

УДК 518.5:533.6

УДАРНО-ВОЛНОВЫЕ СТРУКТУРЫ В РЕАЛЬНЫХ ГАЗАХ: ПЕРЕХОД МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ ТИПАМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СКАЧКОВ В ОБЛАСТИ НЕЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ

Г. А. Тарнавский¹, А. Г. Тарнавский²

Рассмотрены физические аспекты неединственности ударно-волновых структур, возникающих в сверх- и гиперзвуковых потоках. Проанализированы термодинамические условия, определяющие области двойного решения, и исследованы возможные сценарии изменения газодинамических картин течения вблизи границы перехода “маховское/регулярное отражение”.

Ключевые слова: ударно-волновые структуры, газодинамика течений, маховское отражение, математическое моделирование, численные методы, уравнения Эйлера.

1. Введение. Технические характеристики современной компьютерной техники и развитие методов математического моделирования сделали возможным исследование пространственных высокоскоростных течений газа с образованием сложных ударно-волновых структур в потоке. При этом все более и более актуальным становится изучение проблем неединственности и гистерезиса получаемых численных решений, анализа их адекватности реальным физическим процессам. Однако следует отметить, что пока еще превалирует достаточно распространенный в газовой динамике подход к проблеме с позиций механики, иногда даже слишком математизированный подход с анализом классических газодинамических уравнений Эйлера, замыкаемых уравнением состояния идеального газа. При этом зачастую игнорируется физика процесса (возбуждение колебательных и вращательных степеней свободы в молекулах, их диссоциация, рекомбинация, ионизация атомов). Если при изучении сверхзвуковых течений это, в определенном смысле, было допустимо, вследствие “не особенно” большого влияния физико-химических процессов, то при гиперзвуковых скоростях их влияние на газовую среду может быть весьма и весьма заметным.

Основной целью настоящей работы является анализ взаимодействия ударных волн в особой физико-математической ситуации, когда имеет место неединственность (дуализм) аналитического решения — теоретическая допустимость существования при одних и тех же определяющих параметрах задачи картин отражения двух различных типов: регулярного или маховского, а также дискуссия с выводами работы [1], в которой проведено комплексное экспериментальное и вычислительное исследование возможности “искусственным образом” изменить стационарную картину взаимодействия ударных волн (УВ), возникающих при натекании высокоскоростного потока газа на систему из двух клиньев с углами полураствора β_1 и β_2 (см. рис. 1). Главная задача работы [1] — организация (путем изменения начальных данных) перехода от одного типа — маховского отражения (МО) скачков уплотнения (СУ) к другому типу — регулярному отражению (РО).

Для данного класса задач имеет место диапазон параметров $[\beta^*, \beta^{**}]$, в котором при

$$\beta^* \leq \beta \leq \beta^{**} \quad (1)$$

законы сохранения массы–импульса–энергии допускают существование как МО, так и РО (парадокс Неймана). Вне диапазона (1) может существовать только РО, если

$$\beta < \beta^*, \quad (2)$$

или только МО, если

$$\beta > \beta^{**}. \quad (3)$$

Условия (1)–(3) записаны для симметричного случая $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ (более подробно см. [2]). Усиление практического интереса к изучению таких, казалось бы, чисто математических проблем, как неединственность и бифуркации решений уравнений (в данном случае — газовой динамики), связана с интенсификацией разработки гиперзвуковых летательных аппаратов (ЛА) и отработки элементов его двигателей.

¹ Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, ул. Институтская, 4/1, 630090, г. Новосибирск; e-mail: tarnav@itam.nsc.ru

² Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова, 2, 630090, г. Новосибирск; e-mail: tarnavsky@inbox.ru

Для высокоскоростных летательных аппаратов подача окислителя (воздуха) в тракт гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД) с его предварительным сжатием фактически полностью определяется скоростью полета и геометрией диффузора, которые должны обеспечивать, помимо оптимальности воздухозабора, устойчивость и прогнозируемость функционирования. На входе в диффузор ГПВРД реализуется система косых скачков уплотнения, детерминирующих структуру газового потока в тракте. Необходимость работы ГПВРД в расчетном режиме требует создания системы коррекции входа потока в диффузор. Как правило, такие системы являются механическими и связаны с возможностью вариации входных углов. Весьма перспективной представляется идея “тепловой коррекции” диффузора [3], которая предполагает подвод энергии в набегающий поток перед диффузором. Следует, однако, отметить, что такая коррекция (впрочем, как и механическая), не может гарантировать отсутствие нерасчетных режимов во всех случаях, тем более при маневрировании летательного аппарата. Одним из нерасчетных является режим падения косога скачка уплотнения внутрь диффузора и его отражения, что может вызывать отрывы потока, образование застойных или рециркуляционных зон течения, его существенную неоднородность, приводить к высоким тепловым и силовым нагрузкам. Поэтому весьма важным является исследование таких режимов при различных высотах и скоростях полета и прогнозирование последствий их возникновения.

Важность и актуальность изучения проблемы смены типов взаимодействия УВ подчеркивается даже самим названием [1] — “Effect of energy addition on MR $\rightarrow$ RR transition”. Однако, на наш взгляд, в [1] дана неверная интерпретация наблюдаемого явления. Это не *переход* МО $\rightarrow$ РО типа ударно-волновой картины, а *создание новых термодинамических условий* в газовом потоке, при котором имеет место уже не (1), а (2). Соответственно, МО становится невозможным (запрещенное состояние) и реализуется только РО (единственное разрешенное состояние).

Однако под переходом МО $\rightarrow$ РО или РО $\rightarrow$ МО следует понимать совсем другое, а именно: при одних и тех же термодинамических условиях в области (1) неединственности решения, когда возможно существование и РО, и МО (но реализуется, естественно, только один из этих типов отражения), требуется обнаружить спонтанный или специально организованный вынужденный *переход одного типа отражения в другой* (в последнем случае весьма интересны эти вынуждающие условия) без изменения термодинамического фона.

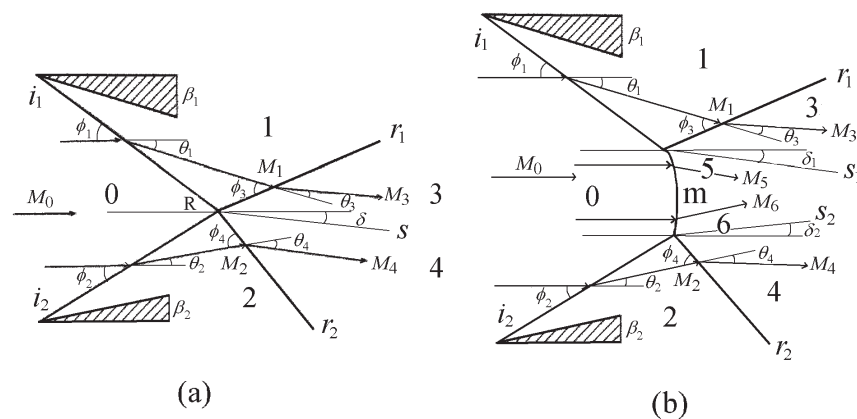


Рис. 1. Картины ударно-волновых структур при взаимодействии скачков уплотнения: регулярное (а) и маховское (б) отражения

2. Постановка задачи. Проанализируем результаты [1] с позиций, разработанных в [2, 4–6]. Схематическое изображение двух ударно-волновых структур, которые возникают при отражении УВ в установившихся течениях, представлено на рис. 1. Картина РО (рис. 1а), образовавшаяся при натекании сверхзвукового потока с числом Маха M_0 на два клина, характеризующихся углами β_1 и β_2 , включает соответственно два косых скачка уплотнения (СУ) i_1 и i_2 , сформированных вблизи поверхности клиньев и падающих внутрь области течения с углами наклона ϕ_1 и ϕ_2 (здесь и далее углы определяются по отношению к направлению вектора набегающего потока), и двух отраженных СУ r_1 и r_2 с углами наклона ϕ_3 и ϕ_4 . Эти СУ пересекаются в точке R . Спутная струя S с углом наклона δ образуется при прохождении потока через систему скачков с углами отклонения потока $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ и θ_4 на скачках i_1, i_2, r_1 и r_2

соответственно. Для стационарной картины выполняются соотношения

$$\theta_1 = \beta_1; \quad \theta_2 = \beta_2; \quad \theta_1 - \theta_3 = \theta_2 - \theta_4 = \delta.$$

Для симметричного ($\beta_1 = \beta_2$) отражения, естественно, $\delta = 0$. При возникновении волновой структуры с МО (рис. 1b) в дополнение к падающим и отраженным СУ i_1 , i_2 , r_1 и r_2 появляется центральный скачок m , фронт которого соединяет две тройные точки пересечения скачков (i_1, r_1, m) и (i_2, r_2, m) , а также возникают две спутные струи S_1 и S_2 с углами наклона δ_1 и δ_2 . Для стационарной картины выполняются соотношения

$$\theta_1 = \beta_1; \quad \theta_2 = \beta_2; \quad \theta_1 - \theta_3 = \delta_1; \quad \theta_2 - \theta_4 = \delta_2.$$

В случае симметрии ($\beta_1 = \beta_2$), очевидно, $\theta_1 = \theta_2$, $\delta_1 = \delta_2 = 0$. Вся область течения разделяется на ряд зон, в каждой из которых течение (в идеализированной постановке — однородное) имеет собственные характеристики. Зона 0, область невозмущенного течения, ограничена слева любой границей, помещенной в область набегающего сверхзвукового потока (например, прямой линией, соединяющей вершины клиньев), а справа — фронтами СУ i_1 и i_2 (и дополнительно фронтом СУ m для МО). Зона 1, область течения, развернутого (по часовой стрелке) на СУ i_1 вдоль поверхности верхнего клина, ограничена фронтами СУ i_1 и r_1 соответственно слева и справа. Аналогично зона 2, область течения, развернутого (против часовой стрелки) на СУ i_2 вдоль поверхности нижнего клина, ограничена фронтами СУ i_2 и r_2 слева и справа соответственно. Зона 3, сектор течения, развернутого (против часовой стрелки) на СУ r_1 , ограничена его фронтом и поверхностью контактного разрыва, который является границей спутной струи S (для МО — S_1). Зона 4, сектор течения, развернутого (по часовой стрелке) на СУ r_2 , ограничена его фронтом и поверхностью контактного разрыва, который также является границей спутной струи S (для МО — S_2). В случае РО зоны 3 и 4 имеют общую границу (непосредственно смыкаются), а в случае МО между ними расположены зоны 5 и 6, области течения за фронтом СУ m .

Переходы между этими двумя типами отражения определяются критерием отделения и критерием Неймана. Оба эти критерия (точки бифуркации) разграничивают три области, в которых возможно существование только МО, МО и РО или только РО, а процесс перехода этих типов отражения одного в другой при вариации параметров, определяющих физику задачи (например, скорости и высоты полета), может сопровождаться явлением гистерезиса. Обычно исследование волновых структур этих двух типов (РО и МО) проводится в предположении неизменности физических свойств газового потока при прохождении через всю систему УВ, т.е. используется модель идеального политропного газа с постоянным значением показателя адиабаты (политропы) γ во всей области течения. Однако реальные процессы настоятельно требуют расширения этой физической модели.

3. Методология изучения проблемы. Для исследования газо- и термодинамики физического процесса используется метод эффективного показателя адиабаты [5–7], позволяющий моделировать течение газа с учетом его реальных свойств при помощи вариации показателя адиабаты

$$\gamma = \gamma(p, T), \quad (4)$$

изменяющегося во всем поле течения в зависимости от локальных значений давления p и температуры T . Данные для ксенона, использованного в качестве рабочего газа [1], могут быть взяты для определения γ в (4) из каких-либо термодинамических таблиц, например, [8].

В классической газодинамике критические углы β^* и β^{**} , являющиеся точками бифуркации решения (границами области неединственности (1)), зависят только от геометрии задачи и двух безразмерных параметров — числа Маха M_0 набегающего потока и показателя адиабаты γ_0 , величины постоянной во всех зонах течения:

$$\beta^* = \beta^*(M_0, \gamma_0); \quad \beta^{**} = \beta^{**}(M_0, \gamma_0). \quad (5)$$

Для гиперзвуковых течений (при обязательности учета физики процессов, протекающих в газовой среде) β^* и β^{**} уже необходимо зависят от размерных значений физических параметров — давления и температуры, различных во всех зонах течения:

$$\beta^* = \beta^*(p_0, T_0, p_1, T_1, p_2, T_2, p_3, T_3, p_4, T_4); \quad \beta^{**} = \beta^{**}(p_0, T_0, p_1, T_1, p_2, T_2, p_3, T_3, p_4, T_4), \quad (6)$$

где p_i , T_i ($i \in [0, 4]$) — значения в соответствующих зонах течения.

Если рассматривать только равновесные или квазиравновесные процессы, то до определенных пределов значений p и T вместо (6) можно применять, с учетом (4), физически более простую модель (подробнее см. [5, 6], опирающиеся на классические работы [7, 9]):

$$\beta^* = \beta^*(M_0, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4); \quad \beta^{**} = \beta^{**}(M_0, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4). \quad (7)$$

Вид записи (5) – (7), так же, как и (1) – (3), соответствует условию геометрической симметрии задачи $\beta_1 = \beta_2 = \beta$, рассматриваемой в данной работе. В случае несимметрии ($\beta_1 \neq \beta_2$) (дополнительно к списку параметров в (5) – (7)) критические значения одного из углов зависят от значений другого: $\beta_1^*(\beta_2)$ и $\beta_1^{**}(\beta_2)$ или, наоборот, $\beta_2^*(\beta_1)$ и $\beta_2^{**}(\beta_1)$ (этот вопрос исследован в [10]).

Для анализа волновых структур, возникающих при взаимодействии падающих УВ i_1 и i_2 , определяющих образование отраженных УВ r_1 и r_2 различных типов (РО и МО), весьма удобно использовать технику ударных поляр (УП). Эта техника позволяет заменить сложный математический анализ результатов совместного решения нескольких, по числу взаимодействующих УВ, нелинейных алгебраических уравнений, связывающих значения параметров перед и за фронтом каждого СУ, с необходимостью селекции решений вследствие их неединственности, наглядным графическим способом получения решения. Данный способ делает сам процесс получения решений и их анализ существенно более ясным и логичным, а выбор необходимого решения в случае их неединственности вызывает значительно меньше затруднений. Под полярой ударной волны (или просто ударной полярой) понимается соотношение, связывающее угол отклонения потока θ и отношение давлений $\xi = p_+/p_-$, где p_+ — давление за, а p_- — перед фронтом СУ, при параметрической зависимости от числа Маха M_- и эффективных показателей адиабаты γ_+ и γ_- :

$$f(\theta, \xi, M_-, \gamma_-, \gamma_+) = 0. \quad (8)$$

Графически иллюстрирующая зависимость (8) кривая, собственно и называемая ударной полярой в плоскости $(x, y) = (\theta, \xi)$, является замкнутой кривой, ограниченной значениями $\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$, $\xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max}$ и зеркально симметричной относительно прямой $\theta_s = 0.5(\theta_{\min} + \theta_{\max})$. Конкретный вид (8) и подробный анализ УП при вариации γ_+ , γ_- и M_- всесторонне приведены в [2, 4].

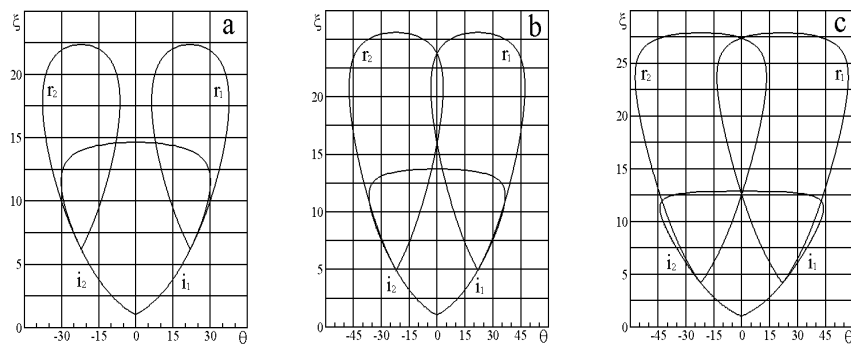


Рис. 2. Поляры двух падающих i_1 и i_2 и двух отраженных r_1 и r_2 ударных волн при фиксированных значениях $\beta_1 = \beta_2 = 22^\circ$, $M_0 = 3.45$, $p_0 = 11.23$ атм, $T_0 = 283^\circ\text{K}$ и вариации $\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma_3 = 1.667$ (рис. а), 1.4 (рис. б), 1.2 (рис. с)

На рис. 2 представлены результаты численного моделирования (итерационный вычислительный алгоритм детально описан в [4]) задачи при таких же, как в [1], значениях $\beta_1 = \beta_2 = 22^\circ$, $M_0 = 3.45$, $p_0 = 11.23$ атм, $T_0 = 283^\circ\text{K}$. Исследования проводились при вариации значений $\gamma_0 = 1.667, 1.4, 1.2$ (рис. 2а, б, с) соответственно и, из-за высокой параметричности задачи, при дополнительном условии $\gamma_3 = \gamma_1 = \gamma_0$. Это условие означает, что основные физические процессы (возбуждение электронных оболочек и частичная ионизация атомов) в газовой среде (ксеноне) протекают перед фронтами падающих УВ, а при переходе через фронты отраженных, более слабых УВ свойства газа не изменяются, как в классической газовой динамике. Кроме того, вследствие симметрии задачи, $\gamma_2 = \gamma_1$ и $\gamma_4 = \gamma_3$. Эффективный показатель адиабаты γ отражает физику процесса (см. [8]): его значение равно значению $5/3$ одноатомного газа в набегающем потоке, уменьшается с возбуждением электронных оболочек и увеличивается при ионизации. (Заметим в скобках, что анализ процессов с таких позиций для ряда задач динамики реагирующего газа [11–13] при уменьшении γ до 1.22 в аргоне и до 1.06 в парах спирта позволил объяснить ряд аномальных, с точки зрения классической газодинамики, явлений, таких как неустойчивость и деструкция фронта головного скачка при гиперзвуковом обтекании затупленного тела.)

На рис. 2 изображены поляры двух падающих i_1 и i_2 и двух отраженных r_1 и r_2 УВ. Вследствие симметрии i_1 и i_2 совпадают, а r_1 и r_2 зеркально симметричны относительно линии $\theta = 0$. Взаимное положение точек пересечения этих поляр определяет тип возникающей ударно-волновой структуры: МО или РО. Даже не зная численных значений β^* и β^{**} в (7), по графикам ударных поляр можно определить,

какая из ударно-волновых структур реализуется при определенном наборе параметров. Выпишем эти условия, аналогичные (1) – (3), в той же последовательности, но в иной формулировке:

- если поляры r_1 и r_2 пересекаются вне поляры i_1 , то возможно и РО, и МО;
- если поляры r_1 и r_2 пересекаются внутри поляры i_1 , то МО невозможно;
- если поляры r_1 и r_2 не пересекаются, то РО невозможно.

Подчеркнем, что в случае существования двух точек пересечения $(r_1 \times r_2)$ -поляр в (9) следует учитывать только нижнюю из них, называемую “главной”, или слабым решением. Подробный анализ этого вопроса проведен в [2, 4].

Динамику изменения структуры течения во времени показывает цикл рис. 3а–3е, представляющий сущность постановки и проведения эксперимента [1]. На них последовательно даны кадры газодинамических структур в моменты времени $t = 20$ (рис. а), 40 (рис. б), 60 (рис. с), 80 (рис. д) и 100 (рис. е) мксек. Слева показаны шпирен-фотографии эксперимента, справа — результаты компьютерных расчетов по модели Эйлера (невязкий и нетеплопроводный совершенный газ с идеальным уравнением состояния). В правом столбце рисунков показаны изолинии плотности; их маркировка не производилась, так как конкретные числовые значения газодинамических параметров в поле течения в данной работе не анализируются.

О применении модели Эйлера для этого класса задач заметим следующее. Если можно согласиться с “невязкостью” и, с некоторыми оговорками, “нетеплопроводностью” газа, то модель идеального $p = \rho RT$ и совершенного $c_v = c_v(T)$ при $\gamma = \text{const} = 5/3$ или $7/5$ (обозначения общепринятые) для гиперзвуковых течений может привести к большим отклонениям результатов вычислительного моделирования от реального процесса.

4. Обсуждение проблемы: физические аспекты процесса. Рис. 3а иллюстрирует начальную стадию процесса, возмущающего состояние стационарного течения: реализуется картина устойчивого МО, показанного на рис. 1б. В область перед фронтом скачка i_1 в окрестность вершины верхнего клина коротким импульсом подводится узколокализованное “пятно” лазерного излучения достаточно высокой мощности. Вследствие сильного изменения параметров набегающего потока участок фронта УВ i_1 деформируется; эта деформация постепенно продвигается к центру. (Фото эксперимента, сделанные через 20 мкс, показывают этот процесс, а численный расчет дополняет информацию.) Возмущение попадает к моменту времени 100 мкс в область центрального СУ m , который исчезает; возникает картина другого типа — РО, которая, как утверждается, существует еще некоторое время. Таким образом, по [1], осуществляется МО $\rightarrow$ РО переход, а обратный переход РО $\rightarrow$ МО объясняется влиянием неоднородностей в канале установки.

Однако, к сожалению, в [1] не приводится дальнейшая динамика процесса. Было бы весьма интересно проследить его развитие (продолжение цепочки рис. 2а–2е для значений $t = 150, 200, 250$ мксек и, возможно, далее) — восстановление стационарной картины течения после “выноса” возмущений из области исследования (и экспериментальной, и расчетной) с анализом обратного РО $\rightarrow$ МО перехода.

С позиций настоящего исследования более справедливо другое объяснение этого процесса. В невозмущенном потоке ксенона вообще, а также, в частности, в начальный момент времени, пока тепловое пятно не продвинулось к центру, значение $\gamma = 1.667$ во всех зонах течения. При этом (рис. 2а), согласно (9), может возникнуть только ударно-волновая структура МО-типа. Она и наблюдается в эксперименте (рис. 3а). Затем при продвижении края размываемого течением теплового пятна в центр значение γ уменьшается и достигает, в некоторый промежуточный момент времени, например, значения 1.4. В этом случае (рис. 2б) точка пересечения $(r_1 \times r_2)$ -поляр лежит вне поляры i_1 . Таким образом, в этой подобласти параметров возможно существование как МО, так и РО (рис. 3б). Заметим, что значение $\gamma = 1.4$ характерно для двухатомного газа (в частности, для основных компонент воздуха) при не очень высоких значениях температур, когда возбуждены только поступательные и вращательные степени свободы без существенной активации колебательных степеней молекул газа.

Далее, в момент дислокации возмущения в центре здесь располагается область сильно нагретого газа с малыми значениями $\gamma_i < \gamma_0$ ($i \in [0, 4]$). Точно определить их значения не представляется возможным из-за отсутствия необходимой информации. Скорее всего здесь достигнуто значение 1.2. Тогда (см. рис. 2с) в этом случае, в отличие от рис. 1а, точка пересечения поляр r_1 и r_2 лежит внутри поляры i_1 . Следовательно, в данной ситуации МО запрещено и возможно только РО. Оно и наблюдается в эксперименте (рис. 3с, д, е). Через некоторое время тепловое “пятно” будет снесено вниз по потоку и восстановится исходная ситуация, в которой вначале будет возможно и РО, и МО (рис. 2б), а затем вновь только МО (рис. 2а).

Более детально заключительные стадии восстановления исходной ударно-волновой картины иллюстрирует вычислительный эксперимент, приведенный на рис. 4. Здесь значения эффективного показателя

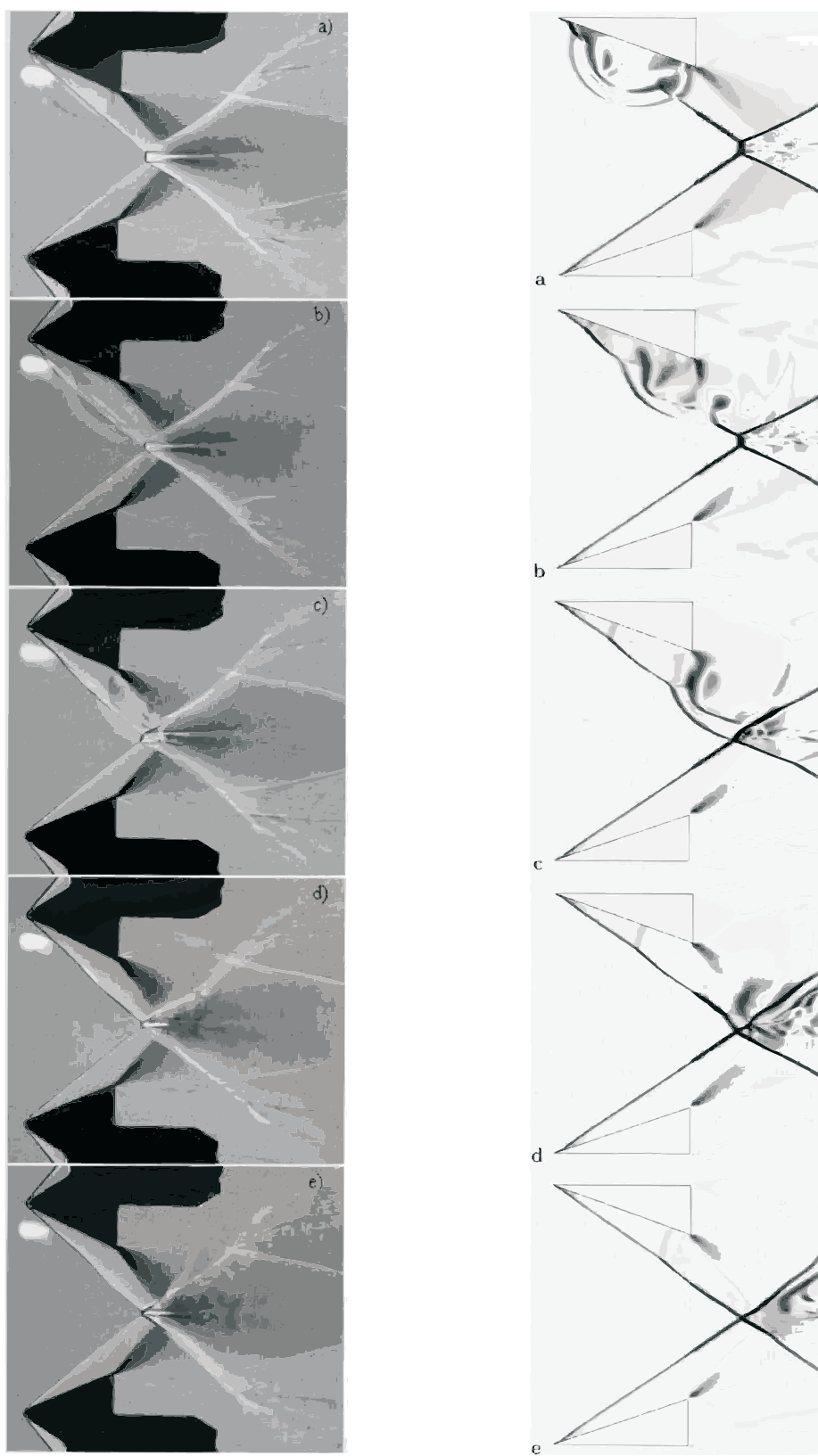


Рис. 3. Динамика изменения структуры течения по времени: $t = 20$ (a), 40 (b), 60 (c), 80 (d) и 100 (e) мксек. Эксперимент (слева) и компьютерное моделирование (справа)

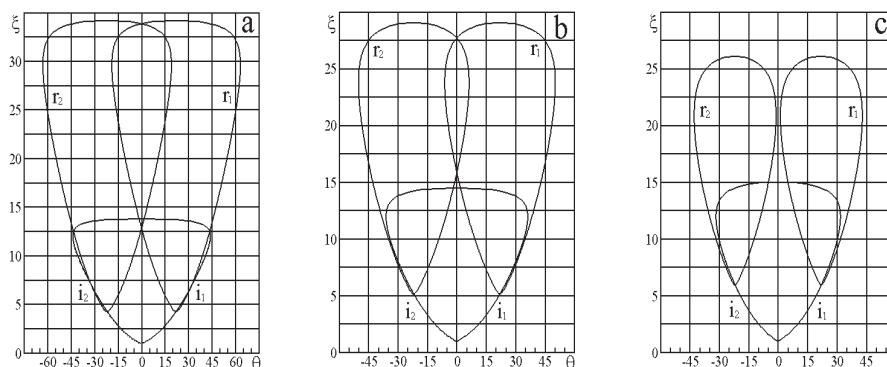


Рис. 4. Поляры двух падающих i_1 и i_2 и двух отраженных r_1 и r_2 ударных волн при фиксированных значениях $\beta_1 = \beta_2 = 22^\circ$, $M_0 = 3.45$, $p_0 = 11.23$ атм, $T_0 = 283^\circ$ К и вариации $\gamma_0 = 1.3$ (рис. а), 1.5 (рис. б), 1.667 (рис. с). Значения $\gamma_1 = \gamma_0 - 0.05$, $\gamma_3 = \gamma_1 - 0.05 = \gamma_0 - 0.1$

адиабаты различны в различных зонах течения и уменьшаются с увеличением номера зоны: $\gamma_1 = \gamma_0 - 0.05$, $\gamma_3 = \gamma_1 - 0.05 = \gamma_0 - 0.1$. Это означает, что на фронтах падающих и отраженных УВ скачкообразно протекают физико-химические процессы (в ксеноне — возбуждение электронных оболочек), приводящие к повышению температуры и, соответственно, уменьшению эффективного показателя адиабаты. Симметрия задачи, естественно, сохраняется: $\gamma_2 = \gamma_1$, $\gamma_4 = \gamma_3$. Параметр γ_0 варьируется и равен 1.3 (рис. 4а), 1.5 (рис. 4б), 1.667 (рис. 4с).

Такая динамика изменения значения γ_0 и связанных с ним значений γ_1 и γ_3 соответствует процессу “уноса” теплового пятна вниз по течению, причем само это пятно достаточно (разумеется, в данном приближении) размыто. Поскольку $\gamma_3 < \gamma_1 < \gamma_0$, то соотношения температур обратны: $T_3 > T_1 > T_0$, т.е. “центр” пятна (область с максимальной температурой) расположен ниже по течению своей периферии. Кроме того, поскольку $\gamma_0^c > \gamma_0^b > \gamma_0^a$ (верхний индекс соответствует маркеру рисунка), то $T_0^c < T_0^b < T_0^a$. Это означает постепенное уменьшение температуры (если рассматривать рис. а–рис. б–рис. с как эволюцию процесса) не только по пространству, но и во времени. При этом к концу процесса (рис. 4с) восстанавливаются исходные параметры набегающего потока: $\gamma_0^c = \gamma_0^{t=0} = 1.667$.

Рассмотрим результаты этого вычислительного эксперимента. Имеет место следующая динамика ударных поляр: r_1 - и r_2 -поляры пересекаются внутри i -поляры (рис. 4а), вне i -поляры (рис. 4б) и не пересекаются (рис. 4с). Согласно (9) это означает возможность существования соответственно: только РО; затем и РО, и МО (область дуализма УВ-структур); и, наконец, только МО. Таким образом, с “уносом” теплового пятна вниз по течению восстанавливается первоначальная картина МО-типа, что и наблюдается в эксперименте (рис. 3д, е).

Таким образом, постановку эксперимента [1] вряд ли целесообразно трактовать как организацию условий для осуществления перехода МО в РО в области неединственности решения: это просто создание термодинамических условий для существования области единственности другого решения. Если имеется в виду просто необходимость (или желание) перевода УВ-картины МО-типа в РО-тип, то самый простой способ — уменьшить углы скоса потока β_1 и β_2 от 22° до, например, 10° . При этом заведомо будет существовать только картина регулярного отражения [2, 4].

Аналогичные замечания о не вполне корректном использовании термина “переход” можно отнести и к целому ряду других работ, в которых смена типа ударно-волновой картины достигается путем изменения условий в набегающем потоке. Например, в вычислительных экспериментах [14] варьируется значение плотности в зоне 0 (рис. 1) в окрестности плоскости симметрии. Фактически это эквивалентно изменению стационарного значения $M_0 = M_s$ на возмущенное $M_0 = M_d$ и, согласно (5), (6) или (7), реорганизации бассейна притяжения решений, изменению положения точек бифуркации β_s^* и β_s^{**} на β_d^* и β_d^{**} в параметрическом пространстве. Соответственно изменяется и формирование той или иной УВ-картины: где ранее (при $M_0 = M_s$) было возможно образование, например, только МО, а РО запрещалось, то при $M_0 = M_d$ становится разрешенным только РО, а МО, наоборот, — запрещенным. (Заметим в скобках, что при этом наибольший интерес представляет случай “попадания” в область дуализма решения, где априори неясно, какой тип УВ-структуры возникнет.) Поэтому эксперимент типа [14], на наш взгляд, не следует квалифицировать как организацию “перехода” между двумя различными типами УВ-структур: просто при одних значениях параметров может существовать одна, а при других — вторая структура течения.

Вообще говоря, вопрос о том, какой именно тип УВ-структуры будет реализовываться, исключительно важен не только в теоретическом, но и в практическом плане при создании гиперзвуковых летательных аппаратов. Этот аспект проблемы уже частично анализировался выше; здесь его следует дополнить еще одним замечанием. При изучении вопроса, какой ударно-волновой режим возникнет в потоке и насколько он устойчив к переходу, весьма важным представляется постановка такого вычислительного эксперимента, в котором учитывались бы не только возмущения какого-либо одного параметра (перебор параметров и их комбинаций можно осуществлять бесконечно), а по возможности комплексный, хотя бы усредненный, учет реальных физико-химических процессов в газе (воздухе) с существенным изменением свойств газовой среды.

Иллюстрацией к выводу о необходимости учета изменения термодинамических свойств газа в гиперзвуковых потоках с зонами высоких p и T является рис. 5, на котором приведена зависимость отношения теплоемкостей c_p/c_v для воздуха (классический показатель адиабаты $\gamma = c_p/c_v$) от температуры в параметрическом виде, где параметр — давление с фиксированными значениями для каждой кривой. Данные взяты из таблиц [8]. “Волнообразное” поведение кривых связано с такими физическими процессами, последовательно протекающими при увеличении T , как возбуждение колебательных степеней свободы молекул кислорода и их диссоциация, возбуждение колебаний в молекулах азота и их диссоциация, возбуждение электронных оболочек атомов и их ионизация.

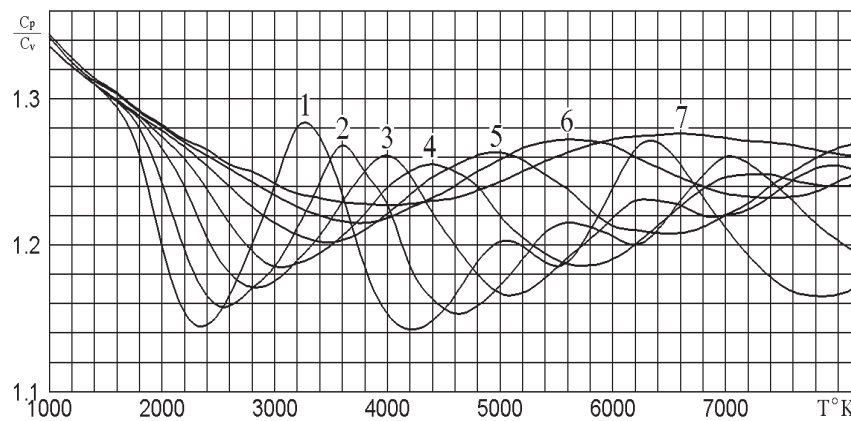


Рис. 5. Зависимость отношения c_p/c_v (для воздуха) от температуры при вариации давления 10^{-3} (1); 10^{-2} (2), 10^{-1} (3), 1 (4), 10 (5), 10^2 (6), 10^3 (7) атм

Сделаем небольшой прикидочный расчет. Плотность ρ , давление p и температура T связаны уравнением состояния

$$\rho = \frac{\alpha p}{(\gamma - 1)T}, \quad (10)$$

где эффективный показатель адиабаты $\gamma = c_p/c_v$ существенно зависит от p и T (см. рис. 5), α — нормировочная константа, связывающая размерности ρ , p и T .

Вычислим отклонение значения плотности идеального совершенного газа ρ_0 , т.е. значение плотности при $\gamma_0 = 1.4$, от плотности реального газа ρ_r , например, в термодинамической точке рис. 5 с $p = 0.001$ атм и $T = 2400^\circ \text{K}$, где $\gamma_r = 1.143$. Вычисляя по (10) отклонение идеальной плотности от реальной, получим $\rho_0/\rho_r = (\gamma_r - 1)/(\gamma_0 - 1) = 0.3575$. Такое большое отличие плотности приведет, соответственно, к существенно неверному определению массового расхода (потока) окислителя и далее, в свою очередь, к существенно неверному требованию на массовую скорость подачи топлива в ГПВРД на этом режиме полета.

Подчеркнем, что согласно (7) и (8) значение γ существенно влияет на всю ударно-волновую картину течения. Это влияние настолько велико (подробнее см. [2, 4]), что все исследования без такого учета носят лишь ограниченно-модельный характер и в плане создания ЛА вряд ли могут быть использованы.

5. Заключение. Следует кратко остановиться на очень важном обстоятельстве — почему в области дуализма решения всегда (во всяком случае — практически всегда) физически в натурном (не вычислительном) эксперименте реализуется только МО, и никогда — РО. Здесь просматривается прямая аналогия с более простой задачей о натекании сверхзвукового потока на клин, когда в некотором диапазоне определяющих параметров M_0 , β возможны два решения, допускаемые законами сохранения: две ударные

волны с различной интенсивностью и различным наклоном фронта по направлению к набегающему потоку. В натурных экспериментах всегда наблюдается более слабая ударная волна с меньшим углом наклона и меньшей интенсивностью. Более того, вычислительные эксперименты, в которых в качестве начальных данных выставлялось сильное решение, всегда (авторам настоящей статьи неизвестно другое) приводили к его переходу в слабое решение. Это объяснялось или некими (туманными) энтропийными соображениями, или неустойчивостью сильных решений.

В первом случае часто ссылаются на известную термодинамическую теорему Пригожина [7], что “при внешних связях, препятствующих достижению равновесного состояния, стационарное состояние соответствует минимальному производству энтропии”. Заметим, что в области неединственности (1), или (9.1), оба разрешенных состояния являются стационарными. Более того, эти состояния являются (в определенном приближении) и равновесными. Поэтому указанная теорема о минимуме производства энтропии к данной проблеме отношения не имеет.

Во втором случае, как правило, исследование устойчивости течения со слабым и сильным отражением проводится в линейном приближении относительно малых нестационарных возмущений. Так, в [15] установлена корректность задачи о возмущениях течения со слабым отраженным скачком и ее некорректность — с сильным скачком. Утверждения об устойчивости течений со слабыми и неустойчивости — с сильными скачками сделаны в [16] на основании цикла вычислительных экспериментов.

Не отрицая явление неустойчивости (многократно исследованное и авторами настоящей статьи), можно дать более физичное объяснение “факту предпочтения” одного из решений в области его неединственности. Известно, что в квантовых (дискретных) системах при наличии нескольких разрешенных уровней энергии заполнение идет от наинизшего к наивысшему — это фундаментальный принцип минимума энергии. Аналогично и в газовой динамике можно рассматривать области неединственности решения как дискретную систему уровней энергии, в которой с максимальной вероятностью реализуется состояние с наименьшей энергией. Например, в области единственности решения главная точка пересечения $(r_1 \times r_2)$ -поляр расположена ниже точки пересечения $(i_1 \times r_1)$ - и $(i_2 \times r_2)$ -поляр, поэтому формируется РО-, а не МО-тип ударно-волновой конфигурации. В области дуализма решения, наоборот, главная точка пересечения $(r_1 \times r_2)$ -поляр расположена выше точки пересечения $(i_1 \times r_1)$ - и $(i_2 \times r_2)$ -поляр, поэтому предпочтительно образуется МО-, а не РО-тип ударно-волновой конфигурации. И было бы интересно так поставить натуральный эксперимент, чтобы при полном соответствии одному и тому же диапазону параметров (1) газовой среды был осуществлен переход из основного (МО) в возбужденное (РО) состояние.

Заметим, что, кроме этого, в ряде поддиапазонов параметров, определяющих задачу, дополнительно возникает неединственность решений одного типа: а) для РО — одна или две точки пересечения $(r_1 \times r_2)$ -поляр; б) для МО — одна, две, три или четыре точки пересечения $(i \times r)$ -поляр (подробнее см. [2, 4]). Эта неединственность может рассматриваться как расщепление основного уровня на ряд подуровней.

В целом, по-видимому, проблема реализуемости той или иной ударно-волновой картины в области их неединственности требует для своего решения новых (возможно, нестандартных и неожиданных) физических подходов, поскольку традиционные математические методы в этой области знания не привели ни к каким, в сущности, позитивным результатам (здесь вполне можно согласиться с тем, что “для подавляющего большинства задач газовой динамики не только не доказано никаких математических теорем существования и единственности, но нет даже уверенности в том, что такие теоремы могут быть получены” [17]).

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить признательность П.И. Гешеву за полезные обсуждения и С.Н. Коробейникову за постоянное внимание к работе, В.Д. Кургузову за помощь в оформлении статьи. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 02-01-00097 и № 04-07-90002).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yan H., Adelgren R., Elliott G., Knight D., Beutner T. Effect of energy on MR $\rightarrow$ RR transition // Shock Waves. 2003. **13**, N 2. 113–121.
2. Тарнавский Г.А. Неединственность ударно-волновых структур в реальных газах: маховское и/или регулярное отражение // Вычисл. методы и программирование. 2003. **4**, № 2. 258–276.
3. Бормотова Т.А., Володин В.В., Голуб В.В., Ласкин И.Н. Тепловая коррекция входного диффузора гиперзвукового прямооточного воздушно-реактивного двигателя // ТВТ. 2003. **41**, № 3. 472–477.
4. Тарнавский Г.А. Ударные волны в газах с различными показателями адиабаты до и после фронта скачка // Вычисл. методы и программирование. 2002. **3**, № 2. 129–143.
5. Tarnavsky G.A., Shpak S.I. Effective specific heat ratio for problems of real gas hypersonic flows at bodies // Thermophysics and Aeromechanics. 2001. **8**, N 1. 39–53.

6. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Способы расчета эффективного показателя адиабаты при компьютерном моделировании гиперзвуковых течений // Сибирский журн. индустриальной математики. 2001. **4**, № 1(7). 177–197.
7. *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М.: Мир, 2002.
8. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1963.
9. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
10. *Тарнавский Г.А.* Влияние углов отклонения потока в диффузоре гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя на формирование ударно-волновой структуры реального газа // Инженерно-физический журн. 2004. **77**, № 3. 155–164.
11. *Мишин Г.И., Бедин А.П., Ющенкова Н.И., Скворцов Г.Е., Рязин А.П.* Аномальная релаксация и неустойчивость ударных волн в газах // Журн. техн. физ. 1981. **51**, № 11. 2315–2324.
12. *Тарнавский Г.А., Шпак С.И.* Некоторые аспекты компьютерного моделирования гиперзвуковых течений: устойчивость, неединственность и бифуркации численных решений уравнений Навье-Стокса // Инженерно-физический журн. 2001. **74**, № 3. 125–132.
13. *Тарнавский Г.А., Хакимзянов Г.С., Тарнавский А.Г.* Моделирование гиперзвуковых течений: влияние стартовых условий на финальное решение в окрестности точек бифуркации // Инженерно-физический журн. 2003. **76**, № 5. 54–60.
14. *Kudryavstev A.N., Khotjanovsky D.V., Ivanov M.S., Hadjady A., Vandromme D.* Numerical investigations of transition between regular and Mach reflections caused by free-stream disturbances // Shock Waves. 2002. **12**, N 2. 157–165.
15. *Тешуков В.М.* Об устойчивости регулярного отражения ударных волн // ПМТФ. 1989. № 2. 26–33.
16. *Salas M.D., Morgan V.D.* Stability of shock waves attached to wedges and cones // AIAA J. 1983. **21**, N 12. 1281–1304.
17. *Белоцерковский О.М.* Математическое моделирование на суперкомпьютерах (опыт и тенденции) // Журн. вычисл. матем. и мат. физики. 2000. **40**, № 8. 1221–1236.

Поступила в редакцию
15.07.2004
