



doi 10.26089/NumMet.v24r215

УДК 550.34.013.4

Построение тренировочной обучающей выборки на основе хаусдорфовой метрики в пространстве сейсмограмм для подавляющей численную дисперсию нейронной сети

К. А. Гадьльшина

Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А. А. Трофимука СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация

ORCID: 0000-0003-0581-7741, e-mail: gadylshinaka@ipgg.sbras.ru

Д. М. Вишневский

Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А. А. Трофимука СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация

ORCID: 0000-0002-1439-4552, e-mail: vishnevskydm@ipgg.sbras.ru

К. Г. Гадьльшин

ООО “РН-БашНИПИнефть”, отдел разработки геологических проектов,
Уфа, Российская Федерация

ORCID: 0000-0001-7247-6911, e-mail: KG_Gadylshin@bnipi.rosneft.ru

В. В. Лисица

Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А. А. Трофимука СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация

ORCID: 0000-0003-3544-4878, e-mail: lisitsavv@ipgg.sbras.ru

Аннотация: Предложена стратегия построения обучающего набора данных для подавляющей численную дисперсию нейронной сети NDM-net (numerical dispersion mitigation network), заключающаяся в расчете полного набора сейсмограмм методом конечных разностей на грубой сетке и в расчете обучающей выборки с применением более мелкой сетки. Обучающая выборка представляет собой малый набор сейсмограмм с определенным пространственным размещением источников волнового поля. После обучения сеть NDM-net позволяет аппроксимировать низкокачественные сейсмограммы, рассчитанные на грубой сетке, в сейсмограммы с меньшим шагом дискретизации. Оптимизация процесса построения репрезентативной обучающей выборки сейсмограмм основана на минимизации метрики Хаусдорфа между обучающей выборкой и полным набором сейсмограмм. Применение нейронной сети NDM-net позволяет уменьшить временные затраты при расчетах волновых полей на мелкой сетке.

Ключевые слова: численное моделирование сейсмограмм, численная дисперсия, глубокое обучение, выбор тренировочного набора.

Для цитирования: Гадьльшина К.А., Вишневский Д.М., Гадьльшин К.Г., Лисица В.В. Построение тренировочной обучающей выборки на основе хаусдорфовой метрики в пространстве сейсмограмм для подавляющей численную дисперсию нейронной сети // Вычислительные методы и программирование. 2023. 24, № 2. 195–212. doi 10.26089/NumMet.v24r215.



Training data set construction based on the Hausdorff metric for numerical dispersion mitigation neural network in seismic modelling

Kseniia A. Gadylshina

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia
ORCID: 0000-0003-0581-7741, e-mail: gadylshinaka@ipgg.sbras.ru

Dmitry M. Vishnevsky

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia
ORCID: 0000-0002-1439-4552, e-mail: vishnevskydm@ipgg.sbras.ru

Kirill G. Gadylshin

LLC RN-BashNIPIneft, Ufa, Russia
ORCID: 0000-0001-7247-6911, e-mail: KG_Gadylshin@bnipi.rosneft.ru

Vadim V. Lisitsa

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia
ORCID: 0000-0003-3544-4878, e-mail: lisitsavv@ipgg.sbras.ru

Abstract: The article outlines a strategy for constructing a training data set for a numerical dispersion mitigation network (NDM-net), consisting in the calculation of the full set of seismograms by the finite difference method on a coarse grid and the calculation of the training sample using a fine grid. The training dataset is a small set of seismograms with a certain spatial distribution of wave field sources. After training, the NDM-net allows approximating low-quality coarse-grid seismograms into seismograms with a smaller sampling step. Optimization of the process of constructing a representative training dataset of seismograms is based on minimizing the Hausdorff metric between the training sample and the full set of seismograms. The use of the NDM-net makes it possible to reduce time costs when calculating wave fields on a fine grid.

Keywords: seismograms numerical modelling, numerical dispersion, deep learning, teaching dataset creation.

For citation: K. A. Gadylshina, D. M. Vishnevsky, K. G. Gadylshin, and V. V. Lisitsa “Training data set construction based on the Hausdorff metric for numerical dispersion mitigation neural network in seismic modelling.” *Numerical Methods and Programming*. 24 (2), 195–212 (2023). doi 10.26089/NumMet.v24r215.

1. Введение. Численное моделирование волновых сейсмических полей широко используется при геофизических исследованиях строения земной коры. В частности, моделирование применяется для изучения особенностей распространения волн в сложноустроенных средах, таких как среды с разномасштабными неоднородностями [1], анизотропные [2], вязкоупругие [3] или пороупругие среды [4], а также для моделей со сложной геометрией свободной границы [5, 6]. Такое моделирование является ресурсоемкой процедурой и требует применения высокопроизводительных вычислений. Так, моделирование волнового поля, соответствующего только одному источнику, может занять несколько тысяч ядро-часов, и при этом система наблюдения содержит тысячи сейсмических источников. Одним из подходов к снижению вычислительных затрат при проведении сейсмического моделирования является уменьшение размерности задачи за счет снижения числа степеней свободы или узлов сетки, с этой целью, например, увеличивается пространственный шаг сетки. Однако такое решение влечет увеличение численной ошибки, которая зачастую проявляется в виде численной дисперсии, возникающей при использовании аппроксимаций четного порядка. Существуют различные способы снижения численной дисперсии, в том числе применение схем подавления дисперсии [7], методов конечных элементов высокого порядка, разрывного метода Галеркина, метода спектральных элементов [8–12]. Но на практике применение этих подходов не всегда возможно из-за их вычислительной сложности, поскольку количество операций с плавающей точкой на одну степень свободы (на один узел сетки) возрастает вместе с увеличением формального порядка аппроксимации.



Другим подходом к подавлению численной дисперсии является пре- и постобработка излучаемого и записываемого сигнала [13, 14]. Однако численная дисперсия в регистрируемом сигнале зависит от пути прохождения луча и поэтому не поддается формализации. Перспективным представляется применение методов машинного обучения для постобработки сейсмических данных, как предлагается в статьях [15, 16]. В работах [17, 18] описывается искусственная нейронная сеть NDM-net, подавляющая численную дисперсию. Эта искусственная нейронная сеть предназначена для подавления численной дисперсии в предварительно рассчитанных волновых полях, регистрируемых на свободной границе. Для решения задач моделирования сейсмических данных необходимо рассчитывать волновые поля для большого числа положений источников сейсмических волн. При этом сейсмограммы, соответствующие соседним источникам, очень мало отличаются друг от друга. С учетом этой особенности задач сейсмического моделирования близкое к истинному решение (решение, вычисленное на очень мелкой сетке), которое соответствует относительно небольшому количеству исходных положений источников, может использоваться в качестве репрезентативного набора данных для обучения искусственной нейронной сети. В предыдущей работе [18] проиллюстрировано применение описанного подхода к реалистичным двумерным задачам. В частности, в работе [18] показано, что использование в качестве обучающей выборки волновых полей, соответствующих 10% источников, равноудаленно распределенных относительно друг друга, позволяет существенно снизить численную ошибку при постобработке данных, рассчитанных на грубой сетке и, тем самым, сократить время расчета полного набора сейсмограмм до уменьшения в семь раз. Здесь обучающая выборка строится таким образом, чтобы минимизировать расстояния, непосредственно в пространстве данных, между обучающей выборкой и полным набором сейсмограмм.

2. Сейсмическое моделирование. Типичная постановка задачи сейсмического моделирования включает в себя систему уравнений динамической теории упругости

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u_1}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + \phi_1(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^s), \\ \rho \frac{\partial u_3}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + \phi_3(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^s), \\ \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \psi_{11}(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^s), \\ \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial t} &= \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \psi_{33}(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^s), \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial t} &= \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \psi_{13}(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^s), \end{aligned} \tag{1}$$

определенную в полупространстве (полуплоскости) $x_3 > 0$. Начальные условия предполагаются нулевыми. Здесь ρ — массовая плотность, λ и μ — параметры Ламе, \mathbf{u} — вектор скорости, σ — тензор напряжений, $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^s)$ — дельта-функция Дирака, $\phi(t)$ и $\psi(t)$ — вектор внешних сил и тензор сейсмических моментов соответственно. На практике упругая модель Земли обычно задается через плотность ρ и скорости продольных и поперечных волн $V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ и $V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ соответственно.

На границе $x_3 = 0$ используется граничное условие на свободной поверхности $\sigma_{13} = \sigma_{33} = 0$, т.е. нормальные компоненты тензора напряжений равны нулю. На остальных границах используются идеально согласованные слои, или PML (Perfectly Matched Layer — в англоязычной литературе) [21, 22], что позволяет избежать отражений от внешних границ расчетной области.

Спецификой сейсмического моделирования является необходимость расчета решения для большого количества правых частей. При этом функции источника используются одинаковые, изменяется только положение источника, т.е. решение задачи (1) вычисляется для различных \mathbf{x}_j^s , $j = 1, \dots, J_s$, где J_s — количество источников в системе наблюдения. Решением задачи (1) для фиксированного положения источника является волновое поле — вектор скоростей смещений $\mathbf{u}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}_j^s)$. Кроме того, волновое поле регистрируется лишь в конечном наборе точек, соответствующих положениям приемников $\mathbf{x}_r(\mathbf{x}_j^s)$, которые зависят от положения возбуждающего поле источника. Из приведенных рассуждений следует, что для работы с сейсмограммами удобно сделать замену переменных: $\mathbf{x}^o = \mathbf{x}_j^s - \mathbf{x}_r(\mathbf{x}_j^s)$. Этот параметр изменяется в одних и тех же пределах для всех позиций источников. Таким образом, две сейсмограммы можно сравнивать друг с другом как функции от (\mathbf{x}^o, t) , с этой целью вводится обозначение:

$$\mathbf{u}^j = \mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t).$$

Для численного моделирования волновых сейсмических полей традиционно используется метод конечных разностей, это не сложный в реализации высокоэффективный алгоритм. Для исследования волновые поля моделируются с применением схемы четвертого порядка аппроксимации по пространству и второго порядка по времени [19], определенные на разнесенных сетках:

$$\begin{aligned} \rho D_t[u_1]_{i+1/2,j}^{n-1/2} &= D_1[\sigma_{11}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} + D_3[\sigma_{13}]_{i+1/2,j}^{n-1/2} + (\phi_1)_{i+1/2,j}^{n-1/2}, \\ \rho D_t[u_3]_{i,j+1/2}^{n-1/2} &= D_1[\sigma_{13}]_{i,j+1/2}^{n-1/2} + D_3[\sigma_{33}]_{i,j+1/2}^{n-1/2} + (\phi_3)_{i,j+1/2}^{n-1/2}, \\ D_t[\sigma_{11}]_{i,j}^n &= (\lambda + 2\mu)D_1[u_1]_{i,j}^n + \lambda D_3[u_3]_{i,j}^n + (\psi_{11})_{i,j}^n, \\ D_t[\sigma_{33}]_{i,j}^n &= \lambda D_1[u_1]_{i,j}^n + (\lambda + 2\mu)D_3[u_3]_{i,j}^n + (\psi_{33})_{i,j}^n, \\ D_t[\sigma_{13}]_{i+1/2,j+1/2}^n &= \mu D_3[u_1]_{i+1/2,j+1/2}^n + \mu D_1[u_3]_{i+1/2,j+1/2}^n + (\psi_{13})_{i+1/2,j+1/2}^n, \end{aligned}$$

где конечно-разностные операторы определяются как

$$\begin{aligned} D_t[g]_{i,j}^n &= \frac{g_{i,j}^{n+1/2} - g_{i,j}^{n-1/2}}{\tau}, \\ D_1[g]_{i,j}^n &= \frac{9}{8} \cdot \frac{g_{i+1/2,j}^n - g_{i-1/2,j}^n}{h} - \frac{1}{24} \cdot \frac{g_{i+3/2,j}^n - g_{i-3/2,j}^n}{h}, \\ D_3[g]_{i,j}^n &= \frac{9}{8} \cdot \frac{g_{i,j+1/2}^n - g_{i,j-1/2}^n}{h} - \frac{1}{24} \cdot \frac{g_{i,j+3/2}^n - g_{i,j-3/2}^n}{h}. \end{aligned}$$

Здесь τ — шаг по времени, h — шаг по пространству, $g(t, \mathbf{x})$ — произвольная достаточно гладкая функция. По аналогии с решением задачи в дифференциальной постановке, вводится обозначение для сейсмограммы, соответствующей положению источника \mathbf{x}_j^s :

$$\mathbf{u}_h^j = (\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t).$$

Так как конечно-разностное решение сходится к решению дифференциальной задачи, справедлива оценка

$$\|\mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t) - \mathbf{u}_h(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t)\| = \varepsilon_h \leq C_1 h^4 + C_2 \tau^2 \leq Ch^2. \quad (2)$$

Второе неравенство выполняется в силу условия устойчивости рассматриваемой схемы: $\tau \approx C_0 h$. Константы C_0, C_1, C_2, C не зависят от шага сетки.

3. Принципы работы NDM-net. Из оценки ошибки (2) следует, что с уменьшением шага сетки уменьшается ошибка ε_h :

$$\varepsilon_{h_1} \leq \varepsilon_{h_2}, \quad h_1 \leq h_2.$$

Однако уменьшение шага сетки приводит к значительному увеличению затрачиваемых вычислительных ресурсов. В статье [18] предлагается использовать методы машинного обучения для аппроксимации отображения решения, полученного на грубой сетке, в рассчитанное на мелкой сетке решение. Пусть отображение, осуществляемое искусственной нейронной сетью, обозначено через \mathcal{N} , тогда для любого положения источника верно:

$$\mathcal{N}[\mathbf{u}_{h_2}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t)] = \mathbf{u}_{\mathcal{N}}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t),$$

так что

$$\|\mathbf{u}_{\mathcal{N}}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t) - \mathbf{u}_{h_1}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t)\| \leq \varepsilon_{21} \ll \varepsilon_{h_2}.$$

Если удастся построить аппроксимирующее отображение \mathcal{N} такое, что ε_{21} достаточно мало для всех положений источников, тогда верны следующие оценки:

$$\begin{aligned} &\|\mathbf{u}_{\mathcal{N}}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t)\| \leq \\ &\leq \|\mathbf{u}_{\mathcal{N}}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t) - \mathbf{u}_{h_1}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t)\| + \|\mathbf{u}_{h_1}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t)\| \leq \\ &\leq \varepsilon_{21} + \varepsilon_{h_1} < \varepsilon_{h_2}, \end{aligned}$$

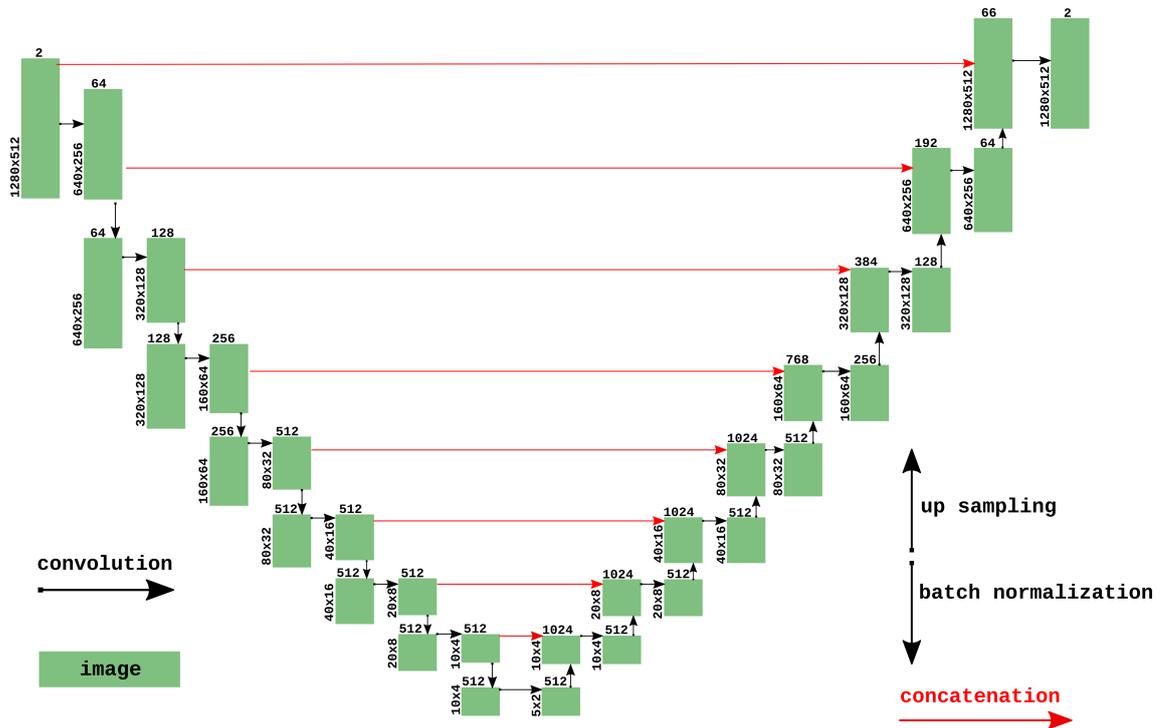


Рис. 1. Схематическое изображение архитектуры сверточной нейронной сети NDM-net. Горизонтальные черные стрелки обозначают операцию свертки, горизонтальные красные стрелки показывают операцию склейки (конкатенации). Стрелки, направленные вверх и вниз, обозначают операции повышения дискретизации и пакетной нормализации соответственно. Тензоры обозначены зелеными прямоугольниками, числа по сторонам прямоугольников соответствуют размерности тензоров

Fig. 1. Architecture of the NDM-net. The black right arrow indicates convolution operation, whereas the red right arrow indicates concatenation. Up and down arrows indicate upsampling and batch normalization operations, respectively. Tensors are indicated by green rectangles, the numbers on the sides of the rectangles correspond to the dimensions of the tensors

т.е. численная ошибка данных сейсмического моделирования, полученных для грубой расчетной сетки, будет оцениваться через ошибку аппроксимации отображения \mathcal{N} и ошибку решения на мелкой сетке, которая существенно ниже исходной ошибки решения на грубой сетке.

В этом исследовании используется NDM-net [17, 18], которая является модификацией полносверточной искусственной нейронной сети U-Net [20]. Нейронная сеть содержит 16 сверточных слоев, восемь слоев масштабирования и восемь слоев конкатенации (рис. 1). Размерность входного и выходного тензоров: $1280 \times 512 \times 2$. Функция активации для первых восьми сверточных слоев, которые отвечают за кодирование или извлечение признаков, — ReLU (линейная ректификация), а для последних восьми, представляющих часть декодировщика, функция активации — LeakyReLU (линейная ректификация с параметром) с отрицательным коэффициентом наклона, равным 0.2. Для программной реализации использовалась библиотека TensorFlow.

Сейсмограммы на входе и на выходе NDM-net записываются на свободной поверхности. Для обучения нейронной сети используются сейсмограммы общего пункта возбуждения, предварительно рассчитанные на мелкой сетке, в паре с их “искаженной” версией, смоделированной на грубой сетке. Для формирования входных данных сейсмограмма преобразуется в тензор размерности $1280 \times 512 \times 2$, где 1280 — количество временных отсчетов в данных (временная дискретизация 4 мс и время записи 5.116 с), 512 — количество приемников, а 2 — количество записанных компонент скорости (горизонтальная u_1 и вертикальная u_3 , в обозначениях системы (1)). Весь набор данных разделяется на обучающий набор и валидационный набор. Каждая сейсмограмма перед обработкой NDM-net масштабируется путем приведения к единичной дисперсии и нулевому среднему.

4. Метрика в пространстве сейсмограмм.

4.1. Расстояние между двумя сейсмограммами. Для дальнейшего анализа данных и построения обучающих выборок вводится метрика на пространстве сейсмограмм. При исследовании повторяемости сейсмических данных распространенным вариантом меры близости сейсмограмм является нормированное среднеквадратичное отклонение. Пусть заданы две сейсмограммы $\mathbf{u}(\mathbf{x}^o, t)$ и $\mathbf{v}(\mathbf{x}^o, t)$ — здесь это или сейсмограммы, отвечающие разным положениям источников, или сейсмограммы, рассчитанные с использованием разных сеток, или сейсмограммы, полученные с применением NDM-net. Тогда среднеквадратичное отклонение RMS (root mean square) для каждой из сейсмограмм

$$R_u(\mathbf{x}^o, t) = \sqrt{\frac{1}{2\delta t} \int_{t-\delta t}^{t+\delta t} |\mathbf{u}(\mathbf{x}^o, T)|^2 dT},$$

NRMS (normalized root mean square) определяется как функция \mathbf{x}^o и t :

$$\text{NRMS}_{u,v}(\mathbf{x}^o, t) = 200 \frac{R_{u-v}(\mathbf{x}^o, t)}{R_u(\mathbf{x}^o, t) + R_v(\mathbf{x}^o, t)}.$$

Поскольку в приведенной формуле в числителе фигурирует R_{u-v} , т.е. RMS от разности сейсмограмм, рассматриваемые сейсмограммы имеют одинаковую размерность.

На основе NRMS можно ввести метрику

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{\int_0^{T_{\max}} \int_{D(\mathbf{x}^o)} \text{NRMS}_{u,v}(\mathbf{x}^o, t) dt d\mathbf{x}^o}{T_{\max} \int_{D(\mathbf{x}^o)} d\mathbf{x}^o},$$

где T_{\max} — максимальное время записи сейсмограммы, а $D_{\mathbf{x}^o}$ — область, в которой происходит запись сейсмограммы.

Рассматриваемые сейсмограммы являются решением разностной задачи, т.е. они представляют собой сеточные функции, определенные на сетке как по времени, так и по пространству. Запись сейсмограмм проводится в конечном числе приемников. Поэтому приведенные выше формулы должны быть модифицированы соответствующим образом.

4.2. Расстояние между сейсмограммами и наборами сейсмограмм. Перед описанием конкретных алгоритмов построения набора данных вводится мера, характеризующая репрезентативность набора данных. Пусть выбран набор сейсмограмм

$$D_t = \bigcup_{j \in J_t} \mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s),$$

где J_t — индексы источников набора обучающих данных, такие что $J_t \subset \{1, \dots, J_s\}$. Отсюда следует, что обучающий набор данных также является подмножеством всего набора данных $D_t \subset U$. Расстояние от одной сейсмограммы до обучающего набора данных определяется следующим образом:

$$b(\mathbf{x}_k^s, D_t) = \min_{j \in J_t} d(\mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s), \mathbf{u}(\mathbf{x}_k^s)).$$

Эта функция задает расстояние от одной сейсмограммы до ближайшей к ней во всем тренировочном наборе данных сейсмограммы. При $k \in J_t$ расстояние будет равно нулю. Из изложенного следует, что выполнены условия, позволяющие ввести хаусдорфову меру, характеризующую расстояние между множествами:

$$B(D_t) = \max_{k \in \{1, \dots, J_s\}} b(\mathbf{x}_k^s, D_t) = \max_{k \in \{1, \dots, J_s\}} \min_{j \in J_t} d(\mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s), \mathbf{u}(\mathbf{x}_k^s)).$$

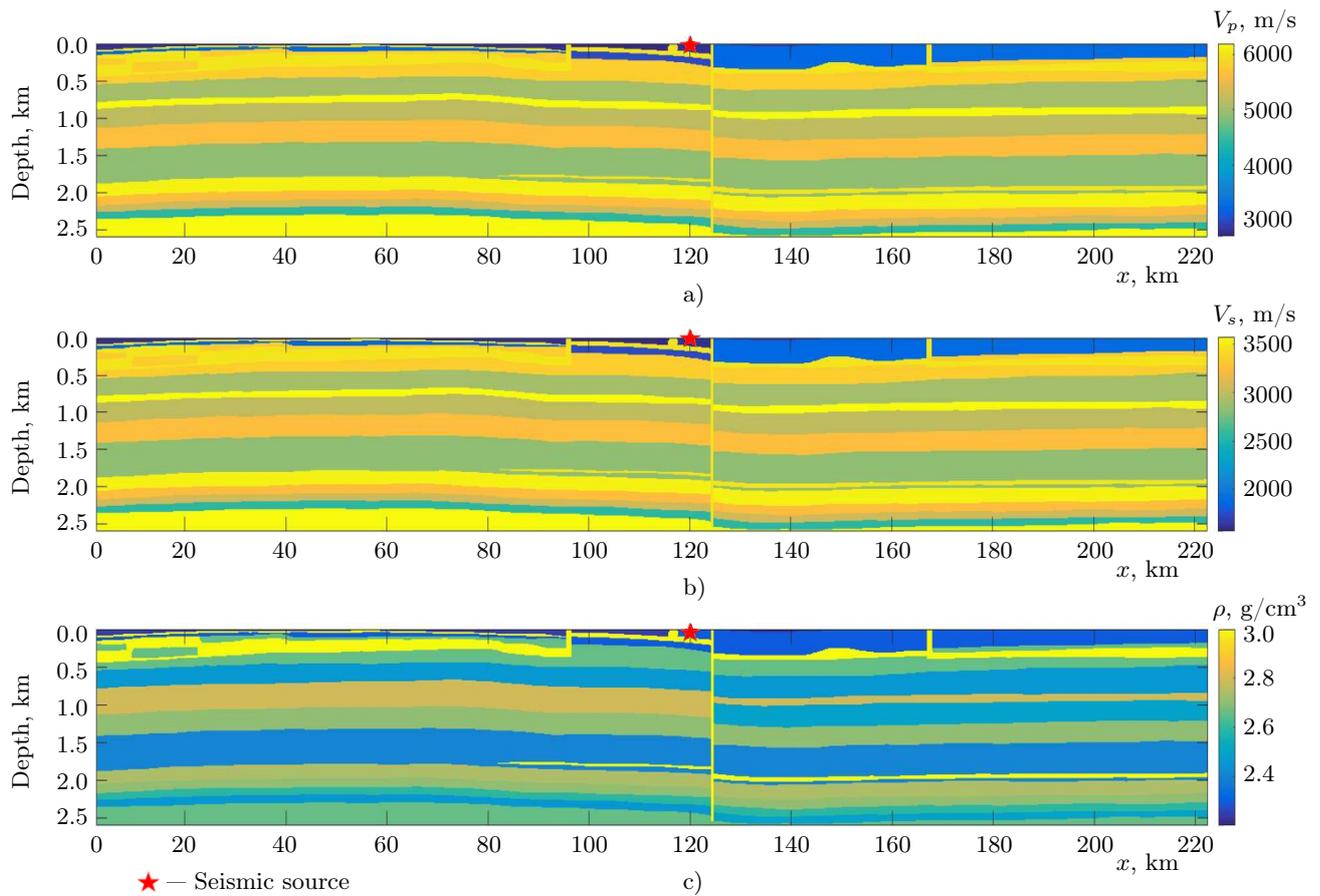


Рис. 2. Модель Ванавар: а) скорость продольной волны V_p ; б) скорость поперечной волны V_s ; в) плотность ρ
 Fig. 2. Vanavar model: a) P-velocity V_p ; б) S-velocity V_s ; в) density ρ

5. Анализ сейсмограмм. В этом разделе исследуется зависимость расстояния между сейсмограммами от удаленности источников и оценка максимального значения расстояния между сейсмограммами в полном наборе данных. Рассматривается типичная система наблюдений для двумерной съемки с источниками, расположенными в точках пространства $\mathbf{x}_j^s, j = 1, \dots, J_s$. Для такой модели весь набор данных представляет собой объединение решений, вычисленных для каждого из положений источников сигнала:

$$U = \bigcup_{j=1, \dots, J_s} \mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{x}^o, t) = \bigcup_{j=1, \dots, J_s} \mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s).$$

Пусть переменные t и \mathbf{x}^o изменяются в одних и тех же пределах для всех сейсмограмм. В дальнейшем они не будут указываться в обозначениях полей.

Применимость развиваемого подхода иллюстрируется на примере модели Ванавар, характерной для Восточной Сибири (рис. 2). Линейные размеры модели составляют 220 км и 2.6 км. Геометрия системы наблюдения состоит из 1901 источника, расположенных на свободной поверхности равномерно с шагом 100 м. Волновое поле регистрируется 512 приемниками для каждого источника. Максимальное расстояние между источником и приемником 6.4 км. Расстояние между соседними приемниками составляет 25 м. Форма импульса зондирующего сигнала представляется в виде вейвлета Риккера с центральной частотой 30 Гц. В качестве граничных условий используются граничные условия РМЛ. Представленная система наблюдения характерна для проведения профильных сейсмических съемок, когда источники и приемники располагаются на одной линии, т.е. с увеличением порядкового номера (индекса) сейсмического источника его горизонтальная координата увеличивается и вся расстановка системы наблюдения, включая приемники, сдвигается вправо.

Волновые поля рассчитываются на пространственных сетках с шагом 2.5 м и с шагом 1.25 м. После для каждого набора сейсмограмм записываются матрицы попарных расстояний между сейсмограммами.

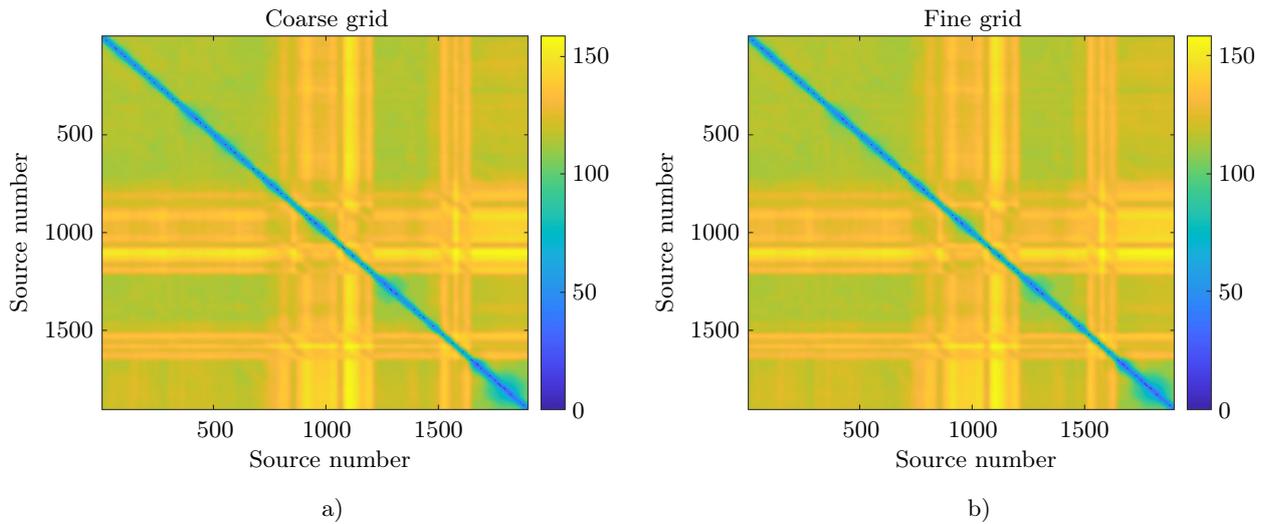


Рис. 3. Модель Ванавар. Матрицы попарных расстояний для данных, рассчитанных на: а) грубой сетке; б) мелкой сетке

Fig. 3. Vanavar model. The distance matrices for data simulated using a) coarse grid; b) fine grid

Эти матрицы для двух рассматриваемых наборов приведены на рис. 3. Следует отметить, что матрицы расстояний для решений, рассчитанных на мелкой и грубой сетках, практически идентичны. В частности, если рассмотреть поэлементную разность этих матриц, нормированную на значения матрицы расстояний для решения на грубой сетке (как представлено на рис. 4), видно, что разница в оценке расстояний для разных наборов данных не превосходит 8%. Поэтому для дальнейшего анализа данных и разработки алгоритма построения обучающей выборки используются данные, рассчитанные на грубой сетке. Принцип работы NDM-net предполагает, что эти “искаженные” данные рассчитываются в полном объеме. Предметом данного исследования является создание обучающего набора данных, т.е. выбор источников, для которых проводится расчет конечно-разностным методом на мелкой сетке.

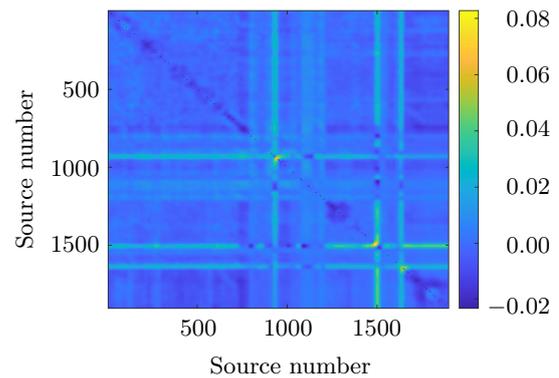


Рис. 4. Модель Ванавар. Разность матриц расстояний, поэлементно нормированная на матрицу расстояний для решения на грубой сетке

Fig. 4. Vanavar model. Normalized difference of the distance matrices

Из анализа матрицы расстояний следует, что расстояния между сейсмограммами малы в узком промежутке вблизи главной диагонали; таким образом, расхождение между сейсмограммами мало при близком расположении источников сигнала, но очень быстро увеличивается вплоть до достижения значений NRMS в 100%. Для наглядности представления зависимости NRMS от расстояния между источниками на рис. 5 приводятся графики нескольких столбцов матрицы NRMS. Каждая линия на графике обозначает NRMS от сейсмограммы, соответствующей рассматриваемой матрице расстояний, до всех остальных сейсмограмм. Если сейсмограмму сравнивать с сейсмограммами для близлежащих источников, то NRMS растет практически линейно от некоторого начального значения до своего предельного значения. После прохождения предельного значения NRMS почти не зависит от расстояния между положениями источников, т.е. для каждой позиции \mathbf{x}_j^s существуют два числа k_j^+ и k_j^- и значение e_j , такие что для всех $k < k_j^-$ и $k > k_j^+$ выполняется $d(\mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s), \mathbf{u}(\mathbf{x}_k^s)) \approx e_j$. Для каждого положения источника эти значения свои. Для того чтобы проанализировать границы k_j^\pm и величину ошибки e_j , рассматриваются усредненные значения расстояний. Симметричное расстояние для каждой сейсмограммы вычисляется следующим образом:

$$d_j(\Delta j) = \frac{1}{2} (d(\mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s), \mathbf{u}(\mathbf{x}_{j+\Delta j}^s)) + d(\mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s), \mathbf{u}(\mathbf{x}_{j-\Delta j}^s))) ;$$

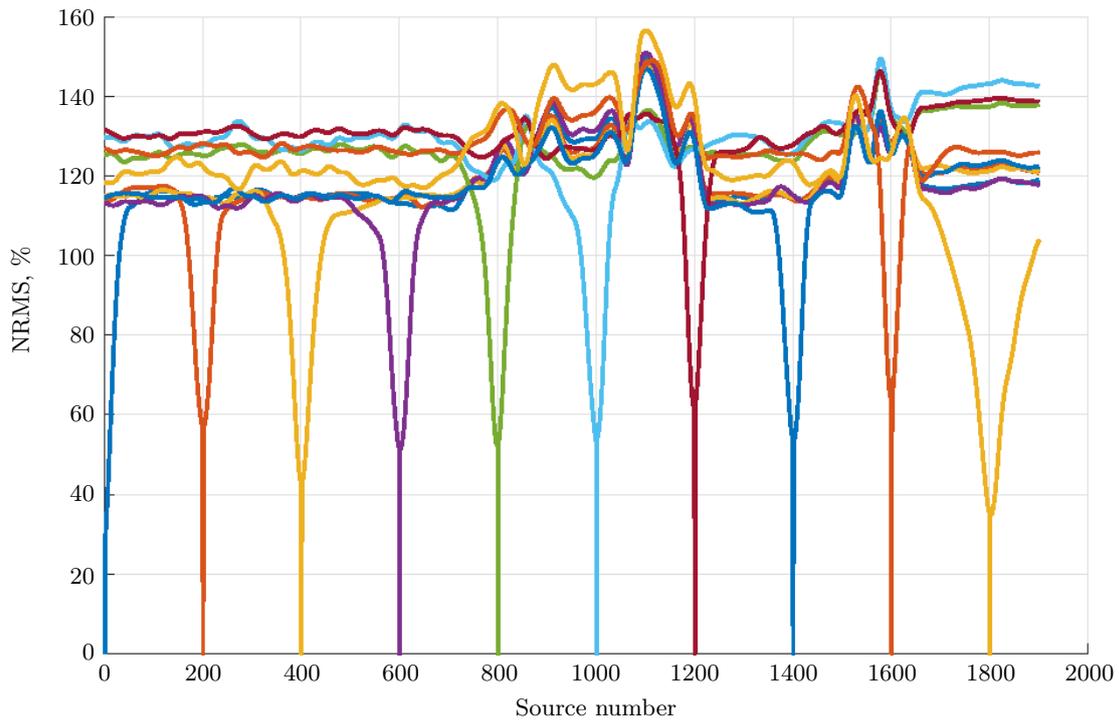


Рис. 5. Модель Ванавар. Расстояния до 19 сейсмограмм
Fig. 5. Vanavar model. The distances for 19 seismograms

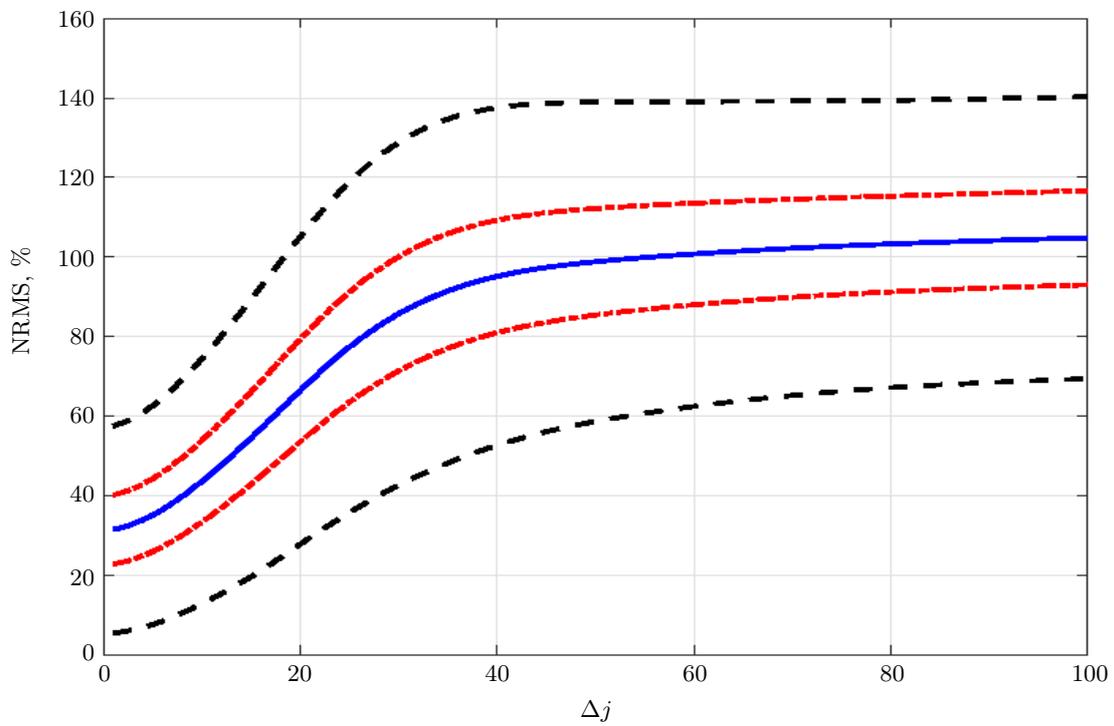


Рис. 6. Модель Ванавар. Среднее NRMS расстояние относительно расстояний между источниками (сплошная линия), штрих-пунктирные линии соответствуют $M_d \pm \Sigma_d$, пунктирные линии соответствуют $M_d \pm 3\Sigma_d$
Fig. 6. Vanavar model. Mean NRMS-distance with respect to distance between the sources (solid line), dash-dotted lines correspond to $M_d \pm \Sigma_d$, and dashed lines correspond to $M_d \pm 3\Sigma_d$

если $j + \Delta j > J_s$ или $j < \Delta j < 1$, то расстояние выбирается равным симметричному. После этого вычисляется среднее значение и стандартное отклонение относительно j для получения выражения для функций от Δj :

$$M_d(\Delta j) = \frac{1}{J_s} \sum_{j=1}^{J_s} d_j(\Delta j),$$

$$\Sigma_d(\Delta j) = \frac{1}{J_s} \sum_{j=1}^{J_s} (d_j(\Delta j) - M_d(\Delta j))^2.$$

На рис. 6 представлены графики для $M_d(\Delta j)$, $M_d(\Delta j) \pm \Sigma_d(\Delta j)$ и $M_d(\Delta j) \pm 3\Sigma_d(\Delta j)$. На графиках можно проследить, как расстояние между сейсмограммами увеличивается при $\Delta j < 30$, после этого ошибка стабилизируется в среднем на уровне около 120%. Значения стандартного отклонения начинаются с 10% для близко расположенных источников и доходят до 20% для источников, разнесенных на большие расстояния. Из приведенной зависимости следует два вывода. Во-первых, в среднем расстояние между сейсмограммами ограничено сверху (расстояние для максимальных удалений источников) и снизу (расстояние между сейсмограммами для соседних источников). Для рассматриваемого набора эти значения составляют 120% и 50% соответственно. Во-вторых, выделяются две области: одна при $\Delta j < 30$, характеризующаяся быстрым ростом NRMS с ростом Δj , другая при $\Delta j > 30$, где NRMS можно считать постоянным. Поэтому использование равноудаленных источников с шагом в более чем 30 позиций источников нецелесообразно, поскольку набор сейсмограмм в таком случае не является репрезентативным, т.е. хаусдорфова метрика будет принимать максимальные значения. Дальнейшее сгущение набора источников для создания обучающей выборки будет снижать расстояние до полного набора данных, повышая тем самым репрезентативность данных обучающей выборки.

6. Алгоритмы построения обучающей выборки.

6.1. Равноудаленно распределенный набор данных. Первый и самый простой алгоритм конструирования обучающего набора данных заключается в выборе сейсмограмм равноудаленно распределенных источников. В исследовании рассматриваются наборы данных, состоящие из 5%, 10% и 20% сейсмограмм от общего числа сейсмограмм и обозначаемые соответственно $D_{5\%}$, $D_{10\%}$ и $D_{20\%}$. Функции $b(\mathbf{x}_k^s, D_t)$ строятся для трех наборов данных, как показано на рис. 7. Если исходная позиция принадлежит

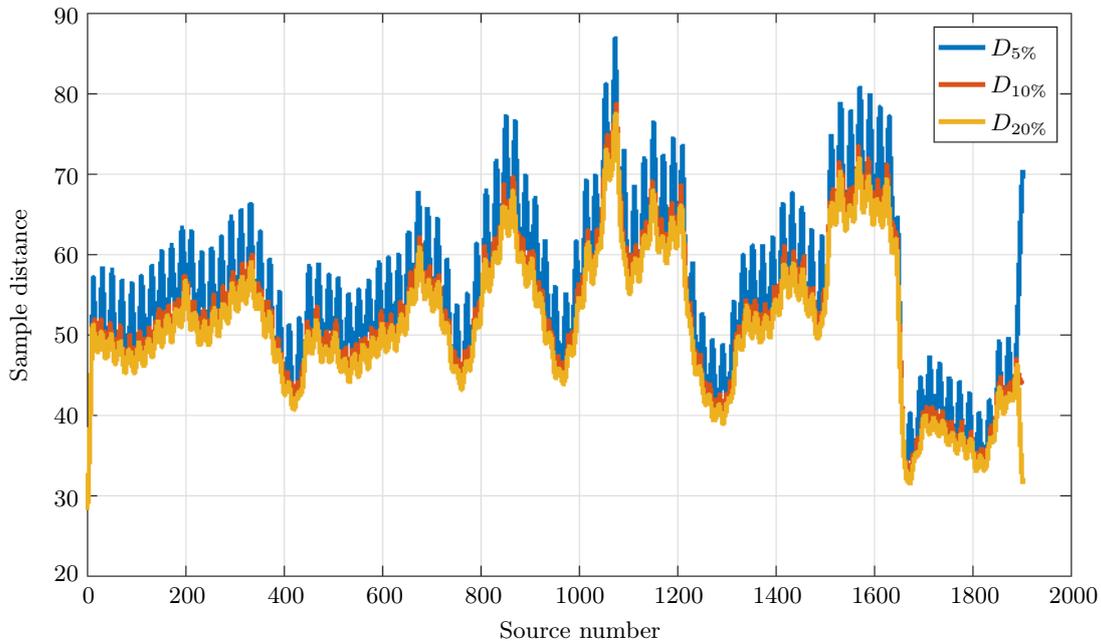


Рис. 7. Расстояния между сейсмограммами и обучающими наборами данных $b(\mathbf{x}_k^s)$ для различных наборов данных для равноудаленно распределенных источников $D_{5\%}$, $D_{10\%}$ и $D_{20\%}$

Fig. 7. Distances between the seismograms and the training datasets $b(\mathbf{x}_k^s)$ for different datasets of equidistantly distributed sources $D_{5\%}$, $D_{10\%}$, and $D_{20\%}$



обучающему набору данных, то расстояние $b(\mathbf{x}_k^s, D_t)$ равно нулю, поэтому эти точки не отображаются на графиках. Функции $b(\mathbf{x}_k^s, D_{10\%})$ и $b(\mathbf{x}_k^s, D_{20\%})$ практически неразличимы, а изменения $b(\mathbf{x}_k^s, D_{5\%})$, в свою очередь, очень большие.

Все три набора данных используются при обучении NDM-net для построения отображения сейсмограмм, рассчитанных на сетке с шагом 2.5 м, в сейсмограммы, рассчитанные на сетке с шагом 1.25 м. После чего проводятся оценки NRMS попарно между данными, рассчитанными на мелкой сетке, и результатами работы нейросети для каждого случая. Рассматривается функция, зависящая от положения источника:

$$q(\mathbf{x}_j^s, D_t) = d(\mathbf{u}_{h_1}(\mathbf{x}_j^s), \mathbf{u}_{\mathcal{N}}(\mathbf{x}_j^s)) = d(\mathbf{u}_{h_1}(\mathbf{x}_j^s), \mathcal{N}(\mathbf{u}_{h_2}(\mathbf{x}_j^s))).$$

Вычисляются среднее значение

$$M_q = \frac{1}{J_s} \sum_{j=1}^{J_s} q(\mathbf{x}_j^s, D_t)$$

и стандартное отклонение

$$\Sigma_q = \frac{1}{J_s} \sum_{j=1}^{J_s} (q(\mathbf{x}_j^s, D_t) - M_q)^2$$

для всех координат источников. Средние значения NRMS между решением на мелкой сетке и решением, обработанным NDM-net, и стандартные отклонения для трех рассматриваемых обучающих наборов данных отображаются в табл. 1. При использовании выборки $D_{5\%}$ погрешность достаточно высокая, при этом применение NDM-net, обученной на наборах $D_{10\%}$ и $D_{20\%}$, существенно повышает точность работы алгоритма. Однако существенного различия между результатами, полученными по выборке $D_{10\%}$ и $D_{20\%}$, не наблюдается.

6.2. Наборы данных с фиксированной хаусдорфовой метрикой. Принцип работы NDM-net предполагает, что решение, рассчитанное на грубой сетке, известно для всех положений источников, что позволяет проводить выбор обучающей выборки на основе метрики на пространстве сейсмограмм. Как показано выше, расстояния между сейсмограммами практически не зависят от выбора расчетной сетки, применяемой для моделирования волновых полей. Поэтому матрица расстояний может использоваться для выбора положений источников, которые применяются для построения обучающей выборки. В этом разделе предлагается строить обучающую выборку как решение следующей задачи:

$$B(D_t) = \max_{k \in \{1, \dots, J_s\}} b(\mathbf{x}_k^s, D_t) = \max_{k \in \{1, \dots, J_s\}} \min_{j \in J_t} d(\mathbf{u}(\mathbf{x}_j^s), \mathbf{u}(\mathbf{x}_k^s)) \leq Q,$$

где Q — заданное значение ошибки. В рамках исследования рассматриваются значения $Q \in [60\%; 100\%]$. Такой выбор обосновывается выше, на основе анализа расстояний между сейсмограммами с разными шагами разброса равноудаленных источников. Рассматриваются пять различных наборов данных $D_{60\%}^{\text{NRMS}}$, $D_{70\%}^{\text{NRMS}}$, ..., $D_{100\%}^{\text{NRMS}}$, таких что $D_{m\%}^{\text{NRMS}}$ соответствует случаю

$$B(D_t) = \max_{k \in \{1, \dots, J_s\}} b(\mathbf{x}_k^s, D_t) \leq m.$$

На рис. 8–12 представлены функции $b(\mathbf{x}_k^s, D_{m\%}^{\text{NRMS}})$ как функции положений источников. На изображениях отмечены источники, принадлежащие обучающему набору данных, для визуализации количества источников в наборе данных. Как отмечалось выше, расстояние равно нулю, если источник принадлежит набору данных. Например, набор данных $D_{60\%}^{\text{NRMS}}$ содержит все источники под номерами от 1500 до 1650. Это означает, что даже для двух соседних источников в этом диапазоне NRMS между сейсмограмма-

Таблица 1. Наборы данных для равноудаленно распределенных источников

Table 1. Datasets of equidistantly distributed sources

Набор данных Dataset	Количество источников Number of sources	Среднее значение NRMS Average NRMS	Стандартное отклонение NRMS Standard deviation NRMS
$D_{5\%}$	86	44.28%	7.42%
$D_{10\%}$	191	31.91%	7.16%
$D_{20\%}$	283	29.41%	6.45%

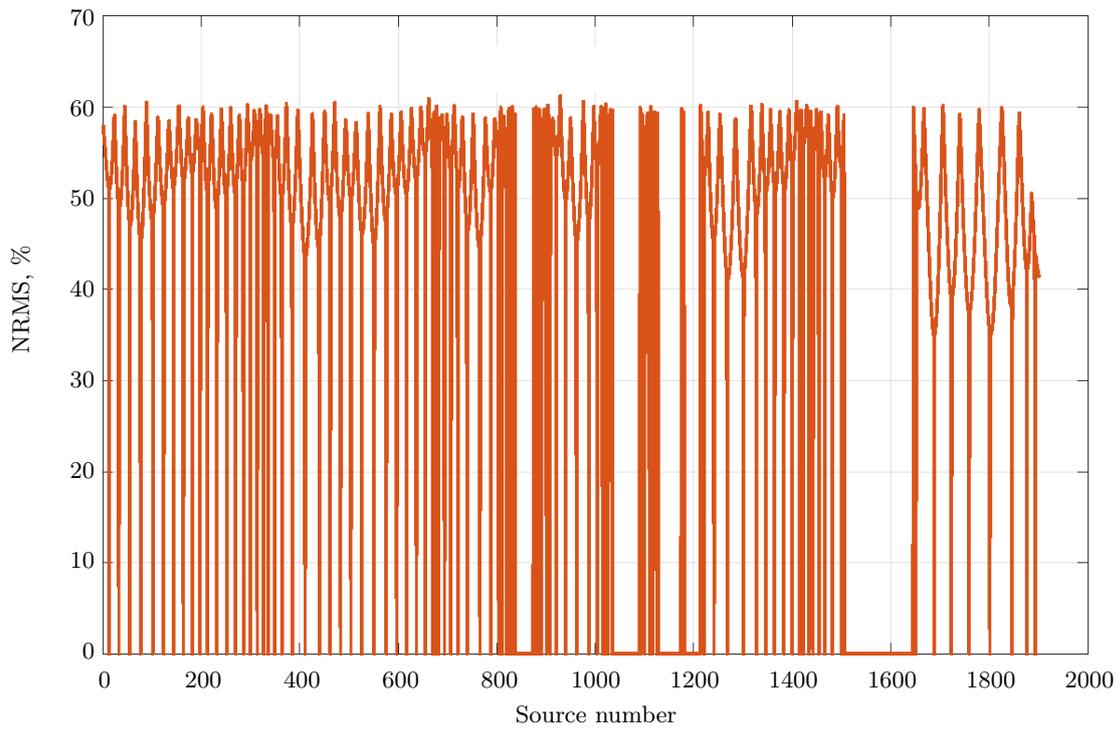


Рис. 8. Расстояния между сейсмограммами и обучающим набором данных $b(\mathbf{x}_k^s, D_{60\%}^{\text{NRMS}})$

Fig. 8. Distances between the seismograms and the training dataset $b(\mathbf{x}_k^s, D_{60\%}^{\text{NRMS}})$

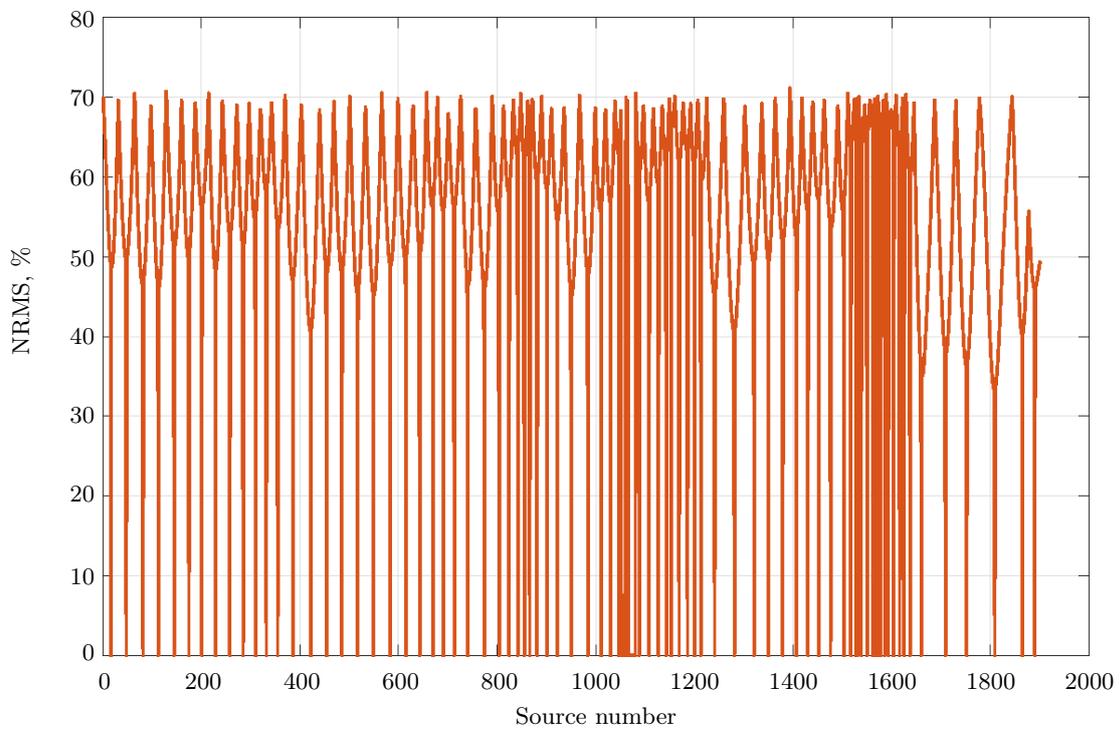


Рис. 9. Расстояния между сейсмограммами и обучающим набором данных $b(\mathbf{x}_k^s, D_{70\%}^{\text{NRMS}})$

Fig. 9. Distances between the seismograms and the training dataset $b(\mathbf{x}_k^s, D_{70\%}^{\text{NRMS}})$

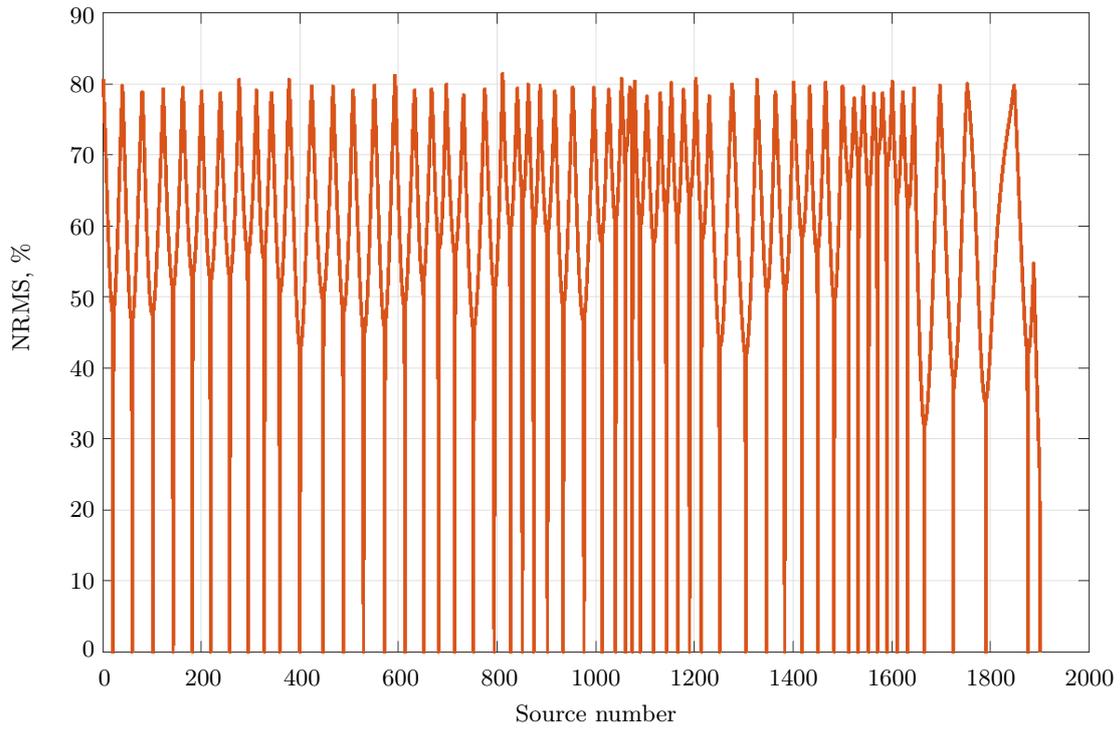


Рис. 10. Расстояния между сейсмограммами и обучающим набором данных $b(\mathbf{x}_k^s, D_{80\%}^{NRMS})$

Fig. 10. Distances between the seismograms and the training dataset $b(\mathbf{x}_k^s, D_{80\%}^{NRMS})$

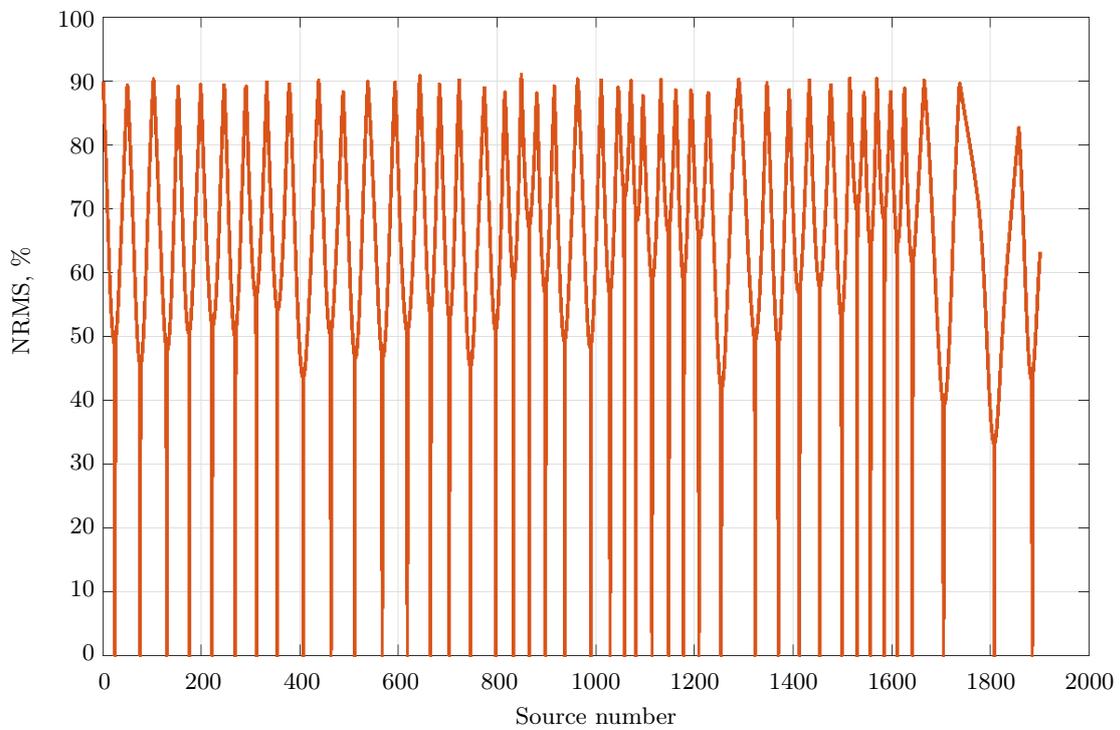


Рис. 11. Расстояния между сейсмограммами и обучающим набором данных $b(\mathbf{x}_k^s, D_{90\%}^{NRMS})$

Fig. 11. Distances between the seismograms and the training dataset $b(\mathbf{x}_k^s, D_{90\%}^{NRMS})$

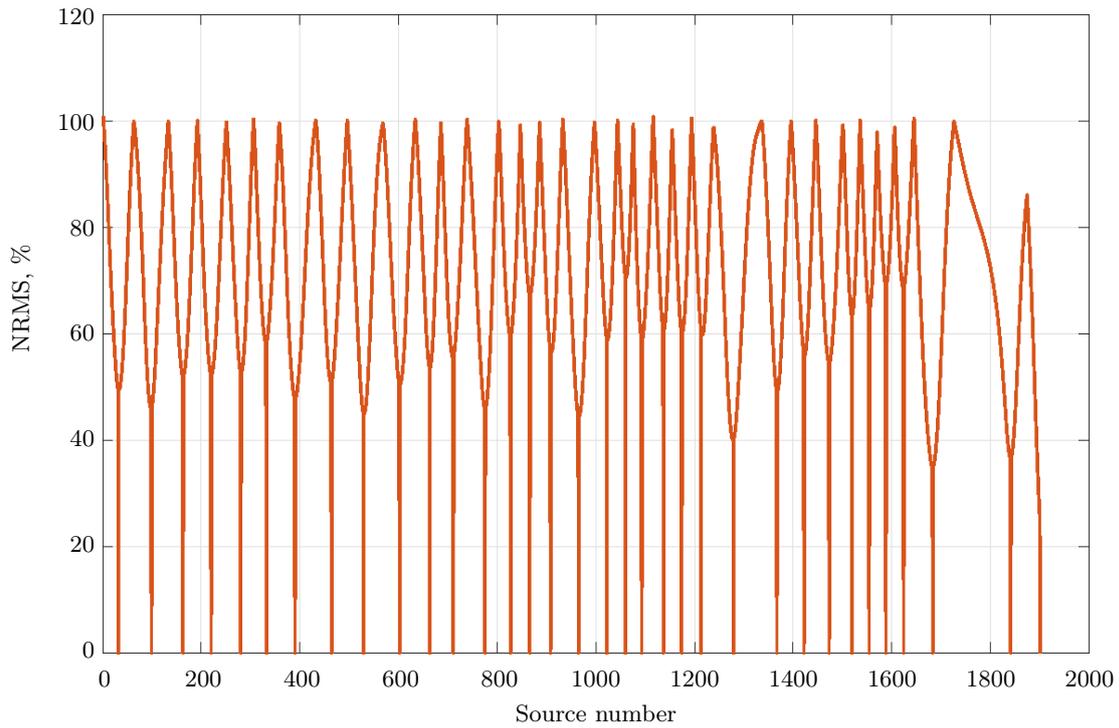


Рис. 12. Расстояния между сейсмограммами и обучающим набором данных $b(\mathbf{x}_k^s, D_{100\%}^{\text{NRMS}})$

Fig. 12. Distances between the seismograms and the training dataset $b(\mathbf{x}_k^s, D_{100\%}^{\text{NRMS}})$

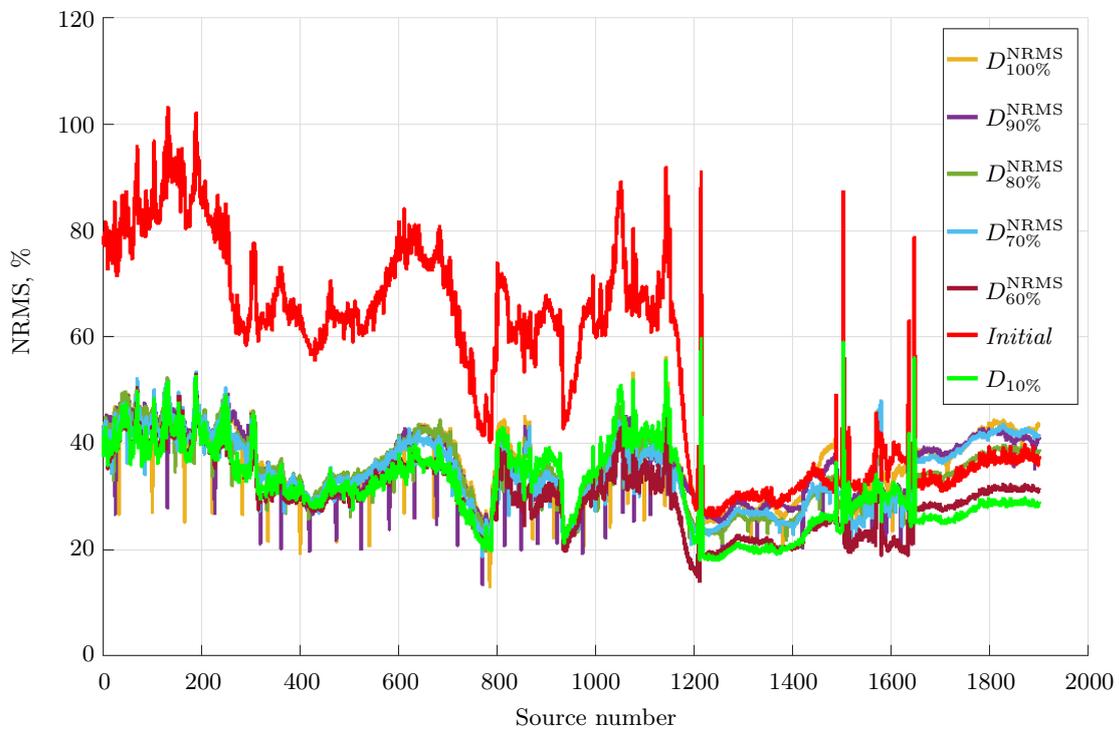


Рис. 13. Пошаговые расстояния между решением на мелкой сетке и решениями, скорректированными с помощью NDM-сети, для различных наборов обучающих данных

Fig. 13. Shot-by-shot distances between the fine-grid solution and NDM-net corrected solutions for different training datasets



ми превышает 60%. Повышая величину приемлемой NRMS, можно уменьшить количество источников в обучающем наборе данных и тем самым ускорить обучение NDM-net. Но выбор источников на этом основании значительно снижает точность предсказаний искусственной нейронной сети.

На рис. 13 приведены графики попарных расстояний между точным решением и решениями, полученными с использованием NDM-net, обученной на разных выборках. Все рассматриваемые решения практически идентичны в самой левой части модели (номера вплоть до 800), где модель была относительно простой, но начальная NRMS между решениями с мелкой и грубой сеткой составляла 70%. Основное отличие для различных сценариев построения обучающих выборок наблюдается на графиках в диапазоне индексов источников от 800 до 1500. Для номеров источников от 1500 до 1650, где $D_{60\%}^{NRMS}$ включает все источники, точность работы сети, обученной на наборе $D_{60\%}^{NRMS}$, выше, чем для случая с другими наборами данных. Однако в самой простой части модели (номера источников в диапазоне 1650–1900) все адаптированные наборы данных содержат очень разреженное распределение источников, что приводит к увеличению NRMS после применения NDM-net. В среднем набор данных $D_{60\%}^{NRMS}$ обеспечивает самую высокую точность работы NDM-net. Однако количество источников в $D_{60\%}^{NRMS}$ 414, что в два раза больше, чем в $D_{10\%}$. Набор данных $D_{70\%}^{NRMS}$ содержит половину источников из $D_{10\%}$, но NRMS для такого набора источников уже значительно увеличивается. Если сравнивать средние NRMS между точным решением и результатом работы нейросети, обученной на разных данных, то видно, что при фиксированном общем числе источников в обучающей выборке использование обучающих выборок на основе зафиксированной хаусдорфовой метрики в пространстве сейсмограмм обеспечивает более высокую точность, чем вариант равномерно распределенных источников (табл. 2).

Таблица 2. Наборы данных, сохраняющие инвариантность относительно расстояния между сейсмограммами

Table 2. Distance-preserving datasets

Набор данных Dataset	Количество источников Number of sources	Среднее значение NRMS Average NRMS	Стандартное отклонение NRMS Standard deviation NRMS
$D_{60\%}^{NRMS}$	414	30.28%	6.97%
$D_{70\%}^{NRMS}$	109	34.69%	5.99%
$D_{80\%}^{NRMS}$	56	35.11%	6.73%
$D_{90\%}^{NRMS}$	43	35.68%	6.74%
$D_{100\%}^{NRMS}$	34	36.26%	6.92%
$D_{10\%}$	191	31.91%	7.16%

7. Заключение. Рассмотрены два способа построения обучающих наборов данных для искусственной нейронной сети, применяемой для подавления численной дисперсии, NDM-net. Эта искусственная нейронная сеть аппроксимирует отображение зашумленного решения, вычисленного с использованием грубой пространственной дискретизации, на решение, вычисленное на мелкой сетке. При использовании NDM-net сейсмограммы рассчитываются на грубой сетке для всех положений источников. После чего выбирается набор источников, для которых решение рассчитывается на достаточно мелкой сетке так, чтобы численная ошибка была допустимо мала. Именно этот набор данных используется в качестве обучающей выборки. Моделирование волновых полей на мелкой сетке является чрезвычайно ресурсоемким процессом, поэтому предлагается способ построения обучающей выборки, понижающий общее количество сейсмограмм в этой выборке, без потери точности решения в сравнении с созданием тренировочного набора из сейсмограмм равноудаленных источников. Подход основан на введении метрики в пространстве сейсмограмм вместе с подчиненной ей хаусдорфовой метрикой. Обучающая выборка строится на условии, что расстояние от этой выборки до полного набора данных в хаусдорфовой метрике не превосходит пороговых значений. Такой подход позволяет выбирать представительные сейсмограммы, чем обеспечивается наилучшая репрезентативность полного набора данных.

К. Г. Гадьлышин разработал архитектуру нейронной сети. Д. М. Вишневецкий выполнил конечно-разностное моделирование волновых полей в рамках работ по государственному заданию № FWZZ–2022–0022, В. В. Лисица разработал алгоритм построения обучающей выборки, К. А. Гадьлышина провела численные эксперименты по анализу эффективности применения разных обучающих выборок при финансовой поддержке РФФ (грант № 22–11–00004).

Список литературы

1. Kostin V., Lisitsa V., Reshetova G., Tcheverda V. Local time-space mesh refinement for simulation of elastic wave propagation in multi-scale media // *Journal of Computational Physics*. 2015. **281**. 669–689. doi 10.1016/j.jcp.2014.10.047.
2. Saenger E.H., Gold N., Shapiro S.A. Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid // *Wave Motion*. 2000. **31**, N 1. 77–92. doi 10.1016/S0165-2125(99)00023-2.
3. Blanch J.O., Robertsson J.O.A., Symes W.W. Modeling of a constant Q: methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique // *Geophysics*. 1995. **60**, N 1. 176–184. doi 10.1190/1.1443744.
4. Masson Y.J., Pride S.R. Finite-difference modeling of Biot's poroelastic equations across all frequencies // *Geophysics*. 2010. **75**, N 2. N33–N41. doi 10.1190/1.3332589.
5. Lisitsa V., Kolyukhin D., Tcheverda V. Statistical analysis of free-surface variability's impact on seismic wavefield // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2019. **116**. 86–95. doi 10.1016/j.soildyn.2018.09.043.
6. Tarras I., Giraud L., Thore P. New curvilinear scheme for elastic wave propagation in presence of curved topography // *Geophysical Prospecting*. 2011. **59**, N 5. 889–906. doi 10.1111/j.1365-2478.2011.00972.x.
7. Liu Y. Optimal staggered-grid finite-difference schemes based on least-squares for wave equation modelling // *Geophysical Journal International*. 2014. **197**, N 2. 1033–1047. doi 10.1093/gji/ggu032.
8. Käser M., Dumbser M., Puente J., Igel H. An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes — III. Viscoelastic attenuation // *Geophysical Journal International*. 2007. **168**, N 1. 224–242. doi 10.1111/j.1365-246X.2006.03193.x.
9. Lisitsa V., Tcheverda V., Botter C. Combination of the discontinuous Galerkin method with finite differences for simulation of seismic wave propagation // *Journal of Computational Physics*. 2016. **311**. 142–157. doi 10.1016/j.jcp.2016.02.005.
10. Ainsworth M. Dispersive and dissipative behaviour of high order discontinuous Galerkin finite element methods // *Journal of Computational Physics*. 2004. **198**, N 1. 106–130. doi 10.1016/j.jcp.2004.01.004.
11. Lisitsa V. Dispersion analysis of discontinuous Galerkin method on triangular mesh for elastic wave equation // *Applied Mathematical Modelling*. 2016. **40**, N 7–8. 5077–5095. doi 10.1016/j.apm.2015.12.039.
12. Pleshkevich A., Vishnevskiy D., Lisitsa V. Sixth-order accurate pseudo-spectral method for solving one-way wave equation // *Applied Mathematics and Computation*. 2019. **359**. 34–51. doi 10.1016/j.amc.2019.04.029.
13. Koene E.F.M., Robertsson J.O.A., Brogгинi F., Andersson F. Eliminating time dispersion from seismic wave modeling // *Geophysical Journal International*. 2018. **213**, N 1. 169–180. doi 10.1093/gji/ggx563.
14. Mittel R. Second-order time integration of the wave equation with dispersion correction procedures // *Geophysics*. 2019. **84**, N 4. T221–T235. doi 10.1190/geo2018-0770.1.
15. Siahkoobi A., Louboutin M., Herrmann F.J. The importance of transfer learning in seismic modeling and imaging // *Geophysics*. 2019. **84**, N 6. A47–A52. doi 10.1190/geo2019-0056.1.
16. Kaur H., Fomel S., Pham N. Overcoming numerical dispersion of finite-difference wave extrapolation using deep learning // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2019. 2318–2322. doi 10.1190/segam2019-3207486.1.
17. Гадьльшина К.А., Лисица В.В., Вишнеvский Д.М., Гадьльшин К.Г. Искусственная нейронная сеть, уменьшающая численную дисперсию, для постобработки результатов сейсмического моделирования // *Геофизические технологии*. 2022. № 1. 99–109. doi 10.18303/2619-1563-2022-1-99.
18. Gadylyshin K., Vishnevsky D., Gadylyshina K., Lisitsa V. Numerical dispersion mitigation neural network for seismic modeling // *Geophysics*. 2022. **87**, N 3. T237–T249. doi 10.1190/geo2021-0242.1.
19. Levander A.R. Fourth-order finite-difference P–SV seismograms // *Geophysics*. 1988. **53**, N 11. 1425–1436. doi 10.1190/1.1442422.
20. Ronneberger O., Fischer P., Brox T. U-Net: convolutional networks for biomedical image segmentation // *Lecture Notes in Computer Science*. Vol. 9351. Cham: Springer, 2015. 234–241. doi 10.1007/978-3-319-24574-4_28.
21. Collino F., Tsogka C. Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media // *Geophysics*. 2001. **66**, N 1. 294–307. doi 10.1190/1.1444908.
22. Martin R., Komatitsch D., Ezziani A. An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for seismic wave propagation in poroelastic media // *Geophysics*. 2008. **73**, N 4. T51–T61. doi 10.1190/1.2939484.



Информация об авторах

Ксения Александровна Гадьильшина — мл. научн. сотр.; Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А. А. Трофимука СО РАН, пр-кт Коптюга, 3, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

Дмитрий Михайлович Вишневецкий — научн. сотр.; Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А. А. Трофимука СО РАН, пр-кт Коптюга, 3, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

Кирилл Геннадьевич Гадьильшин — к.ф.-м.н., эксперт; ООО “РН-БашНИПИнефть”, отдел разработки геологических проектов, ул. Бехтерева, 3/1, 450103, Уфа, Российская Федерация.

Вадим Викторович Лисица — д.ф.-м.н., заведующий лабораторией; Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А. А. Трофимука СО РАН, пр-кт Коптюга, 3, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

References

1. V. Kostin, V. Lisitsa, G. Reshetova, and V. Tcheverda, “Local Time-Space Mesh Refinement for Simulation of Elastic Wave Propagation in Multi-Scale Media,” *J. Comput. Phys.* **281**, 669–689 (2015). doi [10.1016/j.jcp.2014.10.047](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2014.10.047).
2. E. H. Saenger, N. Gold, and S. A. Shapiro, “Modeling the Propagation of Elastic Waves Using a Modified Finite-Difference Grid,” *Wave Motion* **31** (1), 77–92 (2000). doi [10.1016/S0165-2125\(99\)00023-2](https://doi.org/10.1016/S0165-2125(99)00023-2).
3. J. O. Blanch, J. O. A. Robertsson, and W. W. Symes, “Modeling of a Constant Q: Methodology and Algorithm for an Efficient and Optimally Inexpensive Viscoelastic Technique,” *Geophysics* **60** (1), 176–184 (1995). doi [10.1190/1.1443744](https://doi.org/10.1190/1.1443744).
4. Y. J. Masson and S. R. Pride, “Finite-Difference Modeling of Biot’s Poroelastic Equations across all Frequencies,” *Geophysics* **75** (2), N33–N41 (2010). doi [10.1190/1.3332589](https://doi.org/10.1190/1.3332589).
5. V. Lisitsa, D. Kolyukhin, and V. Tcheverda, “Statistical Analysis of Free-Surface Variability’s Impact on Seismic Wavefield,” *Soil Dyn. Earthq. Eng.* **116**, 86–95 (2019). doi [10.1016/j.soildyn.2018.09.043](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2018.09.043).
6. I. Tarrass, L. Giraud, and P. Thore, “New Curvilinear Scheme for Elastic Wave Propagation in Presence of Curved Topography,” *Geophys. Prospect.* **59** (5), 889–906 (2011). doi [10.1111/j.1365-2478.2011.00972.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2011.00972.x).
7. Y. Liu, “Optimal Staggered-Grid Finite-Difference Schemes Based on Least-Squares for Wave Equation Modelling,” *Geophys. J. Int.* **197** (2), 1033–1047 (2014). doi [10.1093/gji/ggu032](https://doi.org/10.1093/gji/ggu032).
8. M. Käser, M. Dumbser, J. Puente, and H. Igel, “An Arbitrary High-Order Discontinuous Galerkin Method for Elastic Waves on Unstructured Meshes — III. Viscoelastic Attenuation,” *Geophys. J. Int.* **168** (1), 224–242 (2007). doi [10.1111/j.1365-246X.2006.03193.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03193.x).
9. V. Lisitsa, V. Tcheverda, and C. Botter, “Combination of the Discontinuous Galerkin Method with Finite Differences for Simulation of Seismic Wave Propagation,” *J. Comput. Phys.* **311**, 142–157 (2016). doi [10.1016/j.jcp.2016.02.005](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.02.005).
10. M. Ainsworth, “Dispersive and Dissipative Behaviour of High Order Discontinuous Galerkin Finite Element Methods,” *J. Comput. Phys.* **198** (1), 106–130 (2004). doi [10.1016/j.jcp.2004.01.004](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2004.01.004).
11. V. Lisitsa, “Dispersion Analysis of Discontinuous Galerkin Method on Triangular Mesh for Elastic Wave Equation,” *Appl. Math. Model.* **40** (7–8), 5077–5095 (2016). doi [10.1016/j.apm.2015.12.039](https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.12.039).
12. A. Pleshkevich, D. Vishnevskiy, and V. Lisitsa, “Sixth-Order Accurate Pseudo-Spectral Method for Solving One-Way Wave Equation,” *Appl. Math. Comput.* **359**, 34–51 (2019). doi [10.1016/j.amc.2019.04.029](https://doi.org/10.1016/j.amc.2019.04.029).
13. E. F. M. Koene, J. O. A. Robertsson, F. Brogгинi, and F. Andersson, “Eliminating Time Dispersion from Seismic Wave Modeling,” *Geophys. J. Int.* **213** (1), 169–180 (2018). doi [10.1093/gji/ggx563](https://doi.org/10.1093/gji/ggx563).
14. R. Mittet, “Second-Order Time Integration of the Wave Equation with Dispersion Correction Procedures,” *Geophysics* **84** (4), T221–T235 (2019). doi [10.1190/geo2018-0770.1](https://doi.org/10.1190/geo2018-0770.1).
15. A. Siahkoohi, M. Louboutin, and F. J. Herrmann, “The Importance of Transfer Learning in Seismic Modeling and Imaging,” *Geophysics* **84** (6), A47–A52 (2019). doi [10.1190/geo2019-0056.1](https://doi.org/10.1190/geo2019-0056.1).
16. H. Kaur, S. Fomel, and N. Pham, “Overcoming Numerical Dispersion of Finite-Difference Wave Extrapolation Using Deep Learning,” *SEG Tech. Program Expand. Abstr.* 2019, 2318–2322 (2019). doi [10.1190/segam2019-3207486.1](https://doi.org/10.1190/segam2019-3207486.1).

17. K. A. Gadylshina, V. V. Lisitsa, D. M. Vishnevsky, and K. G. Gadylshin, “Deep Neural Network Reducing Numerical Dispersion for Post-Processing of Seismic Modeling Results,” *Russ. J. Geophys. Technol.* No. 1, 99–109 (2022). doi [10.18303/2619-1563-2022-1-99](https://doi.org/10.18303/2619-1563-2022-1-99).
18. K. Gadylshin, D. Vishnevsky, K. Gadylshina, and V. Lisitsa, “Numerical Dispersion Mitigation Neural Network for Seismic Modeling,” *Geophysics* **87** (3), T237–T249 (2022). doi [10.1190/geo2021-0242.1](https://doi.org/10.1190/geo2021-0242.1).
19. A. R. Levander, “Fourth-Order Finite-Difference P – SV Seismograms,” *Geophysics* **53** (11), 1425–1436 (1988). doi [10.1190/1.1442422](https://doi.org/10.1190/1.1442422).
20. O. Ronneberger, P. Fischer, and T. Brox, “U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation,” in *Lecture Notes in Computer Science* (Springer, Cham, 2015), Vol. 9351, pp. 234–241. doi [10.1007/978-3-319-24574-4_28](https://doi.org/10.1007/978-3-319-24574-4_28).
21. F. Collino and C. Tsogka, “Application of the Perfectly Matched Absorbing Layer Model to the Linear Elastodynamic Problem in Anisotropic Heterogeneous Media,” *Geophysics* **66** (1), 294–307 (2001). doi [10.1190/1.1444908](https://doi.org/10.1190/1.1444908).
22. R. Martin, D. Komatitsch, and A. Ezziani, “An Unsplit Convolutional Perfectly Matched Layer Improved at Grazing Incidence for Seismic Wave Propagation in Poroelastic Media,” *Geophysics* **73** (4), T51–T61 (2008). doi [10.1190/1.2939484](https://doi.org/10.1190/1.2939484).

Received
November 27, 2022

Accepted for publication
April 24, 2023

Information about the authors

Kseniia A. Gadylshina — Junior Scientist; Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug prospekt, 3, 630090, Novosibirsk, Russia.

Dmitry M. Vishnevsky — Scientist; Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug prospekt, 3, 630090, Novosibirsk, Russia.

Kirill G. Gadylshin — Ph.D., Expert; LLC RN-BashNIPIneft, Bekhtereva ulitsa, 3/1, 450103, Ufa, Russia.

Vadim V. Lisitsa — Dr. Sci., Head of Laboratory; Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug prospekt, 3, 630090, Novosibirsk, Russia.