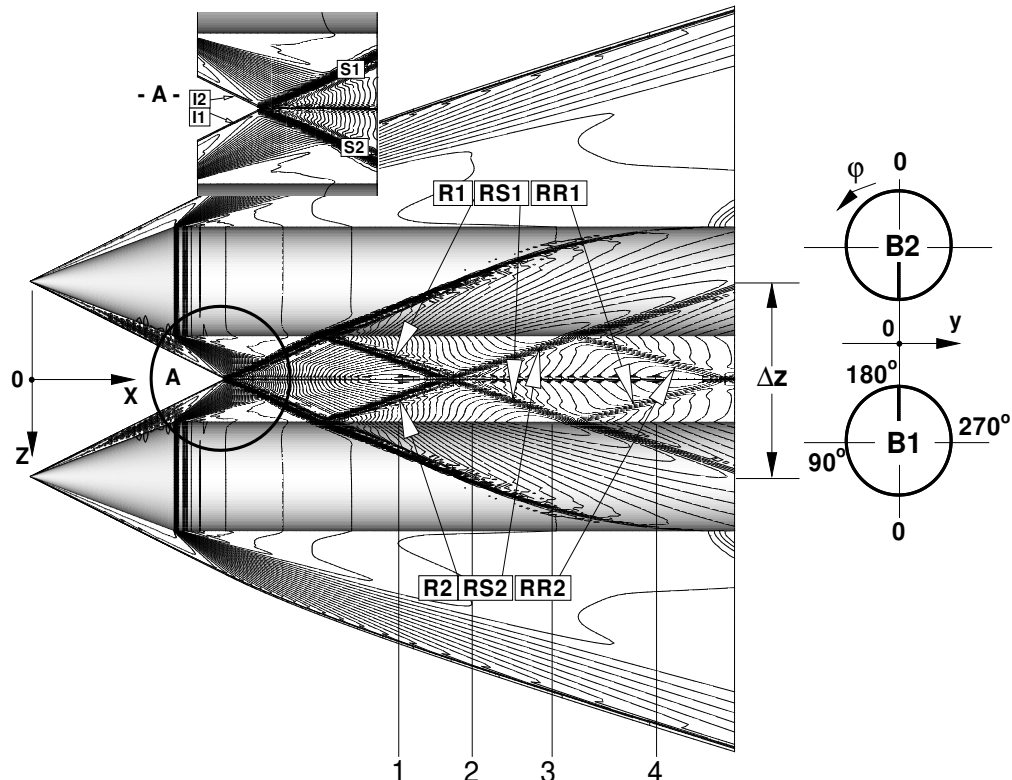


Рис. 2. Изолинии плотности в окрестности тел вращения и на их поверхности при $M_\infty = 4.03$; $\theta = 20^\circ$; $\Delta z = 1.8D$

Решается задача продольного обтекания двух одинаковых осесимметричных тел под нулевым углом атаки, оси которых параллельны и принадлежат плоскости xOz . Тело вращения представляет комбинацию конуса с углом полураствора $\theta = 20^\circ$ и цилиндра с удлинением $\lambda_{\text{ц}} = \frac{L - x_{\Gamma}}{D} = 5$, где x_{Γ} — длина головной части (конуса), D — диаметр миделевого сечения, L — общая длина тела. Удаление тел друг от друга определяется расстоянием Δz между их осями. Течение в возмущенной области симметрично относительно плоскости xOy , и в этом случае задача эквивалентна задаче обтекания одного тела в присутствии плоскости.

Полное представление о распределении газодинамических параметров и о пространственной волновой структуре можно получить на основе анализа результатов решения задачи совместного обтекания тел при $M_{\infty} = 4.03$ и $\Delta z = 1.8D$ (рис. 2, 3). Если на рис. 1 показаны волновая структура течения и распределение изолиний плотности ρ в плоскости xOy возмущенного пространства и на поверхности основного $B1$ и вспомогательного $B2$ тел, то на рис. 3 распределение изолиний плотности изображено в поперечных сечениях окрестности модели $B2$. Здесь номера сечений и их координаты соответствуют указанным сечениям на рис. 2.

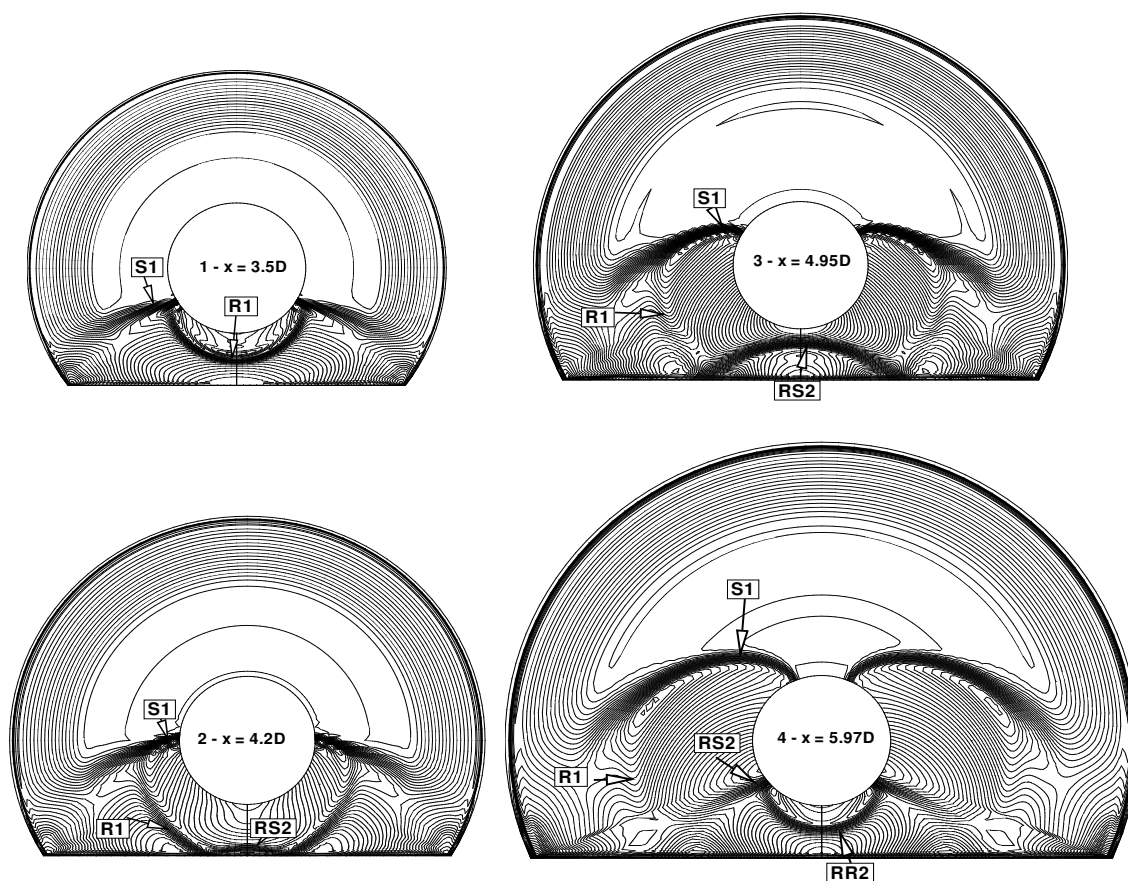


Рис. 3. Волновая структура в поперечных сечениях при $M_{\infty} = 4.03$; $\theta = 20^\circ$; $\Delta z = 1.8D$

При заданной геометрии тел и условиях обтекания головная ударная волна присоединена к носку конуса. В сечении сопряжения головной части с цилиндром реализуется осесимметричная центрированная волна разрежения. “Встречное” взаимодействие осесимметричных головных ударных волн $I1$ и $I2$ соответственно от основной и вспомогательной моделей (см. выделенный увеличенный фрагмент А на рис. 2) происходит по линии их пересечения с вершиной в сечении $x_1 = \frac{\Delta z}{2 \tan \beta}$ на плоскости xOz . При заданном значении $\Delta z = 1.8D$ вершина линии пересечения головных волн в плоскости xOz находится в области влияния волн разрежения, что приводит к уменьшению их интенсивности и угла наклона. Интенсивность и угол “встречи” $\omega \approx 2\beta < \omega_k$ головных скачков $I1$ и $I2$ соответствуют режиму нормального регулярного взаимодействия [9]. Здесь ω_k — критическое значение угла, при котором еще возможно “встречное” регулярное взаимодействие ударных волн. Взаимодействие головных скачков $I1$ и $I2$ на линии их пересе-

чения приводит к соответствующему образованию исходящих волн $S1$ и $S2$ (рис. 2). При этом волновая структура течения в плоскости xOz включает в себя распространение исходящих волн, взаимодействие ударных волн в возмущенной области, а также отражение и дифракцию скачков на поверхности тел с соответствующими им обозначениями: I — головные ударные волны, S — исходящие волны, R — первичные отраженные скачки волн S , RS — исходящие волны при “встречном” взаимодействии первичных отраженных волн R и RR — вторичные отраженные волны.

В данном случае последовательность образования ударно-волновой картины в продольном направлении межмодельного канала можно условно обозначить цепочками (стрелка указывает направление распространения волн):

$$I1 \rightarrow S1 \rightarrow B2 \rightarrow R1 \rightarrow RS1 \rightarrow B1 \rightarrow RR1 \rightarrow B2,$$

$$I2 \rightarrow S2 \rightarrow B1 \rightarrow R2 \rightarrow RS2 \rightarrow B2 \rightarrow RR2 \rightarrow B1.$$

В силу симметрии волновой структуры относительно плоскости xOy достаточно по первой цепочке отследить динамику распространения исходящей волны $S1$.

Как видно из рис. 2, вниз по потоку исходящая волна $S1$, взаимодействуя с центрированной волной разрежения (см. фрагмент “А”), распространяется до боковой поверхности противоположащей модели: $S1 \rightarrow R \rightarrow B2$. Далее вниз по потоку в межмодельном пространстве реализуется первичная отраженная волна $R1$, взаимодействующая на плоскости симметрии xOy с аналогичной волной $R2$. Так как исходящая волна $S1$ является падающей волной на модель $B2$, то имеет место как отражение ($S1 \rightarrow R \rightarrow B2 \rightarrow R1$), так и дифракция данной волны на поверхности тела. Отражение с образованием скачка $R1$ происходит на поверхности тела $BS1$ (относительно плоскости xOz) и реализуется при условии $\delta = \arccos[\mathbf{W} \cdot \mathbf{n}(\varphi)] < 0$. Явление дифракции проявляется при значении углов $\delta = \arccos[\mathbf{W} \cdot \mathbf{n}(\varphi)] > 0$, т.е. ударные волны распространяются в область поверхности $BS2$. Здесь δ — угол между вектором скорости $\mathbf{W}$ за падающей волной $S1$ и поверхностью тела, $\mathbf{n}(\varphi)$ — вектор внешней нормали к поверхности цилиндра, $BS1$ — обращенные друг к другу поверхности (внутренние) тел $B1$ и $B2$ в интервале углов $90^\circ < \varphi < 270^\circ$, $BS2$ — противоположные им поверхности (внешние) в интервале углов $90^\circ > \varphi > 270^\circ$.

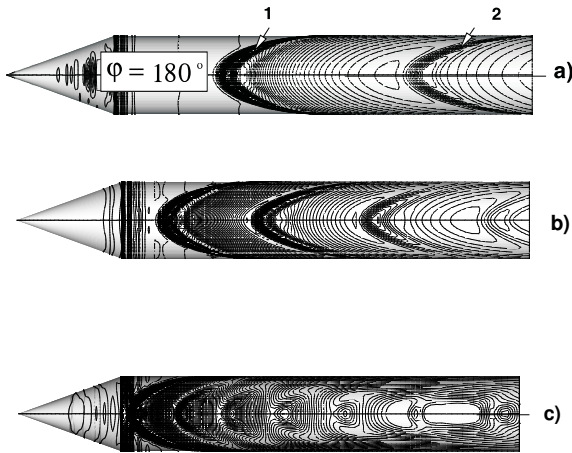


Рис. 4. Распределение изолиний плотности на поверхности $BS1$ при $M_\infty = 4.03$; $\theta = 20^\circ$:
а) $\Delta z = 1.8D$, б) $\Delta z = 1.4D$, в) $\Delta z = 1.2D$

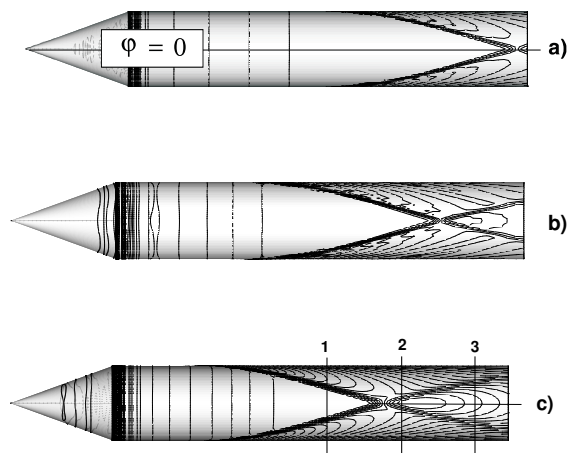


Рис. 5. Распределение изолиний плотности на поверхности $BS2$ при $M_\infty = 4.03$; $\theta = 20^\circ$:
а) $\Delta z = 1.8D$, б) $\Delta z = 1.4D$, в) $\Delta z = 1.2D$

Для рассматриваемого режима обтекания на поверхности $BS1$ цилиндра модели $B2$ происходит регулярное отражение волны $S1$ по линии 1, имеющей форму гиперболы (рис. 4 а) с вершиной на образующей $\varphi = 180^\circ$. При этом за отраженной волной $R1$ на поверхности тел формируется первая подковообразная область повышенного давления. Распространение отраженного скачка $R1$ к модели $B1$, его форма и трансформация наглядно демонстрируется в сечениях 1 и 2 (рис. 3). Регулярное вторичное взаимодействие волн в возмущенной области происходит при пересечении отраженных скачков $R1$ и $R2$ на плоскости xOy . Вниз по потоку исходящие волны $RS1$ и $RS2$ распространяются соответственно по направлению к телам $B1$ и $B2$ (сечение 3, рис. 2, 3). Вторая область поджатия потока на поверхности $BS1$ (рис. 4 а) формируется по линии 2 под влиянием отраженной волны $RS2$. В свою очередь, отраженный скачок $RR2$ реализуется в результате вторичного отражения исходящей волны $S2$ (сечение 4, рис. 2, 3).

Как указывалось выше, распространение ударных волн в возмущенной области сопровождается дифракцией на поверхности тел при условии $\delta = \arcsin[\mathbf{W} \cdot \mathbf{n}(\varphi)] > 0$. Особенно заметно явление дифракции проявляется при распространении исходящих ударных волн $S1$ и $S2$ в межмодельное пространство. Последовательность огибания поверхности $B2$ ударной волной $S1$ и распространение ее в область поверхности $BS2$ показана на рис. 3 (сечения 1–4). След дифрагируемых волн на поверхности $BS2$ тела $B2$ показан на рис. 5 а и для рассматриваемого случая взаимодействие дифрагируемых волн реализуется на кормовой части тела в окрестности образующей $\varphi = 0$.

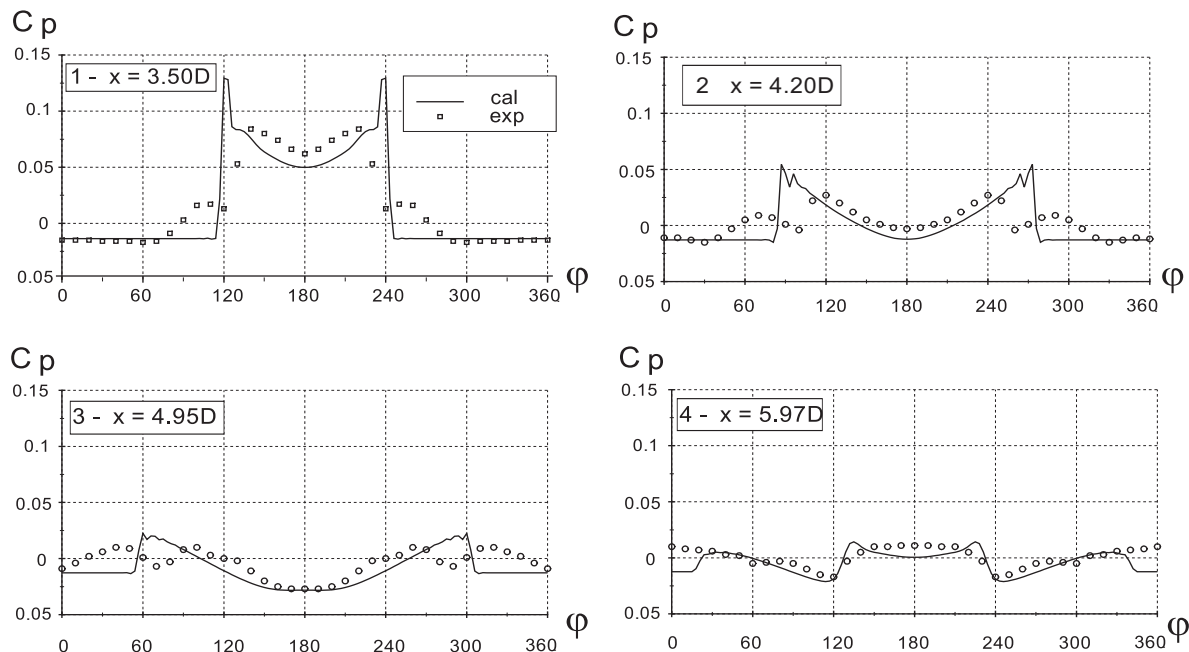


Рис. 6. Распределение коэффициентов давления в поперечных сечениях тела при $\Delta z = 1.8 D$

Распределенные нагрузки по поверхности тел вращения в поперечном (сечения 1–4, рис. 3) и продольном (образующие $\varphi = 0, 90^\circ, 180^\circ$) направлениях представлены соответственно на рис. 6 и 7. Так, для указанных на рис. 6 сечениях приведено сравнение с данными физического эксперимента при следующих параметрах обтекания моделей: $M_\infty = 4.03$; $\theta = 20^\circ$; $\Delta z = 1.8 D$. Напомним, что распределение коэффициентов на рис. 6 в интервале $90^\circ < \varphi < 270^\circ$ относится к поверхности $BS1$, а в интервале $90^\circ > \varphi > 270^\circ$ — к поверхности $BS2$. Кривые распределения $C_p(x/D)$ для рассматриваемого варианта $\Delta z = 1.8 D$ на рис. 7 обозначены цифрой 2. Здесь же приведены аналогичные результаты расчета для расстояний $\Delta z = 1.4 D$ (кривая 1) и $2.0 D$ (кривая 3).

Как видно из указанных рисунков, первая подковообразная область повышенного давления на поверхности $BS1$ просматривается в сечениях 1 ($x = 3.5 D$) и 2 ($x = 4.2 D$). Здесь пики $p(\varphi)$ соответствуют интенсивности скачка $R1$ на линии отражения с убывающей амплитудой согласно условию $\delta = \arcsin[\mathbf{W} \cdot \mathbf{n}(\varphi)] < 0$. Максимальная интенсивность отраженного скачка реализуется в вершине $x_1 = \frac{\Delta z}{2 \tan \beta}$ линии отражения. Повышение давления, сопутствующее дифракции волн на поверхности $BS2$, демонстрируется распределением в сечениях 3 ($x = 4.95 D$) и 4 ($x = 5.97 D$). Отметим, что в сечении 3 повышенное значение на интервале $90^\circ < \varphi < 270^\circ$ реализуется в результате вторичного отражения и относится ко второй подковообразной области на поверхности $BS1$ (рис. 3 а). Представленное на рис. 5 сопоставление с экспериментальными данными показывает их хорошее качественное согласие. Имеющиеся различия, наблюдаемые в окрестности линий отражения и дифракции ударных волн на поверхности тела, объясняются влиянием отрыва пограничного слоя или, по крайней мере, возникающих в нем вторичных течений [6], которые не описываются в рамках используемой модели невязкого газа.

В изменении коэффициентов давления на поверхности тела в продольном направлении можно выделить следующие закономерности. На образующей $\varphi = 180^\circ$ зависимость $C_p(x/D)$ имеет характер периодической пилообразной функции с убывающей амплитудой. Здесь второй пик значений $C_p(x/D)$ соответствует интенсивности вторичного отраженного скачка $RR2$ (рис. 2). Резкое уменьшение интенсивности скачка $RR2$ происходит вследствие влияния осесимметричной волны разрежения на промежуточные ударные волны в межмодельном пространстве. На боковых образующих $\varphi = 90^\circ(270^\circ)$ дифракция исходящей

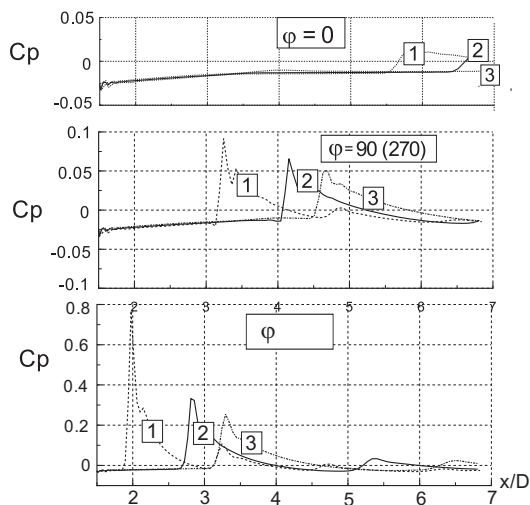


Рис. 7. Распределение коэффициентов давления на образующих поверхности тела при $M_\infty = 4.03$; $\theta = 20^\circ$: 1 — $\Delta z = 1.4 D$; 2 — $\Delta z = 1.8 D$; 3 — $\Delta z = 2.0 D$

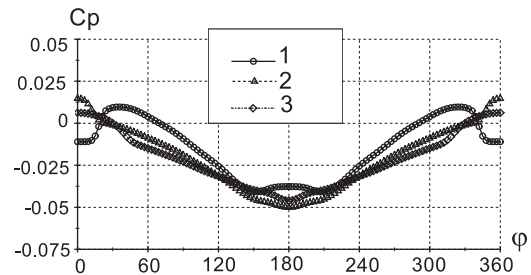


Рис. 8. Распределение коэффициентов давления в поперечных сечениях тела при $\Delta z = 1.2 D$: 1 — $x = 4.5 D$; 2 — $x = 5.47 D$; 3 — $x = 6.5 D$

волны $S1$ приводит к уменьшению амплитуды пика коэффициента C_p , а монотонно убывающий вид функции $C_p(x/D)$ объясняется “сходом” волны $RS2$ с поверхности тела. Взаимодействие дифрагируемых волн в окрестности поверхности $BS2$ (рис. 5 а) проявляется ростом давления на образующей $\varphi = 0$ на кормовой части тела $x = 6.5 D$ (кривая 2, рис. 7).

Таким образом, первая область повышенного давления на поверхности $BS1$ основной конфигурации формируется в результате воздействия головной ударной волны на близко расположенное вспомогательное тело. Наличие же второй области повышенного давления объясняется воздействием отраженной от вспомогательной модели ее же головной ударной волны.

Как показали оценки, для рассматриваемой геометрии тел и при фиксированном значении числа Маха набегающего потока основным параметром, влияющим на волновую структуру и характер течения в возмущенной области, является расстояние Δz . Оно существенным образом влияет на изменение шага Δx периодичности появления взаимодействующих ударных волн в возмущенной области и отраженных на поверхности тела, т.е. приводит к изменению кратности взаимодействия k . Очевидно, что изменение расстояния Δz приводит к смещению точек пересечения головных скачков $x_1 = \frac{\Delta z}{2 \tan \beta}$ и к соответствующему сдвигу подковообразных областей на поверхности $BS1$ тела. Так, с уменьшением расстояния начало встречного взаимодействия головных ударных волн смещается в направлении носка тела и выходит из области влияния центрированной волны разрежения. Это вызывает смещение всей волновой структуры вверх по потоку. С другой стороны, уменьшение расстояния Δz приводит к соответствующему уменьшению шага периодичности Δx появления промежуточных волн. Следовательно, в возмущенной области реализуется многократное взаимодействие скачков. На поверхностях $BS1$ тел, в результате многократного отражения ударных волн, формируется серия подковообразных областей повышенного давления с уменьшающимся размером в продольном направлении.

На рис. 4 и 5 для расстояний $\Delta z = 1.8 D$, $1.4 D$, $1.2 D$ приведены соответственно картины распределения плотности на внутренних и внешних поверхностях исследуемых моделей. Видно, что с уменьшением расстояния Δz возрастает влияние явления дифракции ударных волн и их взаимодействие на распределение газодинамических параметров по поверхности $BS2$ и, следовательно, на локальные нагрузки. При этом если для $\Delta z = 1.8 D$ (рис. 5 а) взаимодействие дифрагируемых волн реализуется в окрестности кормовой части тела, то при значении $\Delta z = 1.2 D$ (рис. 5 с) точка пересечения волн довольно значительно смещена в направлении к носку тела.

Сравнительный анализ кривых $C_p(x/D)$ на рис. 7 показывает, что с уменьшением расстояния Δz наблюдается увеличение амплитуды отраженных волн, уменьшение шага периодичности Δx (расстояние между локальными максимумами C_p) и возрастающее влияние дифрагируемых волн на распределенные нагрузки. Так, например, при значении $\Delta z = 1.4 D$ вдоль образующей $\varphi = 180^\circ$ распределение

$C_p(x/D)$ (кривая 1, рис. 7) имеет вид периодической функции, локальные максимумы которой соответствуют интенсивности отраженных волн с убывающей амплитудой по мере их распространения вниз по потоку. В то же время, возрастающее влияние дифракции волн на локальные нагрузки иллюстрирует кривая 1 (рис. 7) вдоль образующей $\varphi = 0$. Здесь, по сравнению с вариантом $\Delta z = 1.8 D$, значительно расширена область повышения давления и увеличена степень поджатия потока.

Влияние дифракции ударных волн и их взаимодействие на распределенные нагрузки демонстрируются на варианте совместного обтекания тел при значении $\Delta z = 1.2 D$. На рис. 8 показано распределение коэффициентов давления $C_p(\varphi)$ в поперечных сечениях поверхности тела (см. рис. 5 с). Повышенное значение коэффициентов давления в интервалах $90^\circ > \varphi > 270^\circ$ реализуется за счет дифракции ударных волн с распространением их на поверхность $BS2$.

С увеличением расстояния до $\Delta z = 2.0 D$ вершина линии пересечения головных скачков попадает в область влияния центрированных волн разрежения. Смещение линии встречного взаимодействия головных ударных волн приводит к соответствующему смещению подковообразных областей. На поверхности $BS1$ тела при $\Delta z = 2.0 D$ реализуется двукратное отражение исходящих волн с образованием двух подковообразных областей. Вторичное отражение происходит в окрестности кормовой части тела при $x \approx 6.5 D$. Возрастающее влияние интенсивных волн разрежения приводит к значительному уменьшению интенсивности пересекающихся и исходящих ударных волн, что, в свою очередь, приводит к уменьшению интенсивности первой отраженной волны. Вторичное отражение проявляет себя наличием второго пика в распределении $C_p(x/D)$ (кривая 3, рис. 7) вдоль образующей $\varphi = 180^\circ$. В данном случае на поверхности $BS2$ не реализуется взаимодействие дифрагируемых волн; распределение $C_p(x/D)$ на образующей $\varphi = 0$ соответствует обтеканию изолированного тела.

Таким образом, с увеличением расстояния Δz между телами возрастает влияние центрированных волн разрежения на интенсивность головных ударных волн. В возмущенной области происходит смещение вниз по потоку волновой структуры и уменьшение амплитуды отраженных скачков на их поверхности. Увеличивается период появления отраженных волн на поверхности тел, что приводит к расширению подковообразных областей повышенного давления на поверхности $BS1$ тел. Кроме этого, уменьшается влияние дифрагируемых волн на распределенные нагрузки по поверхности тела.

Преобладающим фактором воздействия близко расположенного тела является формирование на поверхности $BS1$ основной модели первой подковообразной области поджатия потока. Степень поджатия потока в этой области, ее размер и местоположение в основном и будут определять суммарные и моментные характеристики, возникающие при совместном сверхзвуковом полете двух тел.

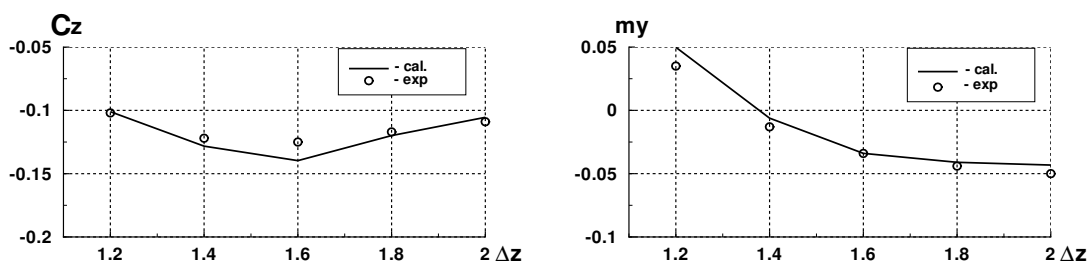


Рис. 9. Зависимость аэродинамических характеристик от удаления между телами: а) — коэффициент расталкивающих сил, б) — коэффициент момента рыскания

На рис. 9 соответственно представлены зависимости коэффициентов боковых сил C_z и моментов рыскания m_y в диапазоне изменений расстояний $\Delta z = 1.2 D \div 2 D$. При вычислениях аэродинамических коэффициентов за характерные размеры были приняты диаметр цилиндрической части D и длина тела L , а точка приведения моментов расположена в носке тела. Здесь же приведены соответствующие экспериментальные данные. Отметим, что в рассматриваемом диапазоне Δz на конфигурации действуют только расталкивающие силы. Причем изменение коэффициента C_z в зависимости от расстояния носит нелинейный характер с минимумом в окрестности $\Delta z = 1.6 D$. Это объясняется тем, что при малых расстояниях ($\Delta z = 1.2 D$) преобладающее влияние на локальные нагрузки оказывает рост интенсивности отраженных волн и их многократность на поверхности тела (рис. 5 с). При расстоянии $\Delta z = 2.0 D$ уменьшение амплитуды отраженных скачков компенсируется увеличением в продольном направлении области повышения давления на поверхности $BS1$ тела. В указанном диапазоне расстояний Δz зависимость $m_y(\Delta z)$ нелинейна и знакопеременна, т.е. значения m_y положительны ($\Delta z < 1.3 D$) и отрицательны ($\Delta z > 1.3 D$). Область положительных значений m_y создает предпосылку к сближению тел, а область отрицательных —

к расхождению. Знакопеременный характер зависимости $m_y(\Delta z)$ определяется в основном положением и интенсивностью зон повышенного давления на поверхностях $BS1$ и $BS2$. Так, если при $\Delta z = 1.2D$ явление дифракции ударных волн вносит значительный вклад в распределение локальных нагрузок, то при удалении тел влияние этого процесса уменьшается. На моментные характеристики в этом случае большее влияние оказывает смещение волновой структуры в направлении кормовой части и расширение в продольном направлении области повышенного давления на поверхности $BS1$ тела. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных на рис. 9 показывает их хорошее соответствие как в характере зависимостей, так и в значениях.

Заключение. Применительно к решению задач взаимодействия двух тел представлена численная схема решения интегральных уравнений Эйлера и описана процедура счета глобальными итерациями. При числе Маха набегающего потока $M_\infty = 4.03$ приводятся результаты численных исследований совместного обтекания под нулевым углом атаки двух одинаковых осесимметричных тел. Развитие волновой структуры в возмущенной области и формирование областей повышенного давления на поверхности тел демонстрируется результатами решения задачи при удалении тел $\Delta z = 1.8D$. Влияние расстояния Δz между телами на распределенные и суммарные характеристики анализируются в диапазоне изменений $\Delta z = 1.2D \div 2D$. Показано, что при малых расстояниях Δz заметный вклад на формирование распределенных нагрузок вносит дифракция и взаимодействие дифрагируемых ударных волн на поверхности тела. С увеличением расстояния Δz основным фактором, определяющим локальные нагрузки, является интенсивность первого отраженного скачка, увеличение первой области повышенного давления и смещение ее в направлении кормовой части тела. При этом сверхзвуковая интерференция двух моделей в рассматриваемом диапазоне расстояний сопровождается силами расталкивания при знакопеременном характере момента. Проведенное сопоставление результатов расчета с данными физического эксперимента показали соответствие как в распределенных нагрузках, так и в суммарных аэродинамических характеристиках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демьяненко В.С., Дерунов Е.К. Интерференция тел вращения при сверхзвуковых скоростях // Аэрофизические исследования. Вып. 3: Сб. науч. тр. Газодинамика и физическая кинетика. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1974. 114–116.
2. Бродецкий М.Д., Дерунов Е.К. Аэродинамическая интерференция двух тел вращения при сверхзвуковых скоростях // Сб. науч. трудов под ред. А.М. Харитонова. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987. 39–53.
3. Волков В.Ф. Алгоритм численного решения задач пространственного сверхзвукового взаимодействия двух тел. Препринт Ин-та теорет. и прикл. механики АН СССР, Сиб. отд-ние. № 29–87. Новосибирск, 1987.
4. Забродин А.В., Луцкий А.Е., Бродецкий М.Д., Дерунов Е.К. Сопоставление результатов расчетных и экспериментальных исследований сверхзвукового обтекания комбинации двух тел вращения над плоской поверхностью // Теплофизика и аэромеханика. 1995. 2, № 2. 97–102.
5. Еремин В.В., Михалин В.А., Родионов А.В. Расчет аэродинамической интерференции элементов ракет-носителей при сверхзвуковых скоростях // Аэромеханика и газовая динамика. 2002. № 1. 24–35.
6. Volkov V.F., Derunov E.K., Zheltovodov A.A., Maksimov A.I. Verification of numerical computations of supersonic flow around two bodies of revolution in the presence of surface // Intern. Conf. on the Methods of Aerophys. Research, Russia, Novosibirsk, 2004. Proc. Part. I. 214–221
7. Волков В.Ф., Шабалин И.И. Маршевая схема расчета двумерных сверхзвуковых течений невязкого газа // Математическое моделирование. 1998. 10, № 2. 3–14.
8. Волков В.Ф. Численное исследование пространственных течений в окрестности сложных конфигураций // Вычисл. методы и программирование. 2004. 5, № 1. 62–73.
9. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.И., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1978.
10. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.

Поступила в редакцию
16.03.2005