

Особенности решения обратных коэффициентных задач ультразвуковой томографии в медицине

А. В. Гончарский

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский вычислительный центр, Москва, Российская Федерация
ORCID: 0000-0001-9953-611X, e-mail: gonchar@srcc.msu.ru

И. И. Макан

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский вычислительный центр, Москва, Российская Федерация
e-mail: mr.makan@yandex.ru

Д. В. Мельник

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский вычислительный центр, Москва, Российская Федерация
e-mail: bdzdynk@bk.ru

С. Ю. Романов

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский вычислительный центр, Москва, Российская Федерация
ORCID: 0000-0001-7882-2061, e-mail: romanov60@gmail.com

С. Ю. Серёжников

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Научно-исследовательский вычислительный центр, Москва, Российская Федерация
ORCID: 0000-0002-4106-2692, e-mail: s2110sj@gmail.com

Аннотация: Статья посвящена разработке методов ультразвуковых томографических исследований мягких тканей в медицине. Основное отличие от современных медицинских приборов состоит в использовании не только отраженного, но и проходящего излучения. Для определения основных параметров томографа использовано математическое моделирование. Обратная задача рассматривается как коэффициентная для волнового уравнения, где неизвестными являются скорость и поглощение как функции трех пространственных координат. Для решения обратной задачи разработаны эффективные численные методы, ориентированные на использование GPU платформы. Для экспериментальной проверки разработанных технологий создан стенд для ультразвуковых томографических исследований, ориентированный на диагностику заболеваний молочной железы. Разработана программа управления стендом. Осуществлено комплексное тестирование стенда. Приведены результаты модельного расчета реконструкции 3D томографических изображений.

Ключевые слова: математическое моделирование, ультразвуковая томография, обратные задачи, медицинская диагностика, GPU кластер.

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25–11–00089, <https://rscf.ru/project/25-11-00089/>. Исследование проведено в МГУ имени М. В. Ломоносова. Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М. В. Ломоносова.

Для цитирования: Гончарский А.В., Макан И.И., Мельник Д.В., Романов С.Ю., Серёжников С.Ю. Особенности решения обратных коэффициентных задач ультразвуковой томографии в медицине // Вычислительные методы и программирование. 2026. 27, № 3. 434–449. doi 10.26089/NumMet.v27r328.



Aspects of solving inverse coefficient problems in medical ultrasound tomography

Alexander V. Goncharsky

Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Moscow, Russia
ORCID: 0000-0001-9953-611X, e-mail: gonchar@srcc.msu.ru

Ivan I. Makan

Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Moscow, Russia
e-mail: mr.makan@yandex.ru

Dmitry V. Melnik

Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Moscow, Russia
e-mail: bzdynk@bk.ru

Sergey Y. Romanov

Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Moscow, Russia
ORCID: 0000-0001-7882-2061, e-mail: romanov60@gmail.com

Sergey Y. Seryozhnikov

Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Moscow, Russia
ORCID: 0000-0002-4106-2692, e-mail: s2110sj@gmail.com

Abstract: The article is devoted to the development of methods for ultrasonic tomographic imaging of soft tissues in medicine. The main distinction from modern medical devices lies in the use of not only reflected but also transmitted radiation. Mathematical modeling was employed to determine the key parameters of the tomograph. The inverse problem is treated as a coefficient inverse problem for the wave equation, where the unknowns are the speed of sound and attenuation as functions of three spatial coordinates. Efficient numerical methods optimized for the GPU platform have been developed to solve the inverse problem. For experimental verification of the developed technologies, a test bench for ultrasonic tomographic studies has been built, focused on diagnosing breast diseases. Control software for the test bench has been developed, and comprehensive testing of the bench has been carried out. The results of model-based reconstruction of 3D tomographic images are presented.

Keywords: mathematical modeling, ultrasound tomography, inverse problems, medical diagnostics, GPU cluster.

Acknowledgements: This research was supported by Russian Science Foundation under the agreement No. 25-11-00089, <https://rscf.ru/en/project/25-11-00089/>. The research is carried out at the Lomonosov Moscow State University. The research is carried out using the equipment of the shared research facilities of HPC computing resources at Lomonosov Moscow State University.

For citation: A. V. Goncharsky, I. I. Makan, D. V. Melnik, S. Y. Romanov, S. Y. Seryozhnikov, “Aspects of solving inverse coefficient problems in medical ultrasound tomography,” Numerical Methods and Programming. 27 (3), 434–449 (2026). doi 10.26089/NumMet.v27r328.

1. Введение. Разработка методов ультразвуковой томографии в современной медицине является актуальной проблемой. Ультразвуковая диагностика — неотъемлемая часть аппаратных исследований женской половины человечества при малейшем подозрении на рак молочной железы. Широко применяемые ультразвуковые методы в настоящее время используют только отраженное излучение. В отличие от них в ультразвуковой томографии используется как отраженное, так и прошедшее излучение. Именно прошедшее излучение позволяет получить уникальную информацию о внутренней структуре новообразования.

Сразу после появления рентгеновских томографов появились работы с попытками разработки ультразвуковых томографов в лучевой модели. Были разработаны очень дорогие и сложные установки, включающие сотни трансдюсеров, но их возможности ограничены приближенностью лучевой модели.

Наиболее перспективным для описания распространения ультразвуковых волн для томографии молочной железы оказалась волновая скалярная модель, поскольку мягкие ткани более чем на 90% состоят из воды. Активные работы в этой области ведутся в США, Европе и России [1–6]. Важное значение имеет томографическая схема. Большая часть публикаций при проектировании ультразвуковых томографов ориентирована на использование послойной схемы. Однако неизвестными функциями в ультразвуковой томографии являются скорость, зависящая от трех координат, и, возможно, поглощение тоже как функция трех координат. Показано, что в послойной схеме разрешение по вертикальной оси будет намного хуже, чем по горизонтальной [7]. Этого недостатка лишена томографическая схема, используемая в настоящей статье.

В статье используется томографическая схема с закрепленными на поверхности акустической ванны источниками и вертикальной линейкой приемников, которая за один оборот может снять все экспериментальные данные, объем которых может достигать 20 ГБ. В скалярной математической модели на основе волнового уравнения при решении обратной задачи реконструируются коэффициенты скорости и поглощения как функции трех координат. Важнейшим результатом для получения приближенного решения является возможность напрямую вычислить градиент функционала невязки по скорости и поглощению [8–10]. К сожалению, обратная задача является нелинейной, а это значит, что при использовании градиентных методов минимизации функционала невязки итерационный процесс, как правило, останавливается в локальном минимуме. Для обеспечения сходимости итерационных методов в этом случае необходима дополнительная информация [8, 11–15]. Для сходимости итераций авторами статьи предложено применить multi-stage method (MSM), который на первых стадиях итерационного процесса использует только низкие частоты. Это расширяет область сходимости итерационного процесса к точному решению [16]. Отметим, что частотный диапазон, используемый в статье, намного ниже, чем в публикациях зарубежных коллег [1–4].

Какие инструменты могут быть использованы при проектировании ультразвуковых томографов? Первый инструмент — это математическое моделирование. С помощью математического моделирования определены основные параметры томографической схемы, характеристики источников, их количество и расположение в пространстве, параметры приемников и т.д. Однако все результаты моделирования требуют экспериментальной проверки.

Разработанный стенд для ультразвуковых томографических исследований является вторым важнейшим инструментом при проектировании томографа. Стенд позволяет экспериментально проверить правильность основных технических решений, полученных на стадии математического моделирования. Большая часть из этих решений может использоваться при конструировании экспериментального образца томографа для работы с пациентами. Разработанный стенд позволил провести тестирование и отладку источников ультразвукового излучения и определить их оптимальные параметры в томографической схеме. Для регистрации экспериментальных данных использована линейка, состоящая из 96 элементарных приемников, расположенных по вертикали в два ряда.

Разработана программа управления томографическим стендом, обеспечивающая формирование и регистрацию данных в томографической схеме с вращающейся линейкой приемников. Осуществлена комплексная отладка работы стенда. Проведенные на стенде исследования позволили осуществить проверку предложенных технических решений. Проведены модельные расчеты с параметрами, максимально приближенными к интерпретации данных реальных экспериментов на стенде, что демонстрирует предельные возможности разрабатываемых технологий.

2. Постановка 3D коэффициентной обратной задачи ультразвуковой томографии для диагностики мягких тканей в медицине и численные методы ее решения. Важное значение при проектировании томографов имеет томографическая схема экспериментов. На рис. 1 а приведена схема эксперимента с закрепленными источниками и вращающейся вертикально расположенной линейкой приемников.

Изучаемый образец 1 помещен в резервуар с водой, по периметру которого установлены источники зондирующих сигналов 2. Регистрация акустического поля производится линейкой приемников 3 в точках на цилиндрической поверхности, приведенной на рис. 1 б, причем измерения выполняются для каждого возбуждающего сигнала источника.

Для решения обратной задачи необходимо, используя все зарегистрированные данные, восстановить зависимость скорости волны $v(\mathbf{r})$ и коэффициента поглощения $a(\mathbf{r})$ от пространственных координат $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ внутри образца. В основе решения этой задачи лежит скалярное волновое приближение, ко-

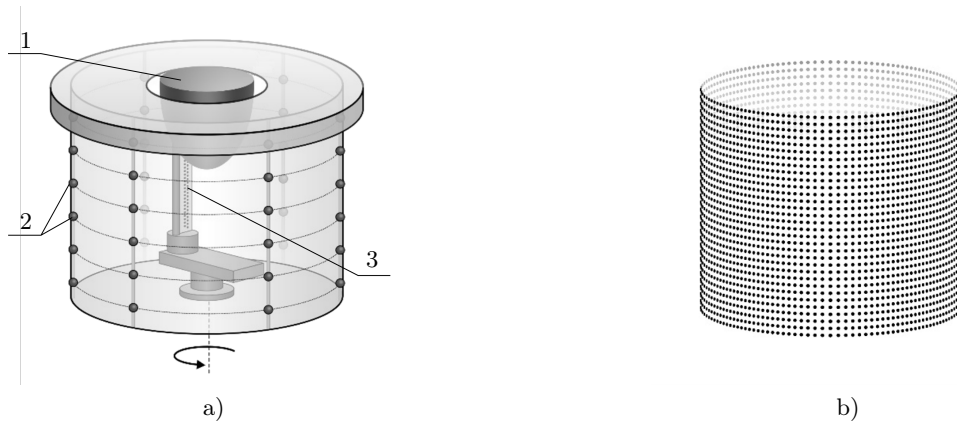


Рис. 1. К постановке обратной задачи ультразвуковой томографии: а) томографическая схема экспериментальной установки; б) точки регистрации экспериментальных данных

Fig. 1. To the formulation of the inverse problem of ultrasound tomography: a) tomographic scheme of the experimental assembly; b) experimental data recording points

торое задается гиперболическим дифференциальным уравнением второго порядка. В рамках этой модели волновое поле $u(\mathbf{r}, t)$ подчиняется уравнению

$$c(\mathbf{r}) u_{tt}(\mathbf{r}, t) + a(\mathbf{r}) u_t(\mathbf{r}, t) - \Delta u(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u(\mathbf{r}, t = 0) = F_0^j(\mathbf{r}), \quad u_t(\mathbf{r}, t = 0) = F_1^j(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где $c(\mathbf{r}) = 1/v^2(\mathbf{r})$, $v(\mathbf{r})$ — скорость распространения волны, а $a(\mathbf{r})$ отвечает за поглощение. Символ Δ обозначает оператор Лапласа, действующий на пространственные координаты. Начальные условия $F_0^j(\mathbf{r})$ и $F_1^j(\mathbf{r})$ задают состояние волнового поля в момент времени после окончания воздействия на среду источника $j = 1, \dots, M$.

Решение задачи ищется путем минимизации функционала невязки между рассчитанным $u(s, j, t; c, a)$ и измеренным волновым полем $U(s, j, t)$, который оценивает отклонение расчетных значений поля от экспериментальных данных:

$$\Phi(c, a) = \sum_{j=1}^M \frac{1}{2} \int_0^T \int_S (u(s, j, t; c, a) - U(s, j, t))^2 ds dt. \quad (3)$$

Минимизация проводится по $(c(\mathbf{r}), a(\mathbf{r}))$. В данном случае волновое поле $u(s, j, t; c, a)$ в точках расположения приемников $s \in S$ за время $t \in T$ представляет собой решение прямой задачи (1), (2) для заданных $c(\mathbf{r})$ и $a(\mathbf{r})$. Величина функционала невязки вычисляется как сумма вкладов для всех положений источника $j = 1, \dots, M$ зондирующего сигнала.

Выражения для градиента $\Phi'(c, a)$ функционала (3) при разных постановках задачи были выведены в работах [8–10]:

$$\begin{aligned} \Phi'_c(\mathbf{r}, c, a) &= \sum_{j=1}^M \int_0^T \frac{1}{2} u_t(\mathbf{r}, j, t; c, a) w_t(\mathbf{r}, j, t; c, a) dt, \\ \Phi'_a(\mathbf{r}, c, a) &= \sum_{j=1}^M \int_0^T \frac{1}{2} u(\mathbf{r}, j, t; c, a) w_t(\mathbf{r}, j, t; c, a) dt, \end{aligned} \quad (4)$$

где $u(\mathbf{r}, j, t; c, a)$ — решение прямой задачи (1), (2), а $w(\mathbf{r}, j, t; c, a)$ — решение “сопряженной” задачи при заданных $c(\mathbf{r})$, $a(\mathbf{r})$ и $u(\mathbf{r}, j, t; c, a)$ [10].

Вычисление градиента (4) требует решения двух задач: прямой (1), (2) и сопряженной. Далее для минимизации функционала невязки применяются итерационные градиентные методы. Обратная задача

решалась численно с использованием конечно-разностного метода по явной схеме. Шаг расчетной сетки и шаг по времени связаны условием устойчивости Куранта. Для дискретизации лапласиана использовался шаблон $5 \times 5 \times 5$ точек сетки [7]. Распараллеливание вычислений проводилось на GPU процессорах.

Решаемая обратная задача относится к классу нелинейных коэффициентных обратных задач. Для такого типа задач минимизируемый функционал невязки может обладать локальными минимумами. Поэтому применение градиентных методов при произвольном выборе начального приближения не гарантирует нахождения глобального минимума. Тем не менее в работе [16] для задач томографии на основе скалярного волнового уравнения получены оценки, которые показывают, что с увеличением длины волны зондирующего сигнала расширяется область тех начальных приближений, из которых градиентная итерационная процедура сходится к глобальному минимуму.

Данный принцип положен в основу итерационного MSM метода для задач волновой томографии [17]. В рамках этого подхода сначала выполняется итерационное решение обратной задачи в низкочастотной части спектра зондирующего импульса, причем стартовое приближение задается в виде констант $v(\mathbf{r}) = v_0$ и $a(\mathbf{r}) = 0$, где v_0 — скорость ультразвука в воде. Использование низких частот обеспечивает устойчивую сходимость итераций к некоторому приближенному решению, которое, однако, характеризуется невысоким пространственным разрешением. На последующих этапах в расчет вводятся более высокие частоты спектра, а в качестве начального приближения для градиентной минимизации берется результат, полученный на предыдущей стадии. Привлечение высокочастотных компонент позволяет достичь высокого разрешения восстановленного решения. На заключительном этапе используется полный спектр зондирующего сигнала. В работе [18] показано, что влияние коэффициента поглощения $a(r)$ на сходимость значительно меньше, чем скорости.

3. Стенд для томографической ультразвуковой диагностики мягких тканей.

3.1. Источники ультразвукового излучения. Важнейшим реконструируемым параметром является скорость распространения ультразвуковых волн. Скорость распространения в воде составляет 1500 м/с. Скорость распространения в мягких тканях человека отличается от скорости в воде не более чем на 10–20%, например, в жировой ткани 1450 м/с, в мышечной ткани 1670 м/с, скорость в пораженных раком тканях 1530–1630 м/с [4, 19]. Таким образом, необходимо научиться восстанавливать скоростной разрез при очень малом контрасте. Все это накладывает жесткие требования на погрешности эксперимента, погрешности модели и алгоритмы реконструкции томографических изображений.

Для генерации акустических волн используются источники ультразвукового излучения, формирующие продольные волны с волновым фронтом близким к сферическому. Тонкая полая пьезокерамическая сфера, металлизированная снаружи и изнутри, вполне может решить эту задачу. Однако наличие даже маленького отверстия в керамике портит диаграмму направленности излучателя. Наличие капельки припоя на положительном и отрицательном электроде добавляет свои артефакты.

На рис. 2 приведена информация о внутренней структуре излучателя. Капелька припоя на внутренней сфере располагается по оси излучателя. Вес капли составляет доли грамма.

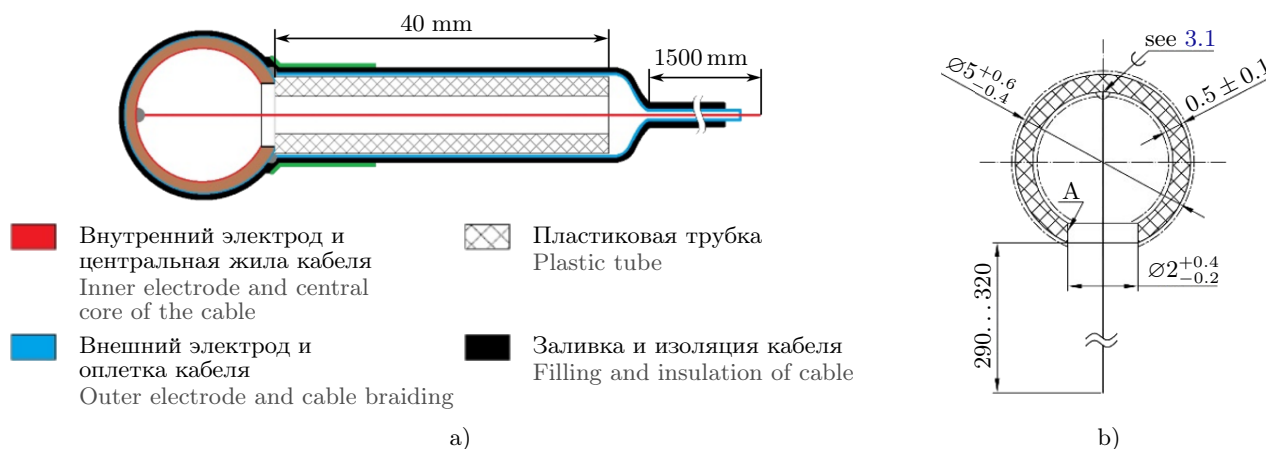


Рис. 2. Устройство ультразвукового излучателя: а) источник излучения в разрезе; б) размеры пьезокерамической сферы

Fig. 2. The structure of the ultrasonic emitter: а) radiation source in section; б) dimensions of the piezoceramic sphere

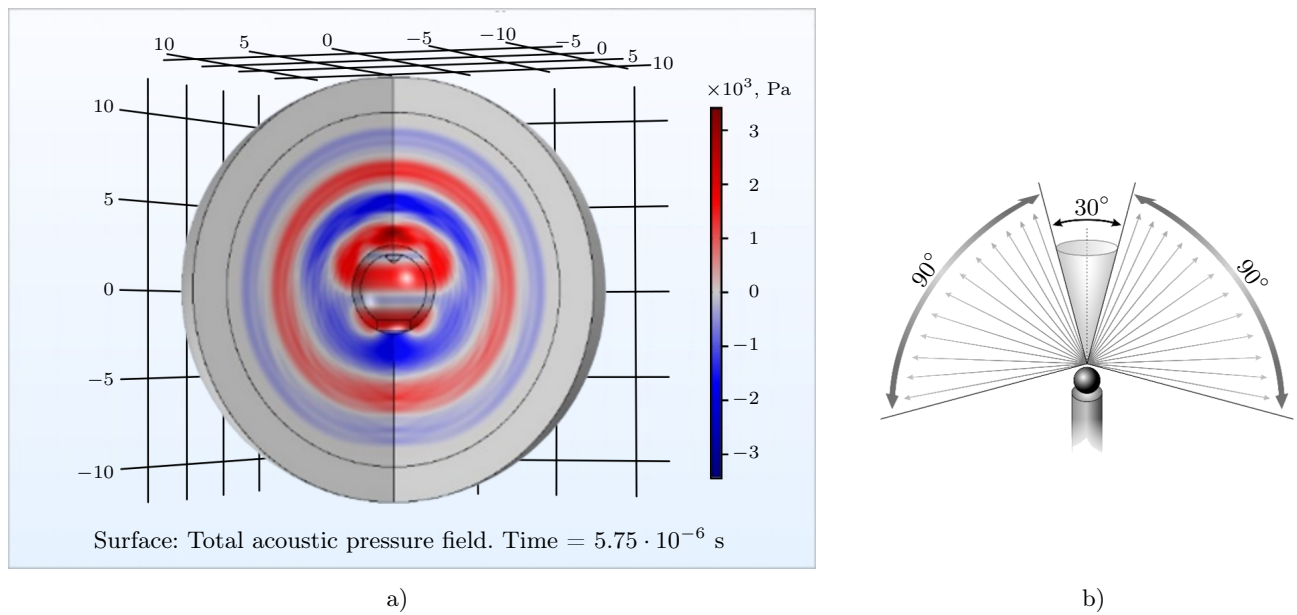


Рис. 3. Диаграмма направленности излучателя: а) результат моделирования в программе COMSOL (сетка в мм); б) рабочая область диаграммы направленности

Fig. 3. Radiation pattern of the radiation source: а) result of modeling in COMSOL (grid cell in mm); б) working area of the radiation pattern

На рис. 3 а приведены характерные особенности диаграммы направленности излучателей, рассчитанные с использованием программы COMSOL [20, 21]. Проведенные расчеты показали, что диаграмма направленности имеет артефакты в осесимметричном конусе с раствором порядка 30° (рис. 3 б). Эксперименты, проведенные на стенде на реальных источниках, подтвердили, что в области с полярными координатами (15...105)° волновой фронт практически не искажен. Именно этот диапазон углов является рабочим для источника. Полученные результаты позволяют сформулировать требования к расположению источников и ориентировке диаграмм направленности в томографической схеме.

На рис. 4 приведена типичная амплитудно-частотная характеристика реального источника ультразвукового излучения как до, так и после заливки керамики герметиком. Как можно видеть из рис. 4,

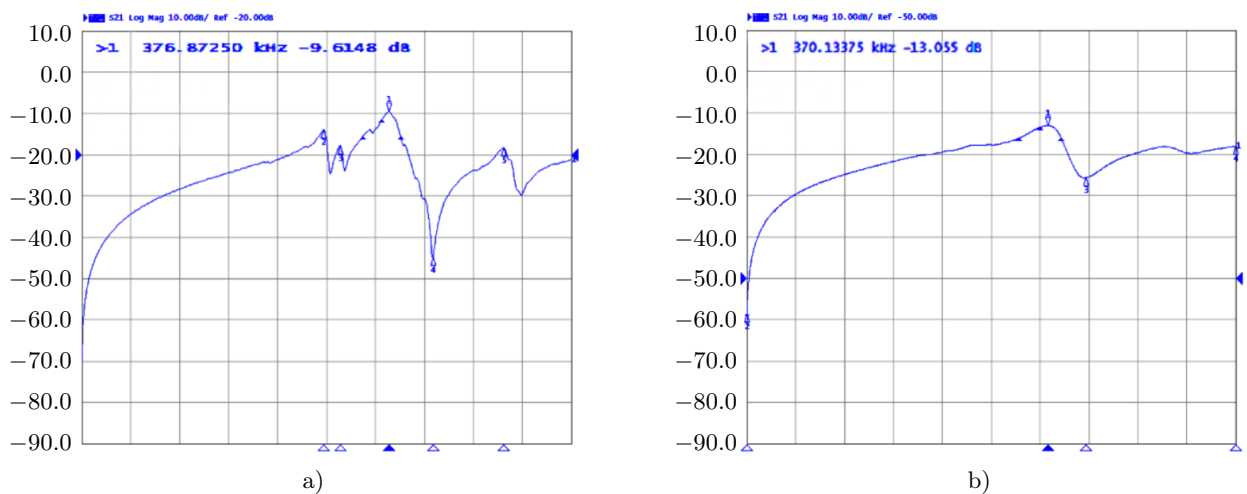


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика источника: а) до заливки керамики герметиком; б) после заливки герметиком

Fig. 4. Amplitude-frequency characteristic of the source: а) before filling the ceramics with sealant; б) after filling with sealant

амплитудно-частотная характеристика после заливки герметиком является более гладкой и вполне подходит для ультразвуковых исследований. Резонансная частота полый сферы равна 350 кГц и находится внутри рабочего диапазона частот от 100 до 700 кГц.

При количестве источников порядка 40–50 добиться абсолютной идентичности источников очень трудно. Поэтому все источники в стенде рассматриваются как индивидуальные, имеющие свои собственные характеристики. Для того чтобы определить эти характеристики, проводится специальный эксперимент. В отсутствие объекта исследования для каждого источника с использованием вращающейся линейки записывается волновой фронт на боковой поверхности цилиндра. Радиус цилиндра определяется расстоянием от оси вращения до линейки приемников. Импульсы регистрируются через каждый поворот линейки на 0.5° . После этого для каждого индивидуального источника решается задача распространения волны в обратном времени, что позволяет реконструировать и сохранить волновой фронт на нескольких последовательных слоях по времени близких к моменту запуска импульса. Таким образом, для каждого источника хранятся индивидуальные начальные данные, используя которые и решая задачу распространения волны в прямом времени, получаем в точности волновое поле конкретного источника с его индивидуальными характеристиками.

3.2. Линейка приемников. В разработанном стенде для регистрации экспериментальных данных используется линейный массив приемников, состоящий из 96 элементов. Каждый приемный элемент по трем измерениям имеет размеры порядка 1 мм. Резонансная частота пьезокерамических приемных элементов превышает верхний предел рабочих частот равный 700 кГц, что обеспечивает равномерную амплитудно-частотную характеристику в рабочем диапазоне частот. На рис. 5 приведены амплитудно-частотные характеристики приемников как до, так и после заливки керамики герметиком. Как видно из рис. 5, амплитудно-частотная характеристика после заливки герметиком стала более гладкой. Из рис. 5 b видно, что в диапазоне от 100 до 700 кГц отсутствуют резонансы.

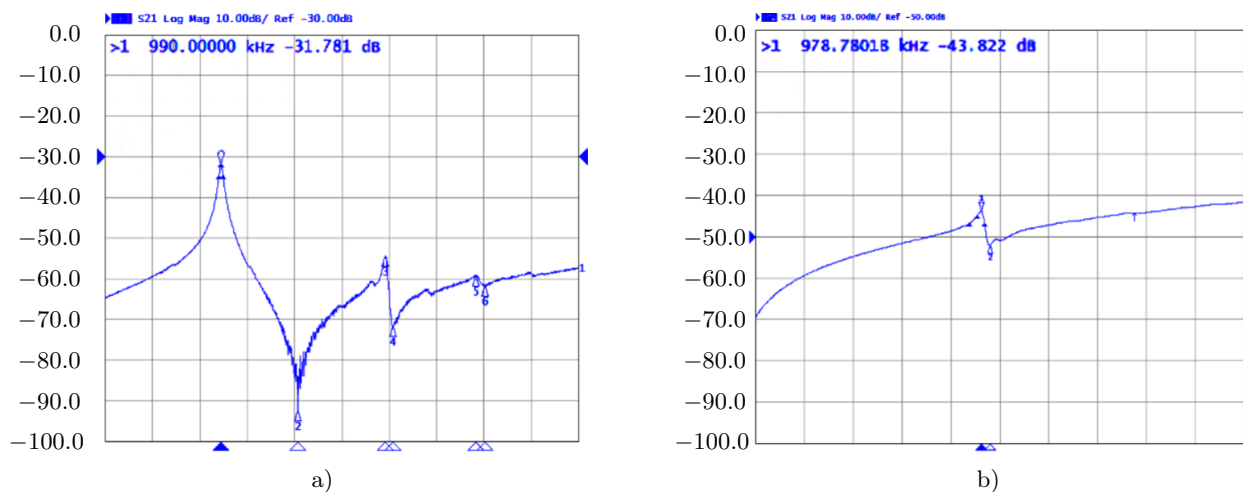


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика приемника: а) до заливки керамики герметиком; б) после заливки герметиком

Fig. 5. Amplitude-frequency characteristic of the receiver: a) before filling the ceramics with sealant; b) after filling with sealant

На рис. 6 представлено расположение элементарных приемников на печатной плате. Линейный массив из 96 приемников располагается в два ряда на верхнем слое трехслойной печатной платы, фрагмент которой приведен на рис. 6 а: большие квадратные площадки предназначены для монтажа элементарных приемников, а маленькие площадки используются для соединения с верхним электродом приемника. На рис. 6 б приведена схема распайки пьезокерамических элементов 4, у которых пара противоположащих граней металлизирована.

Поляризация керамики — от верхнего электрода к нижнему. Нижний электрод монтируется на контактную площадку верхнего слоя многослойной печатной платы. Верхний электрод 5 тонким проводом, длина которого не превышает 3 мм, припаивается на маленькую контактную площадку 6. Внутренние слои платы предназначены для разводки проводников. Цифрой 7 обозначен пенополиэтилен. Все элементы вместе с пенополиэтиленом залиты герметиком.

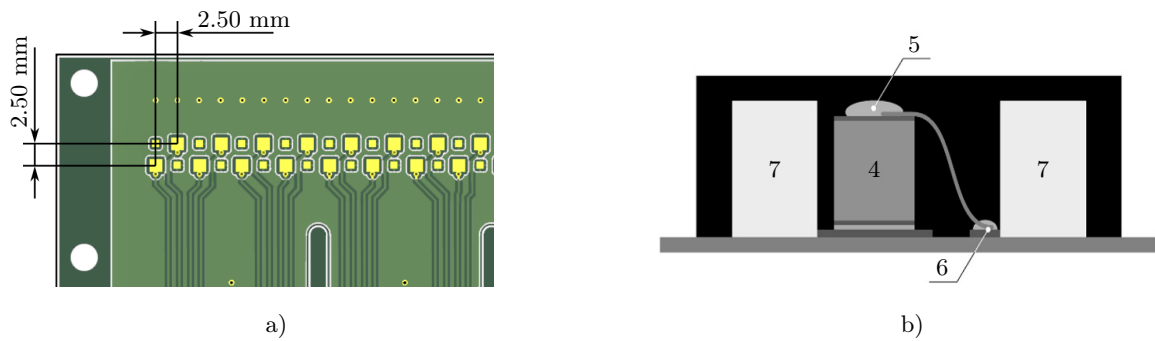


Рис. 6. Расположение элементарных приемников на печатной плате: а) фрагмент печатной платы, содержащий 16 элементарных приемников; б) схема монтажа пьезокерамических приемных элементов на плате

Fig. 6. Arrangement of elementary receivers on the printed circuit board: a) a fragment of a printed circuit board containing 16 elementary receivers; b) a diagram of the installation of piezoceramic receiving elements on the PCB

Стенд позволил провести реальные эксперименты для проверки изготовленных источников, линейки приемников и электронного тракта. Один из результатов экспериментов приведен на рис. 7: записанный во времени неподвижной линейкой приемников в воде импульс от источника в зависимости от номера элементарного приемника. Источник расположен на небольшом расстоянии от линейки напротив 52-го элемента. Характеристики приемников в линейке немного отличаются, в том числе по чувствительности. Тем не менее, нормируя принятый сигнал для каждого элемента, удалось получить примерно одинаковые импульсы, кроме одного 42-го элемента.

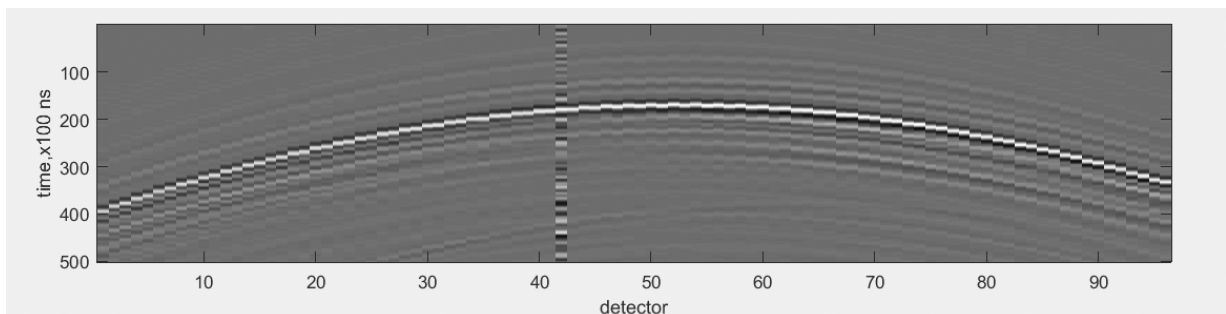


Рис. 7. Записанный линейкой приемников сигнал в реальном эксперименте после нормировки

Fig. 7. The signal recorded by the receiver array in a real experiment after normalization

На рис. 8 приведена фотография разработанного и изготовленного линейного массива приемников с жгутом экранированных проводов для подключения к блоку предварительных усилителей. Провода выходят из акустической ванны через полый вал поворотного механизма линейки приемников. В прин-



Рис. 8. Линейный массив приемников излучения

Fig. 8. Linear array of radiation receivers



Рис. 9. Источник излучения

Fig. 9. Radiation source

ципе, современная электроника позволяет осуществить процедуру предварительного усиления сигнала детекторов, разместив микросхемы усилителей непосредственно на печатной плате.

На рис. 9 представлена фотография одного из разработанных и изготовленных 45 источников ультразвукового излучения. На переднем плане находится залитая герметиком полая сфера, изготовленная из пьезокерамики на основе цирконата-титаната свинца.

3.3. Основные элементы конструкции стенда. На рис. 10 проиллюстрированы основные элементы конструкции стенда, включающие акустическую ванну 8, источники 10 и линейку приемников излучения 11, блок предварительного усиления 13, шаговый двигатель 12, коммутатор источников 9, электронный блок угла поворота линейки 16, шкалу оптического датчика 15.

На рис. 10 а представлен внешний вид стенда, включающий акустическую ванну 8, на боковой поверхности которой снаружи закреплены два коммутатора 9, осуществляющие процедуру переключения источников ультразвукового излучения в электронном тракте. Внизу под акустической ванной располагается шаговый двигатель, прикрепленный к дну акустической ванны. Под двигателем располагается блок предварительного усиления сигналов. После усиления сигналы детекторов поступают на аналогово-цифровой преобразователь.

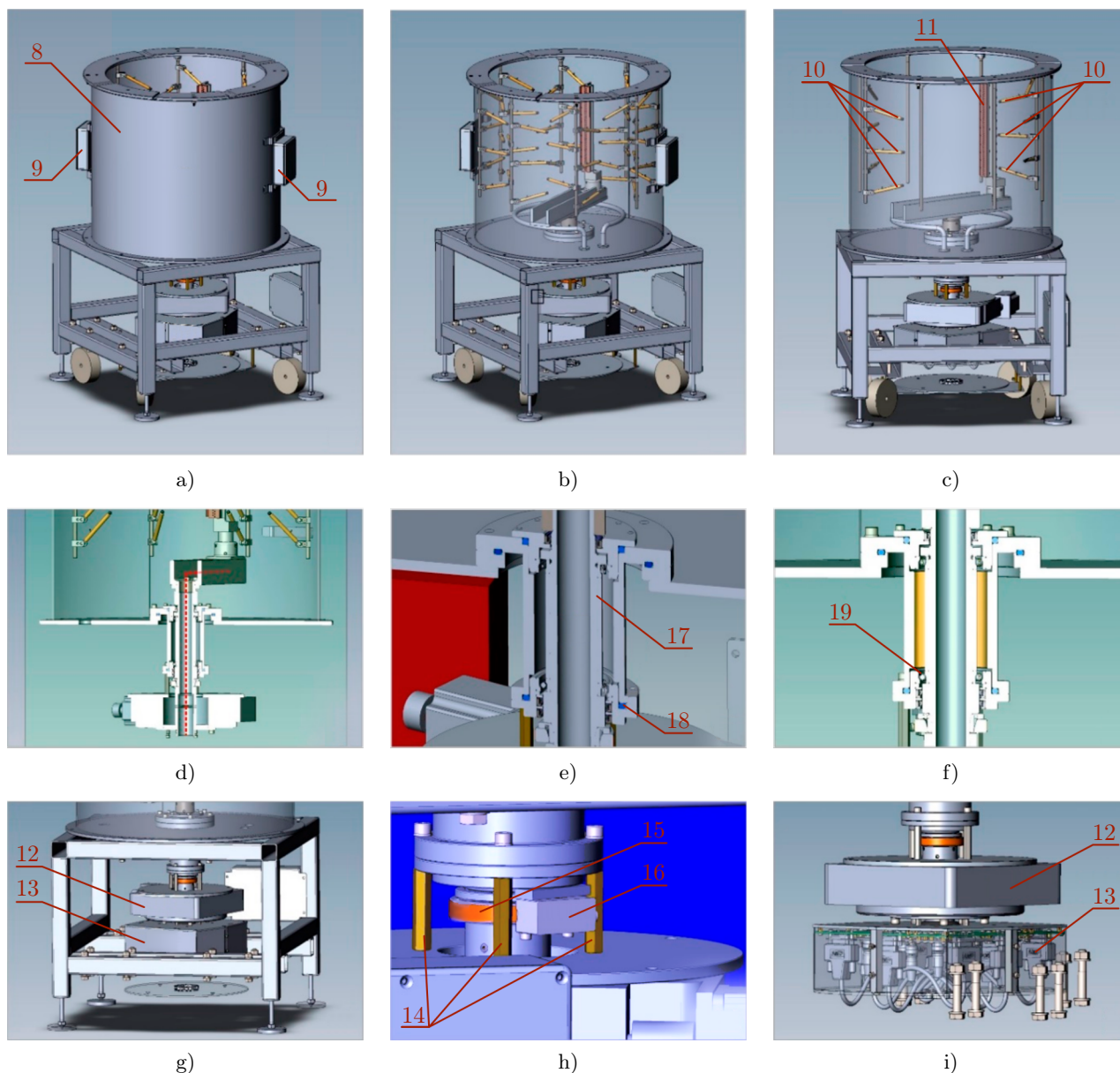


Рис. 10. Основные элементы конструкции стенда

Fig. 10. Main elements of the test bench

На рис. 10b видна вертикально расположенная линейка приемников 11 и источники излучения 10, подкрашенные желтым цветом. Источники прикрепляются с помощью шаровых шарниров к шести стойкам. Крепление с помощью шаровых шарниров позволяет менять положение оси излучателей так, чтобы сектор диаграммы направленности, включающий артефакты, не попадал на исследуемый объект. Для большей наглядности на рис. 10c показаны источники 10, закрепленные только на двух вертикальных стойках.

На рис. 10d приведен разрез механизма вращения линейки приемников. Эта иллюстрация позволяет показать, как жгут проводов от датчиков линейки проходит через горизонтальный швеллер и попадает в полый вал механизма (красный пунктир). Увеличенный фрагмент оси, включающий дейдвудное устройство (полость вала 17, сальник 18), показан на рис. 10e. Важным элементом для обеспечения герметичности соединения является масляный затвор, показанный на рис. 10f. На этом рисунке шарик нижнего подшипника обозначен цифрой 19. Использование двух прецизионных подшипников на расстоянии 10 см обеспечивает высокую точность вращения линейки приемников.

На рис. 10g показан крупный план части стенда, расположенной под акустической ванной, включая датчик положения и шкалу оптического устройства для контроля угла поворота оси линейки, шаговый двигатель 12 в корпусе и блок предварительного усиления 13. На рис. 10h видны три шпильки 14 крепления двигателя к корпусу акустической ванны, шкала оптического датчика 15 и электронный блок 16 регистрации углового положения линейки. На рис. 10i показано полупрозрачно устройство предварительного усиления, состоящее из четырех блоков по 24 канала каждый.

4. Электронный тракт и программный комплекс управления стендом. Электронный тракт стенда включает в себя задающий генератор, усилитель мощности, коммутатор источников излучения, микроконтроллер, оптический датчик угла поворота линейки приемников, узел синхронизации, предусилители регистрируемых сигналов, регистратор данных.

Электронный тракт обеспечивает генерацию сигналов источников, их усиление и регистрацию акустических сигналов линейного массива приемников. Сбор экспериментальных данных осуществляется за один оборот линейки. Каждый из источников за это время посылает зондирующий сигнал порядка 800 раз, объем зарегистрированных данных может достигать 20 ГБ, время сбора данных порядка 5 мин.

Функциональная схема системы сбора данных и управления приведена на рис. 11. В процессе сбора данных программируемый контроллер 6 управляет вращением электропривода 7 линейки детекторов 11 и периодически через формирователь импульсов 9 передает в регистратор 1 “АВГУР” сигнал, разрешающий преобразование. Регистратор 1 в момент начала преобразования формирует короткий импульс, поступающий на узел синхронизации 2.

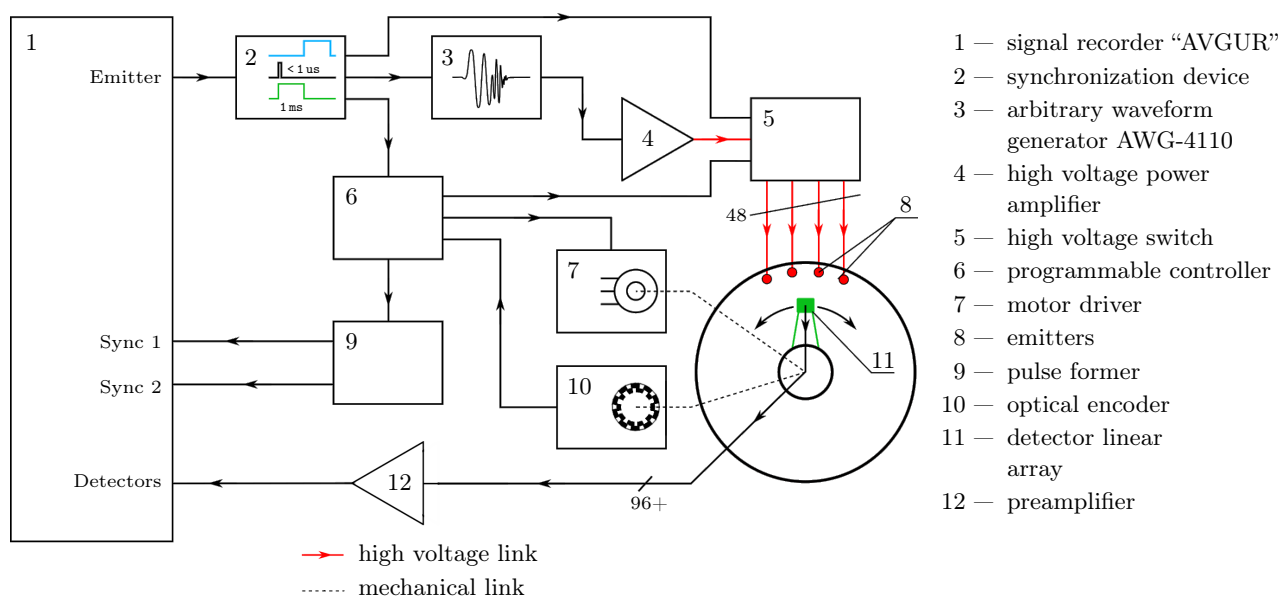


Рис. 11. Функциональная схема системы сбора данных и управления

Fig. 11. Functional diagram of the data acquisition and control system

По фронту этого импульса запускается генератор сигналов произвольной формы 3 (рис. 11). Для генерации сигналов используется промышленный генератор AWG-4110 (125 МГц, 14 бит ЦАП). Для используемой стендом полосы частот сигналов достаточно частоты отсчетов 10 МГц ЦАП, возможности генератора значительно превышают это требование. Генератор формирует зондирующий сигнал длительностью порядка 50 мкс. Обычно это линейно частотно-модулированный сигнал с амплитудой, зависящей от частоты. Частота сигнала меняется примерно от 100 до 700 кГц. Амплитуда каждой частоты в сигнале настраивается так, чтобы компенсировать неравномерности по амплитуде амплитудно-частотных характеристик излучателей и приемников и получить у принятого акустического сигнала амплитудно-частотную характеристику близкую к равномерной по амплитуде. Излучатели имеют резонансную частоту около 350 кГц, и для компенсации резонанса амплитуда сигнала в окрестности резонансной частоты значительно уменьшается.

Сигнал поступает на усилитель мощности 4 (рис. 11), на выходе которого сигнал может достигать ± 100 В, 2 А. Далее через коммутатор 5 сигнал поступает на один из излучателей 8, выбранный контроллером. Общее количество излучателей 40–64. Одновременно контроллер по сигналу синхронизирующего узла 2 опрашивает датчик угла поворота 10 и записывает точное положение детекторов, в котором был запущен каждый зондирующий импульс.

Принятый детекторами 11 акустический сигнал усиливается блоком предусилителей 12 (рис. 11) с уровня 15 мВ до 300 мВ, и усиленный сигнал поступает в регистратор 1. Длительность регистрации составляет около 250 мкс, частота оцифровки регистратора 12.5 МГц, точность 12 бит.

Через 1 мс после запуска зондирующего импульса узел синхронизации 2 переключает коммутатор 5 на следующий излучатель. Частота следования зондирующих импульсов составляет 100–500 Гц. За один оборот линейки детекторов формируется порядка 40000 зондирующих импульсов. Сигнал каждого излучателя регистрируется на 800–1000 точках окружности каждым детектором. Собранные данные представляют собой оцифрованные сигналы, которые сохраняются регистратором, а также углы поворота детекторов для каждого сигнала, которые сохраняются микроконтроллером.

Основные функции по управлению стендом осуществляются контроллером 6 по программе, написана на языке C++. Разработанная система сбора данных и управления обеспечивает формирование управляющих сигналов, формирование зондирующих ультразвуковых импульсов и регистрацию сигналов, полученных от детекторов. Осуществлена комплексная отладка разработанного стенда, которая проводилась в двух вариантах без фантомов и при наличии фантомов с акустическими параметрами близкими к акустическим параметрам внутренних органов человека.

5. Модельный расчет реконструкции 3D изображений фантома с параметрами близкими к акустическим параметрам внутренних органов человека. Целью проведенных модельных расчетов является определение предельных возможностей томографической схемы, приведенной на рис. 1. Расчеты проводились с 45 закрепленными на акустической ванне источниками с линейкой приемников из 96 элементов. Для каждого источника с помощью решения прямой задачи были сгенерированы данные волнового фронта на цилиндрической поверхности так, как показано на рис. 1 б. Шаги по вертикали и по углу регистрации данных полностью соответствуют шагам на стенде в реальном эксперименте. Обратная задача решалась с помощью итерационных методов, приведенных в разделе 2.

Объект исследования (фантом) представляет собой силиконовый цилиндр, содержащий неоднородности, моделирующие разные биоткани человека (рис. 12). Акустические характеристики фантома приближены к акустическим параметрам человеческих мягких тканей. Сложность диагностики мягких биотканей связана с низким уровнем контраста: различия скорости ультразвука в воде и биологических средах, а также между здоровыми и пораженными раком участками, не превышают 10–20%.

На рис. 12 показана трехмерная модель объекта исследования. Внутренность силиконового цилиндра содержит заполненные водой полости и вставки с повышенной и пониженной скоростью ультразвука. Габариты фантома: диаметр около 60 мм, высота около 180 мм.

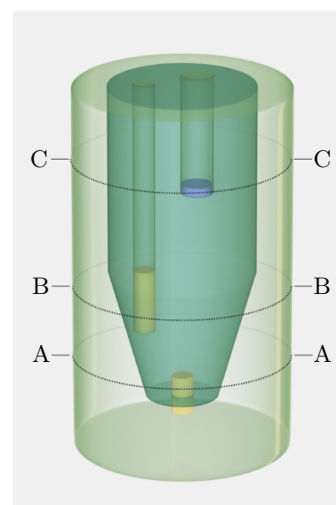


Рис. 12. 3D модель фантома
Fig. 12. 3D model of the phantom

Вычисления проводились на прямоугольной сетке с равномерным шагом. Хотя источники и приемники располагаются на цилиндрической поверхности, расчетная область была выбрана в виде куба. Это связано с тем, что за цилиндрической поверхностью в расчетах располагается поглощающий слой, который гасит расходящиеся волны от источника. Чем больше размеры этого слоя, тем больше при расчетах “поглощается” волна. Кроме того, для области в виде куба упрощаются как реализация параллельного алгоритма на GPU, так и постановка граничных условий. Размер расчетной области равен $296 \times 296 \times 296$ мм, что полностью соответствует размерам на стенде в реальном эксперименте, и включает в себя положения источников и приемников.

Подчеркнем, что рассматриваемая обратная задача является трехмерной, где восстанавливаются две неизвестные функции: скорость и поглощение как функции трех пространственных координат. Однако для пользователей удобно представлять данные в виде двумерных сечений. Примем, что продольная ось цилиндра совпадает с координатной осью z , а плоскость xy проходит перпендикулярно оси. Результаты реконструкции трехмерной функции скорости будем представлять в виде сечений в плоскостях $y = \text{const}$ или $z = \text{const}$.

На рис. 13 представлены восстановленные вертикальные сечения распределения скорости звука в плоскостях $y = \text{const}$. В силиконе скорость звука 1.44 км/с, что лишь на 5% отличается от аналогичного показателя для воды. На рисунках отчетливо видны вставки с повышенной скоростью 1.78 км/с и пониженной скоростью 1.25 км/с. Скорость звука в полостях (заполнены водой) практически идентичны скорости в окружающей воде.

На рис. 14 показаны реконструированные горизонтальные срезы ($z = \text{const}$) скоростного распределения внутри фантома в сечениях, обозначенных на рис. 13 а. В сечениях А–А и В–В присутствуют вставки с повышенной скоростью, в сечении С–С — полость и вставка с пониженной скоростью.

Рис. 13, 14 демонстрируют вертикальные и горизонтальные срезы скорости звука $c(\mathbf{r})$, полученные на финальном этапе MSM метода с расширенной полосой частот (100–700 кГц). Восстановление скоростного профиля проводилось в три этапа согласно описанию в разделе 2. На первом этапе MSM метода в качестве стартового приближения бралась константа скорости звука. Было выполнено 6 итераций итерационного процесса на расчетной сетке 0.8 мм и средней длине волны 11.5 мм (частота около 130 кГц). На втором и третьем этапах в качестве начального приближения бралось приближенное решение, полученное на предыдущем этапе. На втором этапе выполнено 6 итераций итерационного процесса на расчетной сетке 0.8 мм и средней длине волны 7.2 мм (частота около 200 кГц). На третьем этапе выполнено 16 итераций итерационного процесса на расчетной сетке 0.4 мм и средней длине волны 3.6 мм (частота около 400 кГц), размер расчетной сетки 740^3 точек.

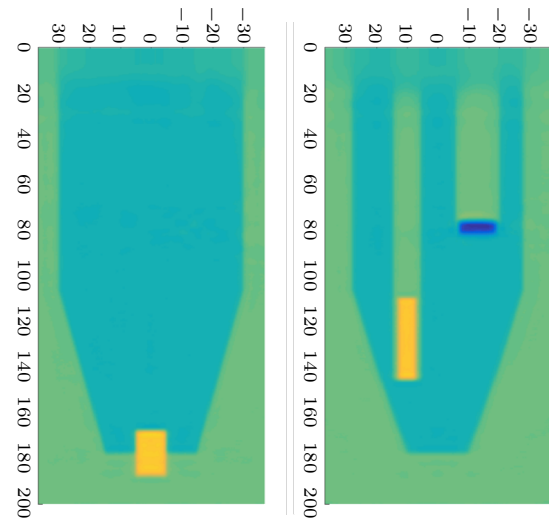


Рис. 13. Реконструированные сечения скорости в вертикальных плоскостях $y = \text{const}$

Fig. 13. Reconstructed sections of the speed of sound in vertical planes $y = \text{const}$

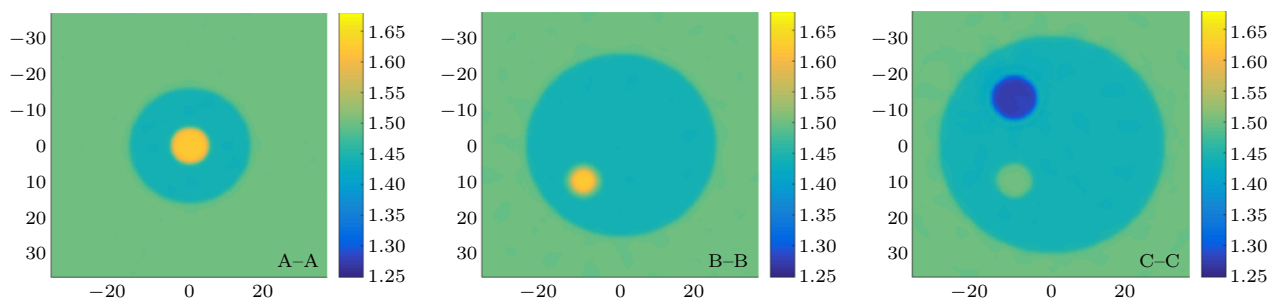


Рис. 14. Реконструированные сечения скорости звука в горизонтальных плоскостях $z = \text{const}$

Fig. 14. Reconstructed sections of the speed of sound in horizontal planes $z = \text{const}$

MSM метод обеспечивает сходимость итерационного алгоритма к глобальному минимуму и заметно ускоряет вычисления, поскольку на ранних этапах расчеты допустимы на грубой сетке. Шаг сетки на первом и третьем этапах отличается в 2 раза. Это означает, что количество вычислительных операций, требуемых на одну итерацию на первом этапе меньше в $2^4 = 16$ раз, поскольку объем вычислений растет как n^4 , где n — размер сетки по одной координате.

Материал фантома обладает малым коэффициентом поглощения. Несмотря на малость поглощения, учет этого параметра в математической модели необходим для ее адекватности реальности и получения качественной картины распределения скорости звука.

Модельные результаты показали, что предложенный метод обеспечивает высокое разрешение как по пространству (порядка 2 мм), так и по контрасту. Модельный расчет по параметрам максимально приближен к интерпретации данных реальных экспериментов на стенде.

Предложенные в статье итерационные методы решения коэффициентных обратных задач ультразвуковой томографии имеют одну особенность, которая позволяет легко распараллелить вычисления на суперкомпьютере. На каждой итерации для каждого из источников решается прямая задача расчета прохождения ультразвуковой волны через исследуемый объект для получения смоделированного сигнала на детекторах. После этого в обратном времени решается сопряженная задача. Эти вычисления могут выполняться независимо для каждого источника. После того как все сопряженные задачи решены, может быть вычислен градиент путем суммирования значений для каждого источника. Это единственная операция, которая требует обмена данными и занимает незначительное время. Решение таких задач идеально ложится на архитектуру GPU платформы. Модельные расчеты проводились на суперкомпьютере “Ломоносов-2” [22]. Время расчетов составило порядка 20 GPU-часов на NVidia V100. Для решения задачи использовано 7 ГБ памяти GPU и 25 ГБ дискового пространства.

6. Заключение. Статья посвящена проектированию ультразвукового томографа для медицинской диагностики мягких тканей человека. Одной из важнейших задач при проектировании является оптимизация томографической схемы. В статье используется томографическая схема с закрепленными источниками и вращающейся линейкой приемников. Для этой схемы определены оптимальные параметры, к которым в первую очередь относятся диапазон частот, характеристики источников, характеристики элементарных приемников в линейке и их относительное расположение, количество источников и их пространственное расположение в акустической ванне, частота оцифровки и др. Для определения оптимальных параметров использовалось математическое моделирование.

Для экспериментальной проверки всех предложенных технических решений был разработан стенд. Разработана программа управления стендом, управление осуществляется с помощью контроллера с программируемым процессором. Программа написана на языке C++. Осуществлено комплексное тестирование функционирования стенда.

Проведены модельные расчеты по реконструкции в обратной задаче по параметрам, максимально приближенным к интерпретации данных реальных экспериментов на стенде для ультразвуковых томографических исследований в медицине. Получены модельные реконструированные 3D ультразвуковые изображения фантома с акустическими параметрами близкими к акустическим параметрам человека, которые демонстрируют предельные возможности разрабатываемых технологий.

Рассматриваемая в статье коэффициентная обратная задача является нелинейной. Из-за нелинейности функционал невязки имеет локальные минимумы. Это приводит к тому, что градиентные итерационные методы минимизации могут не сходиться к решению задачи. Для решения этой проблемы используется MSM метод, который на первых этапах использует только низкочастотные части экспериментально записанных импульсов.

Список литературы

1. Hopp T., Zapf M., Fernandez-Lago L., Feldbusch F., et al. First imaging results with the new generation of the KIT 3D ultrasound tomography device // Proc. SPIE Medical Imaging 2023: Ultrasonic Imaging, Tomography, San Diego, California, USA, April 10, 2023. SPIE, vol. 12470, 2023. doi 10.1117/12.2653349.
2. Martiartu N.K., Boehm C., Fichtner A. 3-D Wave-Equation-Based Finite-Frequency Tomography for Ultrasound Computed Tomography // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. 2020. 67, N 7. 1332–1343.
3. Duric N., Littrup P., Schmidt S., et al. Breast imaging with the SoftVue Imaging system: First results // Proc. SPIE Medical Imaging 2013: Ultrasonic Imaging, Tomography, and Therapy. Florida, USA, March 29, 2013. SPIE, 2013. vol. 8675. doi 10.1117/12.2002513.
4. Wiskin J., Borup D.T., Johnson S.A., Berggren M. Non-linear inverse scattering: High resolution quantitative breast tissue tomography // J. Acoust. Soc. Am. 2012. 131. 3802–3813. doi 10.1121/1.3699240.
5. Румянцева О.Д., Шуруп А.С., Зотов Д.И. Восстановление скорости звука, плотности, коэффициента поглощения и его частотной зависимости в многочастотном режиме томографирования // Акустический журнал. 2025. 71, № 6. 866–880. doi 10.7868/S3034500625060105. https://www.akzh.ru/pdf/2025_6_866-880.pdf. Дата обращения: 27 июля 2026 г.
6. Гончарский А.В., Романов С.Ю., Серёжников С.Ю. Низкочастотная ультразвуковая томография: математические методы и эксперимент // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. 2019. N 1. 40–47. <https://vmu.phys.msu.ru/file/2019/1/19-1-040.pdf>. Дата обращения: 27 июля 2026 г.
7. Goncharsky A., Seryozhnikov S. Supercomputer Simulations in Development of 3D Ultrasonic Tomography Devices // Supercomputing. RuSCDays. 2020. vol. 1331, 353–364. doi 10.1007/978-3-030-64616-5_31.
8. Natterer F. Possibilities and Limitations of Time Domain Wave Equation Imaging // Contemporary Mathematics, 2011. Am. Math. Soc. Press, Providence, 2011, vol. 559, pp. 151–162. doi 10.1090/conm/559/11077.
9. Beilina L., Klibanov M.V., Kokurin M.Y. Adaptivity with relaxation for ill-posed problems and global convergence for a coefficient inverse problem // J. Math. Sci. 2010. 167, N 3. 279–325. doi 10.1007/s10958-010-9921-1.
10. Goncharsky A.V., Romanov S.Y. Iterative methods for solving coefficient inverse problems of wave tomography in models with attenuation // Inverse Problems. 2017. 33, N 2. 025003. doi 10.1088/1361-6420/33/2/025003.
11. Borup D.T., Johnson S.A., Kim W.W., Berggren M.J. Nonperturbative diffraction tomography via Gauss-Newton iteration applied to the scattering integral equation // Ultrasonic Imaging. 1992. 14, N 1. 69–85. doi 10.1016/0161-7346(92)90073-5.
12. Métivier L., Brossier R., Méricot Q., Oudet E., Virieux J. An optimal transport approach for seismic tomography: application to 3D full waveform inversion // Inverse Problems. 2016. 32, N 11. 115008. doi 10.1088/0266-5611/32/11/115008.
13. Haddadin O.S., Ebbini E.S. Imaging strongly scattering media using a multiple frequency distorted Born iterative method // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1998. 45, N 6. 1485–1496. doi 10.1109/58.738288.
14. Virieux J., Operto S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics // Geophysics. 2009. 74, N 6. WCC1–WCC26. doi 10.1190/1.3238367.
15. Bunks C., Saleck F.M., Zaleski S., Chavent G. Multiscale seismic waveform inversion // Geophysics. 1995. 60, N 5. 1457–1473. doi 10.1190/1.1443880.
16. Goncharsky A.V., Romanov S.Y., Seryozhnikov S.Y. On mathematical problems of two-coefficient inverse problems of ultrasonic tomography // Inverse Problems. 2024. 40, N 4. 045026. doi 10.1088/1361-6420/ad2aa9.
17. Goncharsky A.V., Romanov S.Y., Seryozhnikov S.Y. Multistage Iterative Method to Tackle Inverse Problems of WaveTomography // Supercomputing Frontiers and Innovations. 2022. 9, N 1, 87–107. doi 10.14529/jsfi220106.
18. Goncharsky A., Romanov S., Seryozhnikov S. On the Problems of Convergence of Iterative Methods for Solving Two-Coefficient Inverse Problems of Ultrasound Tomography // Proc. in Supercomputing, RuSCDays 2024. Lecture Notes in Computer Science, V. Voevodin, A. Antonov, D. Nikitenko eds. (Springer, Cham, 2025), vol. 15406, pp. 111–125. doi 10.1007/978-3-031-78459-0_9.
19. Chang C.H., Huang S.W., Yang H.C., Chou Y.H., Li P.C. Reconstruction of ultrasonic sound velocity and attenuation coefficient using linear arrays: clinical assessment // Ultrasound in medicine & biology. 2007. 33, N 11. 1681–1687. doi 10.1016/j.ultrasmedbio.2007.05.012.
20. Введение в COMSOL Multiphysics. https://cdn.comsol.com/doc/5.4/IntroductionToCOMSOLMultiphysics.ru_RU.pdf. (Дата обращения: 27.07.2026).
21. Федорова Н.В. Исследование сеточной сходимости в задаче гидроакустических сигналов в COMSOL Multiphysics // Химическая физика и мезоскопия. 2025. 27, N 1. 55–61. doi 10.62669/17270227.2025.1.6.

22. Voevodin V.I., Antonov A., Nikitenko D., Shvets P., Sobolev S., Sidorov I., Stefanov K., Voevodin V.I., Zhumatiy S. Supercomputer Lomonosov-2: Large Scale, Deep Monitoring and Fine Analytics for the User Community // Supercomputing Frontiers and Innovations. 2019. 6, N 2. 4–11. doi 10.14529/jsfi190201.

Получена
20 июня 2026 г.

Принята
26 июня 2026 г.

Опубликована
30 июля 2026 г.

Информация об авторах

Александр Владимирович Гончарский — д.ф.-м.н., заведующий лабораторией; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Ленинские горы, 1, стр. 4, 119234, Москва, Российская Федерация.

Иван Иванович Мокан — программист; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Ленинские горы, 1, стр. 4, 119234, Москва, Российская Федерация.

Дмитрий Владимирович Мельник — инженер; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Ленинские горы, 1, стр. 4, 119234, Москва, Российская Федерация.

Сергей Юрьевич Романов — д.ф.-м.н., вед. науч. сотр.; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Ленинские горы, 1, стр. 4, 119234, Москва, Российская Федерация.

Сергей Юрьевич Серёжников — к.ф.-м.н., инженер; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Ленинские горы, 1, стр. 4, 119234, Москва, Российская Федерация.

References

1. T. Hopp, M. Zapf, L. Fernandez-Lago, F. Feldbusch, et al., “First imaging results with the new generation of the KIT 3D ultrasound tomography device,” *Proc. SPIE Medical Imaging 2023: Ultrasonic Imaging and Tomography, San Diego, California, USA, April 10, 2023* (SPIE, vol. 12470, 2023). doi 10.1117/12.2653349.
2. N. K. Martiartu, C. Boehm, and A. Fichtner, “3-D Wave-Equation-Based Finite-Frequency Tomography for Ultrasound Computed Tomography,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, **67** (7), 1332–1343 (2020). doi 10.1109/TUFFC.2020.2972327.
3. N. Duric, P. Littrup, S. Schmidt, et al., “Breast imaging with the SoftVue Imaging system: First results,” *Proc. SPIE Medical Imaging 2013: Ultrasonic Imaging and Tomography, and Therapy, Florida, USA, March 29, 2013* (SPIE, vol. 8675, 2013). doi 10.1117/12.2002513.
4. J. Wiskin, D. T. Borup, S. A. Johnson, and M. Berggren, “Non-linear inverse scattering: High resolution quantitative breast tissue tomography,” *J. Acoust. Soc. Am.* **131** (5), 3802–3813 (2012). doi 10.1121/1.3699240.
5. O. D. Romyantseva, A. S. Shurup and D. I. Zotov, “Reconstruction of the Sound Speed, Density, Absorption Coefficient, and Its Frequency Dependence in Multifrequency Tomography Mode,” *Acoustical Physics* **71** (6), 928–941 (2025). doi 10.1134/S1063771025601372.
6. A. V. Goncharsky, S. Y. Romanov and S. Y. Seryozhnikov, “Low-Frequency Ultrasonic Tomography: Mathematical Methods and Experimental Results,” *Moscow University Physics Bulletin* **74** (1), 43–51 (2019). doi 10.3103/S0027134919010090.
7. A. Goncharsky and S. Seryozhnikov, “Supercomputer Simulations in Development of 3D Ultrasonic Tomography Devices,” in *Communications in Computer and Information Science*, V. Voevodin, S. Sobolev eds. (Springer, Cham, 2020), vol. 1331, pp. 353–364. doi 10.1007/978-3-030-64616-5_31.
8. F. Natterer, “Possibilities and Limitations of Time Domain Wave Equation Imaging,” in *Contemporary Mathematics* (Am. Math. Soc. Press, Providence, 2011), vol. 559, pp. 151–162. doi 10.1090/conm/559/11077.
9. L. Beilina, M. V. Klibanov, and M. Y. Kokurin, “Adaptivity with relaxation for ill-posed problems and global convergence for a coefficient inverse problem,” *J. Math. Sci.* **167** (3), 279–325 (2010). doi 10.1007/s10958-010-9921-1.



10. A. V. Goncharsky, S. Y. Romanov, “Iterative methods for solving coefficient inverse problems of wave tomography in models with attenuation,” *Inverse Problems* **33** (2), 025003 (2017). doi [10.1088/1361-6420/33/2/025003](https://doi.org/10.1088/1361-6420/33/2/025003).
11. D. T. Borup, S. A. Johnson, W. W. Kim, and M. J. Berggren, “Nonperturbative diffraction tomography via Gauss–Newton iteration applied to the scattering integral equation,” *Ultrasonic Imaging* **14** (1), 69–85 (1992). doi [10.1016/0161-7346\(92\)90073-5](https://doi.org/10.1016/0161-7346(92)90073-5).
12. L. Métivier, R. Brossier, Q. Mérogot, E. Oudet, and J. Virieux, “An optimal transport approach for seismic tomography: application to 3D full waveform inversion,” *Inverse Problems* **32** (11), 115008 (2016). doi [10.1088/0266-5611/32/11/115008](https://doi.org/10.1088/0266-5611/32/11/115008).
13. O. S. Haddadin and E. S. Ebbini, “Imaging strongly scattering media using a multiple frequency distorted Born iterative method,” *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* **45** (6), 1485–1496 (1998). doi [10.1109/58.738288](https://doi.org/10.1109/58.738288).
14. J. Virieux and S. Operto, “An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics,” *Geophysics* **74** (6), WCC1–WCC26 (2009). doi [10.1190/1.3238367](https://doi.org/10.1190/1.3238367).
15. C. Bunks, F. M. Saleck, S. Zaleski, and G. Chavent, “Multiscale seismic waveform inversion,” *Geophysics* **60** (5), 1457–1473 (1995). doi [10.1190/1.1443880](https://doi.org/10.1190/1.1443880).
16. A. V. Goncharsky, S. Y. Romanov, and S. Y. Seryozhnikov, “On mathematical problems of two-coefficient inverse problems of ultrasonic tomography,” *Inverse Problems* **40** (4), 045026 (2024). doi [10.1088/1361-6420/ad2aa9](https://doi.org/10.1088/1361-6420/ad2aa9).
17. A. V. Goncharsky, S. Y. Romanov, and S. Y. Seryozhnikov, “Multistage Iterative Method to Tackle Inverse Problems of Wave Tomography,” *Supercomput. Front. Innov.* **9** (1), 87–107 (2022). doi [10.14529/jsfi220106](https://doi.org/10.14529/jsfi220106).
18. A. Goncharsky, S. Romanov, S. Seryozhnikov, “On the Problems of Convergence of Iterative Methods for Solving Two-Coefficient Inverse Problems of Ultrasound Tomography,” *Proc. in Supercomputing, RuSCDays 2024. Lecture Notes in Computer Science, V. Voevodin, A. Antonov, D. Nikitenko eds.* (Springer, Cham, 2025), vol. 15406, pp. 111–125. doi [10.1007/978-3-031-78459-0_9](https://doi.org/10.1007/978-3-031-78459-0_9).
19. C. H. Chang, S. W. Huang, H. C. Yang, Y. H. Chou, and P. C. Li, “Reconstruction of ultrasonic sound velocity and attenuation coefficient using linear arrays: clinical assessment,” *Ultrasound in medicine & biology* **33** (11), 1681–1687 (2007). doi [10.1016/j.ultrasmedbio.2007.05.012](https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2007.05.012).
20. Introduction to COMSOL Multiphysics. <https://cdn.comsol.com/doc/5.4/IntroductionToCOMSOLMultiphysics.pdf>. Cited July 27, 2026.
21. N. V. Fedorova “Investigation of grid convergence in hydroacoustic signal simulation problem in the COMSOL Multiphysics,” *Chemical physics and mesoscopy*. **27** (1), 55–61 (2025). doi [10.62669/17270227.2025.1.6](https://doi.org/10.62669/17270227.2025.1.6). [in Russian].
22. Vl. V. Voevodin, A. S. Antonov, D. A. Nikitenko, P. A. Shvets, S. I. Sobolev, I. Y. Sidorov, K. S. Stefanov, Vad. V. Voevodin, S. A. Zhumatiy, “Supercomputer Lomonosov-2: Large Scale, Deep Monitoring and Fine Analytics for the User Community,” *Supercomput. Front. Innov.* **6** (2), 4–11 (2019). doi [10.14529/jsfi190201](https://doi.org/10.14529/jsfi190201).

Received
June 20, 2026

Accepted
June 26, 2026

Published
July 30, 2026

Information about the authors

Alexander V. Goncharsky — Dr. Sci., Head of Laboratory; Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Leninskie Gory, 1, building 4, 119234, Moscow, Russia.

Ivan I. Makan — Programmer; Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Leninskie Gory, 1, building 4, 119234, Moscow, Russia.

Dmitry V. Melnik — Engineer; Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Leninskie Gory, 1, building 4, 119234, Moscow, Russia.

Sergey Y. Romanov — Dr. Sci., Leading Scientist; Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Leninskie Gory, 1, building 4, 119234, Moscow, Russia.

Sergey Y. Seryozhnikov — Ph. D., Engineer; Lomonosov Moscow State University, Research Computing Center, Leninskie Gory, 1, building 4, 119234, Moscow, Russia.