

Бессеточный планарный метод Particle Image Velocimetry

Д. И. Зарипов

Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация
ORCID: 0000-0001-9941-2248, e-mail: zaripov.d.i@mail.ru

М. П. Токарев

Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация
ORCID: 0000-0002-5112-7234, e-mail: mtokarev@itp.nsc.ru

А. А. Лукьянов

Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация
ORCID: 0000-0002-9309-7299, e-mail: a.lukyanov@g.nsu.ru

Д. М. Маркович

Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация
ORCID: 0000-0002-0109-653X, e-mail: dmark@itp.nsc.ru

Аннотация: На сегодняшний день многопроходный метод PIV (Particle Image Velocimetry) широко используется в области экспериментальной механики жидкости и газа из-за его высокой надежности при решении практических задач. Однако он имеет известное ограничение, связанное с ошибками, возникающими при вычислении производных скорости, необходимых для деформации обрабатываемых PIV-изображений при повышении производительности метода. Поскольку количество ошибок увеличивается с применением схем более высокого порядка, на практике чаще всего ограничиваются первым порядком, что в свою очередь приводит к снижению пространственного разрешения. В данной работе предлагается метод, допускающий применение схем более чем второго порядка, что позволяет заметно повысить точность измерения скорости и ее производных и тем самым увеличить пространственное разрешение. Метод не требует восстановления ошибочных векторов скорости, позволяет избежать численного расчета производных скорости и легко применим на практике.

Ключевые слова: Particle Image Velocimetry, бессеточный метод, погрешность, пространственное разрешение.

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22–29–01274.

Для цитирования: Зарипов Д.И., Токарев М.П., Лукьянов А.А., Маркович Д.М. Бессеточный планарный метод Particle Image Velocimetry // Вычислительные методы и программирование. 2022. 23, № 4. 328–338. doi 10.26089/NumMet.v23r420.



Grid-free planar method of Particle Image Velocimetry

Dinar I. Zaripov

Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Novosibirsk, Russia

ORCID: 0000-0001-9941-2248, e-mail: zaripov.d.i@mail.ru

Mikhail P. Tokarev

Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Novosibirsk, Russia

ORCID: 0000-0002-5112-7234, e-mail: mtokarev@itp.nsc.ru

Alexey A. Lukyanov

Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Novosibirsk, Russia

ORCID: 0000-0002-9309-7299, e-mail: a.lukyanov@g.nsu.ru

Dmitry M. Markovich

Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Novosibirsk, Russia

ORCID: 0000-0002-0109-653X, e-mail: dmark@itp.nsc.ru

Abstract: Today, the method of PIV (Particle Image Velocimetry) is widely used in the field of experimental fluid mechanics due to its high reliability in solving practical problems. However, it has a known limitation associated with errors that occur when calculating velocity derivatives, which are necessary to deform the processed PIV images while improving the performance of the method. Since the number of errors increases with the use of higher order schemes, in practice it is most often limited to the first order, which in turn leads to a decrease in spatial resolution. In the present research, we propose a method that allows the schemes of more than the second order, which significantly improves the accuracy of measuring velocity and its derivatives, and thereby increases the spatial resolution. The method does not require the recovery of erroneous velocity vectors, avoids the numerical calculation of velocity derivatives, and is easily applied in practice.

Keywords: Particle Image Velocimetry, grid-free method, error, spatial resolution.

Acknowledgements: The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 22-29-01274.

For citation: D. I. Zaripov, M. P. Tokarev, A. A. Lukyanov, and D. M. Markovich, “Grid-Free planar method of Particle Image Velocimetry,” *Numerical Methods and Programming*. **23** (4), 328–338 (2022). doi 10.26089/NumMet.v23r420.

1. Введение. За последние три десятилетия метод цифровой трассерной визуализации (PIV — Particle Image Velocimetry) стал надежным инструментом измерения различных кинематических характеристик потока жидкости или газа. За это время разработано множество алгоритмов, расширяющих возможности метода PIV и повышающих достоверность получаемых данных [1, 2]. Идея метода заключается в получении и дальнейшей обработке цифровых изображений частиц-трассеров, предварительно засеиваемых в исследуемый поток жидкости. При отслеживании трассеров полагается, что они движутся с локальной скоростью потока. Визуализация осуществляется за счет света, рассеиваемого этими частицами (рис. 1). Для подсветки требуемой области потока чаще всего используется импульсный лазер или лазер непрерывного действия, а также светодиодная подсветка совместно с необходимой оптической системой. Для получения последовательности изображений используются фото- или видеокamеры, установленные перпендикулярно плоскости светового ножа. При необходимости применяется специальное оборудование для синхронизации камеры со вспышками импульсного лазера. Для записи изображений используется система сбора данных.

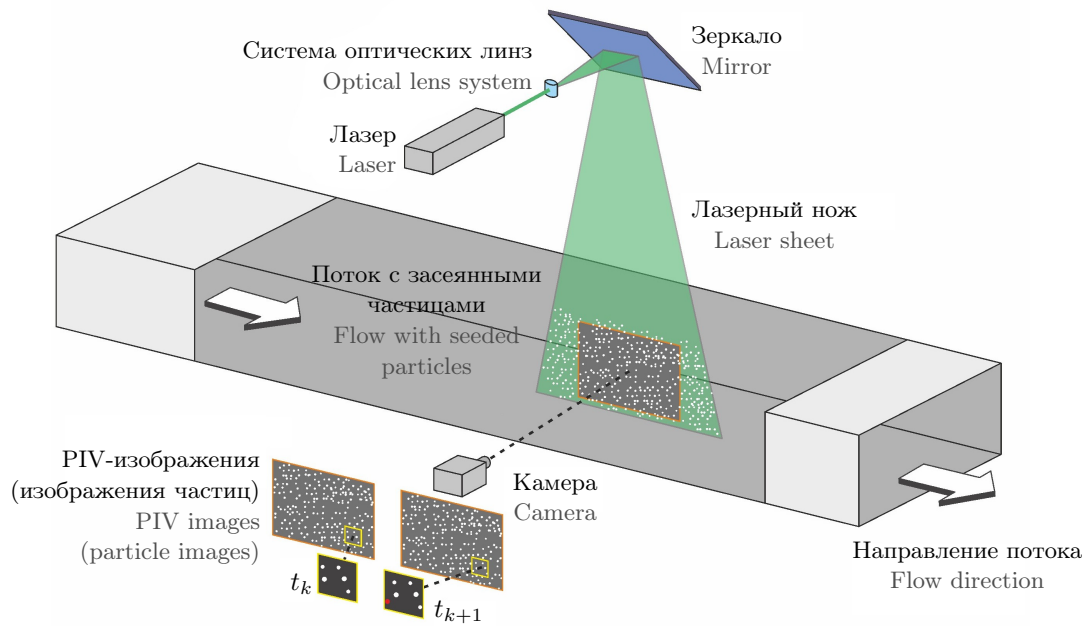


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки для проведения PIV-измерений в аэродинамической трубе [3]

Fig. 1. General view of the experimental setup for PIV measurements in a wind tunnel [3]

Алгоритм определения смещения обычно строится по следующей схеме:

1. В окрестности узлов предварительно нанесенной на изображение сетки выделяется небольшая часть изображения размерами $I \times J$ пикселей (рис. 2), которую будем называть элементарной расчетной областью. Предполагается, что все изображения частиц в пределах одной расчетной области смещаются плоскопараллельно между двумя последовательными изображениями;
2. Каждая расчетная область на изображении k сравнивается с расчетными областями таких же формы и размеров, но расположенными на изображении $k + 1$ в окрестности того же узла расчетной сетки. Наибольшую популярность при сравнении пар расчетных областей получил алгоритм [1, 3], основанный на вычислении кросскорреляционной функции (ККФ, рис. 2). Значения n и m , при которых ККФ достигает наибольшего значения, принимаются в качестве наиболее вероятных смещений частиц, расположенных в пределах расчетной области в окрестности соответствующего узла расчетной сетки. Во многих задачах этот алгоритм обеспечивает приемлемую точность определения векторов скорости;
3. Далее координаты максимума ККФ уточняются с подпиксельной точностью $(\Delta n, \Delta m)$ с использованием специальных процедур интерполяции [4];
4. Наконец, по определенному наиболее вероятному смещению частиц рассчитывается наиболее вероятная скорость частиц (u, v) , расположенных в окрестности рассматриваемого узла расчетной сетки (рис. 2).

2. Метод WIDIM. Для снижения погрешности измерения смещения изображений частиц и повышения пространственного разрешения метода применяются многопроходные (итерационные) алгоритмы обработки PIV-изображений [1, 5–12]. В литературе многопроходный метод PIV получил название WIDIM (Window Distortion Iterative Multigrid). Суть этого метода заключается в том, что на каждой итерации k оценивается уточняющая поправка $(\Delta s_x^k, \Delta s_y^k)$ к полю смещения (s_x^{k-1}, s_y^{k-1}) , рассчитанному на предыдущей итерации $k - 1$. С учетом текущего приближения $(s_x^k, s_y^k) = (s_x^{k-1}, s_y^{k-1}) + (\Delta s_x^k, \Delta s_y^k)$, $k \in \mathbb{N}$, $(s_x^0, s_y^0) = (0, 0)$, компенсируются смещения изображений частиц на исходных изображениях. Таким образом можно добиться сходимости результата обработки и увеличить точность получаемых данных. Типич-

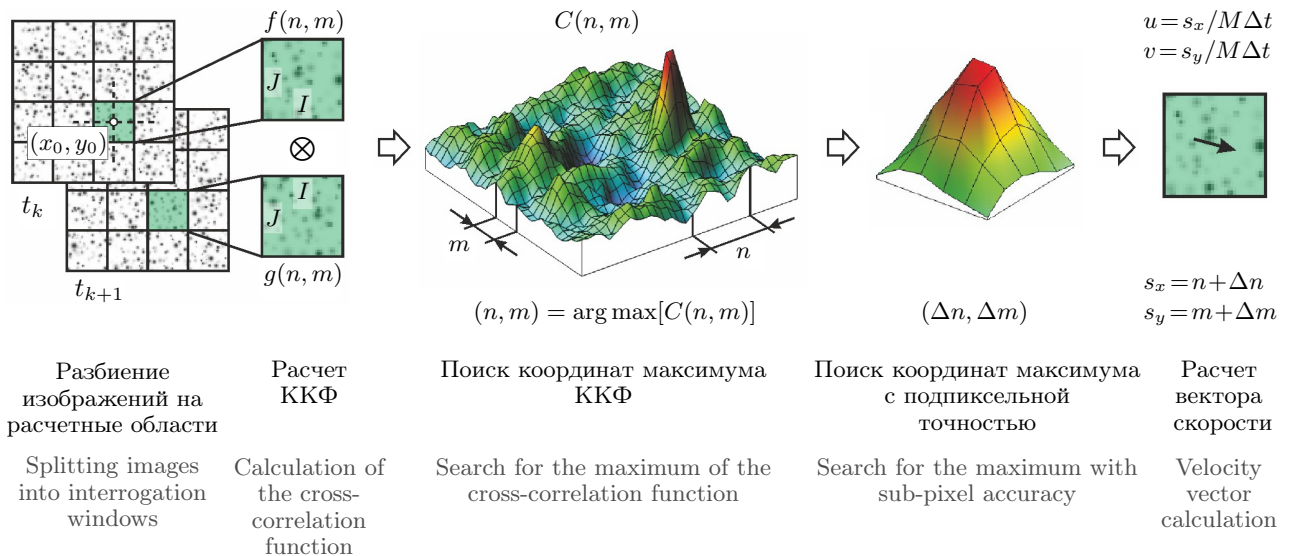


Рис. 2. Принципиальная схема работы стандартного метода PIV [5]. M — масштабный коэффициент [пиксель/мм]
 Fig. 2. Schematic diagram of the standard method of PIV [5]. M — scale factor [pixel/mm]

ная последовательность действий в многопроходном алгоритме подробно описана в работе [5]. Как правило, сходимость многопроходных методов достаточно быстрая (3–5 итераций). В идеале расчеты можно остановить при полном совпадении шаблонных и сравниваемых расчетных областей. В действительности полного совпадения добиться не удается в связи с:

- гораздо более сложной деформацией изображений за время межкадровой задержки, так что 0-го, 1-го или даже 2-го порядка точности становится уже недостаточно;
- выходом частиц за плоскость светового ножа из-за ненулевого значения третьей компоненты вектора скорости;
- различием в освещенности изображений.

Компенсация смещения изображений частиц на PIV-изображении является наиболее важной процедурой многопроходного алгоритма WIDIM. Она выполняется путем выбора шаблонной f и сравниваемой g расчетных областей, смещенных друг относительно друга, как схематично показано, например, на рис. 3 а. При симметричном смещении расчетных областей относительно их центра с координатами (x_0, y_0) :

$$f = f_{x_0, y_0} \left(i - \frac{s_x^{k-1}(i, j)}{2}, j - \frac{s_y^{k-1}(i, j)}{2} \right), \quad g = g_{x_0, y_0} \left(i + \frac{s_x^{k-1}(i, j)}{2}, j + \frac{s_y^{k-1}(i, j)}{2} \right).$$

Применение процедуры смещения и деформации расчетных областей позволяет существенно уменьшить эффект “потери пары” за счет лучшего совпадения изображений частиц, повышая тем самым отношение сигнал/шум на ККФ. Кроме того, при достаточной концентрации частиц высокая степень “совпадения” изображений частиц дает возможность уменьшить конечные размеры расчетной области, что позволяет повысить пространственное разрешение метода без снижения точности измерения.

Таким образом, если известно некоторое начальное поле смещений $\mathbf{s} = \mathbf{s}(s_x, s_y) = \mathbf{s}(s_x^{k-1}, s_y^{k-1})$, то при кросс-корреляции можно использовать расчетные области, смещенные и деформированные согласно этому полю. Обычно эта процедура выполняется с учетом членов 0-го, 1-го или 2-го порядка точности разложения в ряд Тейлора поля смещения $s(\mathbf{x}) = s(x, y)$ относительно центра расчетной области с координатами $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_0(x_0, y_0)$:

$$s(\mathbf{x}) = \underbrace{s(\mathbf{x}_0)}_{0\text{-й порядок}} + \underbrace{\sum_{k=1}^2 s_k(\mathbf{x}_0) \Delta x_k}_{1\text{-й порядок}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^2 s_{kl}(\mathbf{x}_0) \Delta x_k \Delta x_l}_{2\text{-й порядок}} + \underbrace{\dots}_{n\text{-й порядок}} + \underbrace{e}_{\text{ошибка аппроксимации}}, \quad (1)$$

где $e = O[(\Delta x)^3, (\Delta y)^3]$, $\Delta x_1 = \Delta x = x - x_0$, $\Delta x_2 = \Delta y = y - y_0$. Таким образом, этот метод учитывает

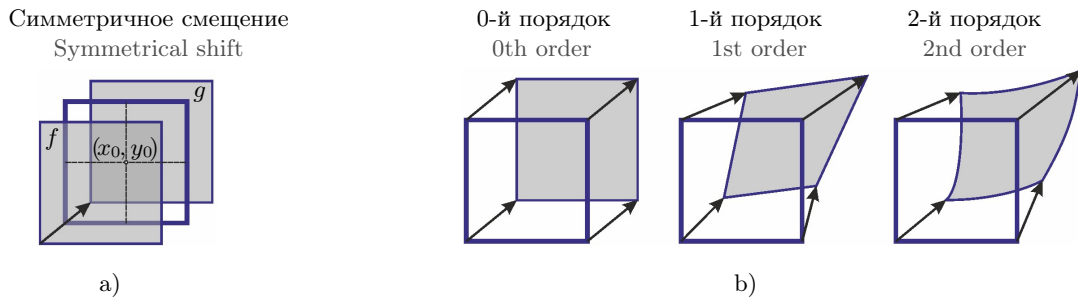


Рис. 3. Компенсация смещения изображений частиц:
 а) при симметричном смещении шаблонной f и сравниваемой g расчетных областей;
 б) 0-го (без учета локального градиента скорости), 1-го и 2-го (и выше) порядков точности

Fig. 3. Symmetrical shift of the interrogation windows f and g (a), and compensation for the particle image displacement (b) of the 0th (without taking into account the local velocity gradient), 1st and 2nd (and higher) orders of accuracy

неравномерность профиля скорости в пределах расчетной области, с более сложной деформацией при учете в (1) членов более высокого порядка точности.

Выбирая подходящий порядок поправки смещения, можно получить различные модификации многопроходных алгоритмов. Учет в (1) члена нулевого порядка соответствует одновременному смещению всех элементов расчетной области на один и тот же вектор (рис. 3 б). Это смещение можно осуществить с учетом целого [9, 13] или дробного [8] значения вектора смещения. В последнем случае требуется интерполяция яркости изображения в точке с дробными значениями координат. Первый порядок точности в (1) позволяет учитывать градиент скорости, точнее смещения [7, 10]. Исследование процедуры использования поправки второго порядка точности можно найти в работе [14]. Первый и второй порядки точности требуют оценки первой и второй, включая смешанную, производной смещения в центре расчетной области. Выбор того или иного порядка точности зависит от настроек конкретного эксперимента. Например, если PIV-изображения получены с высоким пространственно-временным разрешением так, что в пределах расчетной области смещение изображений частиц можно считать плоскопараллельным, учет в (1) членов второго порядка точности не приведет к ощутимому улучшению результата и учет членов первого порядка точности оказывается вполне достаточным. Напротив, если поле скорости в пределах расчетной области претерпевает значительное изменение за время между двумя последовательными изображениями, то учет членов второго и большего порядков точности становится необходимым.

Итак, идея многопроходного метода PIV заключается в том, что, если имеется некоторое начальное поле скорости, то, согласно описанным выше правилам, все векторное поле можно уточнить с использованием тех же расчетных областей f и g , но уже деформированных и смещенных относительно узла расчетной сетки с координатами (x_0, y_0) . Далее с учетом допущений о равномерном распределении средней яркости расчетной области g и ее дисперсии по всему изображению $k + 1$, задача определения вектора смещения (скорости) в узле расчетной сетки с координатами (x_0, y_0) сводится к вычислению ноль-нормированной ККФ:

$$C_{x_0, y_0}^{ZN}(n, m) = \frac{\sum_{i=i_1}^{i_2} \sum_{j=j_1}^{j_2} \Delta f_{x_0, y_0}(i, j) \cdot \Delta g_{x_0, y_0}(i + n, j + m)}{\sqrt{\sum_{i=i_1}^{i_2} \sum_{j=j_1}^{j_2} [\Delta f_{x_0, y_0}(i, j)]^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=i_1}^{i_2} \sum_{j=j_1}^{j_2} [\Delta g_{x_0, y_0}(i, j)]^2}} \quad (2)$$

где $i_1 = x_0 - 0,5(I - 1)$, $i_2 = x_0 + 0,5(I - 1)$, $j_1 = y_0 - 0,5(J - 1)$ и $j_2 = y_0 + 0,5(J - 1)$ — координаты элементарной расчетной области относительно координат ее центра (x_0, y_0) ; $f_{x_0, y_0}(i, j)$ и $g_{x_0, y_0}(i, j)$ — значения яркости пикселя с координатами (i, j) расчетных областей f и g относительно координат их центра

$$(x_0, y_0); \Delta f_{x_0, y_0}(i, j) = f_{x_0, y_0}(i, j) - \bar{f}_{x_0, y_0}, \Delta g_{x_0, y_0}(i, j) = g_{x_0, y_0}(i, j) - \bar{g}_{x_0, y_0}; \bar{f}_{x_0, y_0} = \frac{1}{IJ} \sum_{i=i_1}^{i_2} \sum_{j=j_1}^{j_2} f_{x_0, y_0}(i, j)$$



и $\bar{g}_{x_0, y_0} = \frac{1}{IJ} \sum_{i=i_1}^{i_2} \sum_{j=j_1}^{j_2} g_{x_0, y_0}(i+n, j+m)$ – средние значения яркости расчетных областей f и g соответственно.

3. Бессеточный метод GF. Однако, несмотря на широкую популярность метода WIDIM, он имеет ряд серьезных ограничений, в основном связанных с ошибками, возникающими при численном вычислении производных скорости, входящих в (1), особенно на границах области измерения. Ситуация усложняется в случае появления большого количества ошибочных векторов скорости на начальных итерациях из-за неправильно подобранных параметров измерения (диаметра и концентрации изображений частиц, фонового шума, выхода частиц за плоскость светового ножа и т.д.), что приводит к снижению значения эффективного числа частиц [3]. В этом случае после каждой итерации требуется дополнительная процедура восстановления (интерполяции) недостающих векторов скорости, найденных, например, с использованием “универсального” медианного теста [15]. В результате на значения производных скорости влияет не только погрешность измерения, но и процедура интерполяции. Поскольку оценка производных высших порядков более чувствительна к таким ошибкам, использование многопроходного метода PIV с деформацией изображения в ряде случаев может не привести к уменьшению погрешности измерения из-за некорректной деформации расчетных областей, используемых на последующих итерациях. По этой причине на практике чаще всего ограничиваются 1-м порядком точности, пренебрегая тем самым неравномерностью профиля скорости в пределах расчетной области и, следовательно, теряя в пространственном разрешении и систематической погрешности измеряемых величин.

Для решения этих проблем предлагается следующий подход. Согласно [16], используя метод наименьших квадратов, основанный на минимизации взвешенной ошибки аппроксимации, входящей в (1), любую переменную $s = s(x, y)$, а также ее производные в любом узле i расчетной сетки с координатами $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i(x_i, y_i)$ можно оценить, используя значения s в соседних p узлах расчетной сетки, следующим образом:

$$a = (M^T W M)^{-1} (M^T W) b, \tag{3}$$

где

$$a = \left(\underbrace{s}_{\text{0-й порядок}}, \underbrace{\frac{\partial s}{\partial x}, \frac{\partial s}{\partial y}}_{\text{1-й порядок}}, \underbrace{\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 s}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 s}{\partial y^2}}_{\text{2-й порядок}}, \dots, \underbrace{\dots}_{\text{n-й порядок}} \right)^T, \tag{4}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \Delta x_1 & \Delta y_1 & 0.5 \Delta x_1^2 & \Delta x_1^2 \Delta y_1^2 & 0.5 \Delta y_1^2 & \dots \\ 1 & \Delta x_2 & \Delta y_2 & 0.5 \Delta x_2^2 & \Delta x_2^2 \Delta y_2^2 & 0.5 \Delta y_2^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \Delta x_p & \Delta y_p & 0.5 \Delta x_p^2 & \Delta x_p^2 \Delta y_p^2 & 0.5 \Delta y_p^2 & \dots \end{pmatrix}^T,$$

$$b = (s_1, s_2, \dots, s_p)^T,$$

$\Delta x_p = x_p - x_i$, $\Delta y_p = y_p - y_i$, s_p – известное значение переменной s в соседнем узле p расчетной сетки, W – диагональная матрица весов, элементы которой определяются в настоящем исследовании как обратные значения квадратов расстояний между текущим и соседними узлами сетки. Применительно к методу PIV в качестве переменной s можно использовать поля смещений $s_x^{k-1}(x, y)$ и $s_y^{k-1}(x, y)$, найденные на предыдущей итерации $k - 1$. Таким образом, решая систему линейных алгебраических уравнений (3) относительно s_x и s_y по отдельности, можно найти как компоненты скорости, так и все производные, необходимые для деформации рассматриваемых расчетных областей с любым заданным порядком аппроксимации n . Минимальное количество соседних узлов, необходимое для определения неизвестных, входящих в (3), равно $\sum_{m=0}^n (m+1)$, например для определения 6 неизвестных для 2-го порядка точности требуется не менее 6 узлов. Однако рекомендуется использовать большее количество соседних узлов для фильтрации ошибок, включенных в измеренные векторы скорости. Стоит отметить, что описанный метод не требует знания значений скорости во всех соседних узлах расчетной сетки. Таким образом, при обнаружении явно ошибочного вектора скорости, его фильтрации, то есть восстановления, не требуется,

и поэтому его можно не учитывать в расчетах. По этой причине в данной работе для обозначения представленного метода предлагается аббревиатура GF (Grid-Free — бессеточный), обозначающая отсутствие привязки к определенной расчетной сетке.

4. Оценка эффективности метода GF. Для количественной оценки эффективности метода GF рассматривается синтетически сгенерированное сдвиговое течение, аналогичное тому, которое использовалось на 3-м Международном соревновании по PIV (2005 г.) в качестве тестового примера A4 [17]. Моделируемое поле выглядит следующим образом:

$$s = s_y = 3 \sin \left[\frac{2\pi L_x}{\lambda_L - \lambda_0} \ln \left(1 + \frac{\lambda_L - \lambda_0}{L_x \lambda_0} x \right) \right],$$

учитывает линейное уменьшение волнового числа от $\lambda_0 = 128$ пикселей при $x = 0$ до $\lambda_L = 16$ пикселей при $x = L_x$. Это позволяет оценить эффективность предлагаемого метода с точки зрения пространственного разрешения. Изображения генерируются с использованием традиционного подхода, при котором яркость пикселя определяется интегрированием по площади занимаемого пикселя [18]. При перекрытии изображений частиц их яркости складываются. По умолчанию рассматриваются изображения частиц с диаметром 3 пикселя, равномерно распределенных по всей области изображения со средней концентрацией $N_{ppp} = 16/16^2$ частиц/пиксель², а координаты их центров определяются случайным образом. Максимальная яркость I_0 изображения частицы установлена равной 128 и не зависит от ее расположения в области светового ножа, т.е. в качестве профиля светового ножа по умолчанию выбрано “прямоугольное окно”. Для имитации фонового шума, как правило возникающего на светочувствительных элементах камер, на PIV-изображения накладывается гауссовский фоновый шум со среднеквадратичным значением $\sigma_n = 0,04I_0$ и средним значением $\mu_n = 5\sigma_n$. Эффект “потери пар” изображений частиц, возникающий вследствие движения частиц в направлении, перпендикулярном плоскости светового ножа, моделируется генерацией 25% не коррелируемых друг с другом изображений частиц на двух последовательных PIV-изображениях. Всего было сгенерировано 16 пар 8-битных изображений размерами $L_x \times L_y = 400 \times 400$ пикселей. Типичное изображение расчетной области и точное поле смещения (скорости) представлены на рис. 5 d, e соответственно.

При расчете векторов скорости выполнялись три итерации с использованием расчетных областей размерами $I \times J = 16 \times 16$ пикселей и перекрытием 75%, асимметрично смещенных относительно соответствующих узлов расчетной сетки [11]. Подпиксельная интерполяция изображения выполнялась с использованием sinc-функции с размерами ядра 8×8 пикселей. После каждой итерации применялся “универсальный” медианный тест со стандартными параметрами [13]. При расчете с использованием метода WIDIM обнаруженные ошибочные векторы скорости заменялись средним значением соседних корректно определенных векторов, а производные скорости, входящие в (1), рассчитывались по центрально-разностной схеме. В случае метода GF обнаруженные ошибочные векторы скорости опускались и не учитывались при определении производных скорости. Вычисление ноль-нормированной ККФ выполнялось по формуле (2) с использованием процедуры быстрого преобразования Фурье, реализованной с помощью библиотеки FFTW [19]. Результирующие смещения изображений частиц определялись с подпиксельной точностью с использованием трехточечной аппроксимации параболой [3].

На рис. 4 представлены количественные результаты описанного теста в зависимости от пространственного разрешения λ/I . В случае 1-го порядка деформации расчетных областей можно увидеть примерно одинаковые результаты расчета для обоих методов — WIDIM и GF (рис. 4 a, c, g), однако в случае 2-го порядка наблюдается существенное превосходство метода GF перед WIDIM (рис. 4 b, d, f, h). В случае метода GF отчетливо видно снижение как случайной, так и систематической погрешности измерения смещения (рис. 4 b). Например, достигнуто в несколько раз меньшее значение случайной погрешности вплоть до разрешения $\lambda/I \approx 2, 2$ по сравнению с аналогичными данными, полученными методом WIDIM. Использование метода GF также снижает систематическую погрешность измерения смещения (см., например, ее двукратное уменьшение при $\lambda/I \approx 2, 2$). Причины наблюдаемых улучшений заключаются в более точном определении пространственных производных. На рис. 4 d показаны результаты оценки 1-й производной смещения ds/dx как наиболее сложной по сравнению с ds/dy . Как можно видеть, предлагаемый метод дает меньшую систематическую погрешность измерения производной смещения вплоть до разрешения $\lambda/I \approx 2, 2$, а ее случайная погрешность в случае метода GF в несколько раз меньше, вплоть до самого низкого из рассматриваемых значений $\lambda/I \approx 1, 2$. То же самое относится к производной 2-го порядка d^2s/dx^2 , приведенной на рис. 4 f. Правильное определение этих величин с низким значением их

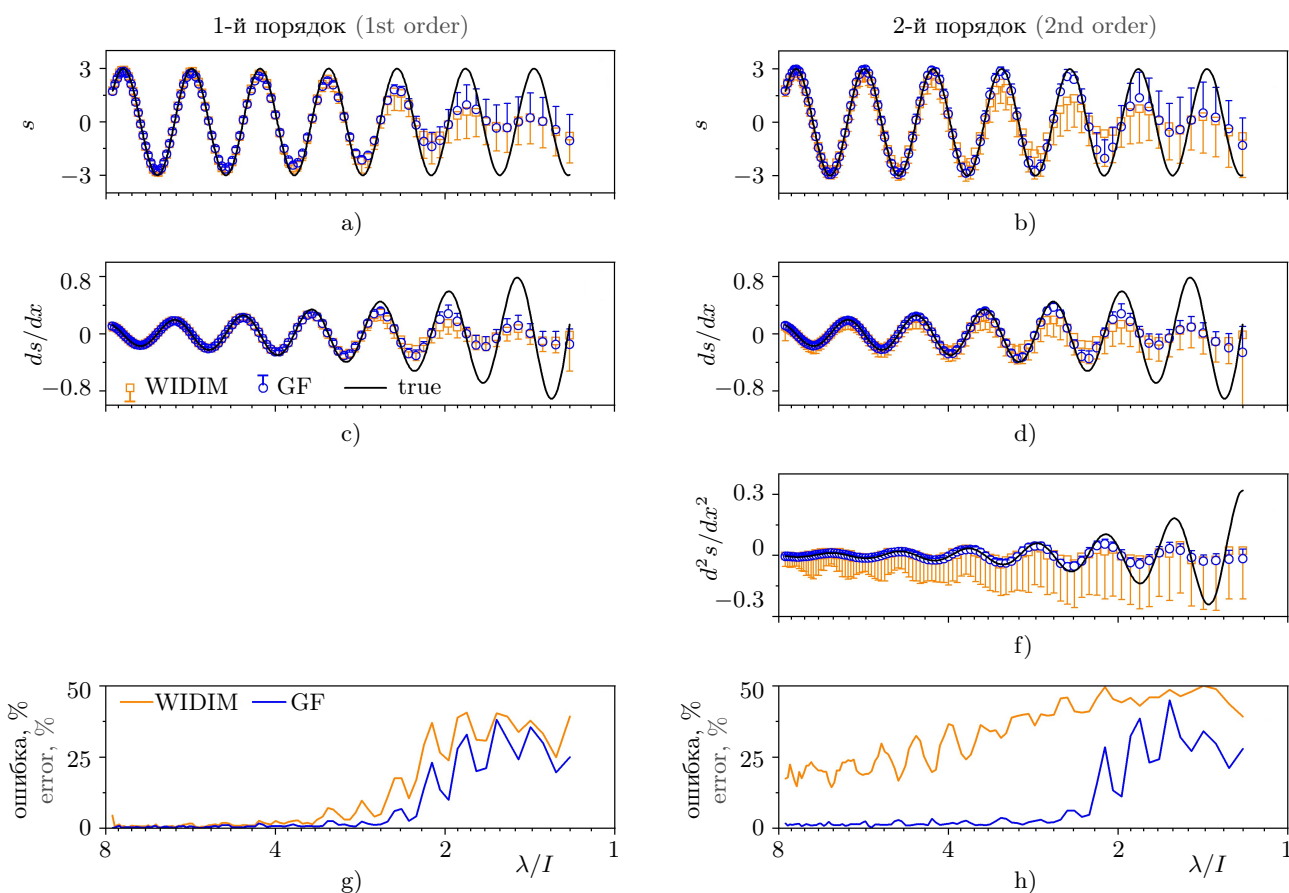


Рис. 4. Точные (сплошные кривые черного цвета) и измеренные (символы и планки соответствуют среднему значению и случайной погрешности измерения, соответственно) значения вертикальной составляющей смещения изображений частиц (a, b) и их производные 1-го (c, d) и 2-го (f) порядков по направлению x . Слева представлены результаты, полученные с использованием расчетных областей, деформированных с первым порядком точности, а справа — со вторым. Систематическую погрешность можно оценить, вычитая точное значение из среднего. Количество ошибочных векторов скорости, возникающих после третьей итерации, представлено на рисунках (g) и (h)

Fig. 4. Exact (black solid curves) and measured (symbols and bars correspond to the mean value and random measurement error, respectively) values of the vertical component of the particle image displacement (a, b) and their derivatives of the 1st (c, d) and 2nd (f) orders along x -direction. The results obtained using deformed interrogation windows of the 1st and 2nd orders of accuracy are on the left and on the right, respectively. The bias error can be estimated by subtracting the exact value from the mean. The number of erroneous velocity vectors that appear after the third iteration is shown in figures (g) and (h)

среднеквадратичного отклонения благоприятно влияет на деформацию расчетных областей, приводя к повышению отношения сигнал/шум на кросскорреляционной карте и, соответственно, к уменьшению количества ошибочных векторов скорости, как показано на рис. 4h. В результате это приводит к повышению точности измерения смещения (скорости) и пространственного разрешения, как показано на рис. 4b.

На рис. 5 представлена наглядная демонстрация полей смещения, полученных с использованием различных методов и порядков деформации расчетных областей. Первое, на что следует обратить внимание, — это увеличение количества ошибочных векторов скорости с уменьшением λ/I и увеличением порядка деформации расчетных областей в случае стандартного подхода WIDIM (рис. 5a–c), а второе — применение метода GF приводит к “сглаженным” полям с одновременным повышением пространственного разрешения. Последнее видно по более четко выраженному мелкомасштабному сдвиговому движению в области малых значений λ/I (рис. 5f–j). На рис. 5i, j для наглядности представлена производительность метода GF в случае деформации расчетных областей 4-го и 6-го порядков соответственно. Видно лишь

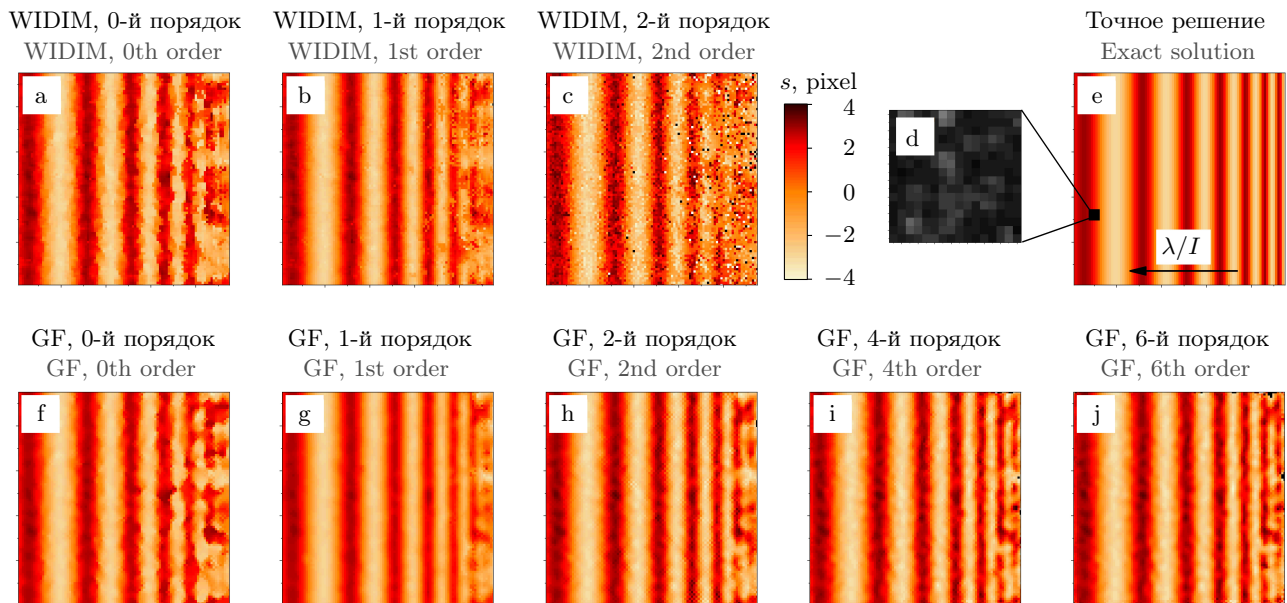


Рис. 5. Поля вертикальной составляющей смещения, рассчитанные с использованием методов WIDIM (a–c) и GF (f–j), учитывающих компенсацию смещения изображений частиц 0-го (a, f), 1-го (b, g), 2-го (c, h), 4-го (i), и 6-го (j) порядков точности. Точное поле смещения и типичная расчетная область представлены на рисунках (e) и (d) соответственно

Fig. 5. The fields of the vertical component of the displacement calculated using WIDIM (a–c) and GF (f–j) methods, taking into account the compensation for the particle image displacements of the 0th (a, f), 1st (b, g), 2nd (c, h), 4th (i), and 6th (j) orders of accuracy.

The exact displacement field and typical interrogation window are shown in figures (e) and (d) respectively

несущественное улучшение пространственного разрешения при малых значениях λ/I . Кроме того, в узлах расчетной сетки, находящихся на границах области измерения, начинают появляться ошибочные значения смещения. Это связано с меньшим количеством соседних узлов расчетной сетки, участвующих при вычислении вектора-столбца a (4), что, в свою очередь, приводит к уменьшению эффекта сглаживания результирующих полей смещения.

5. Заключение. Предлагаемый метод GF продемонстрировал ряд отличительных преимуществ перед методом WIDIM. В силу своей бессеточной природы метод допускает отсутствие некоторых векторов смещения (скорости), расположенных в окрестности рассматриваемого узла расчетной сетки, и, следовательно, процедуру восстановления отсутствующих (например, ошибочных) векторов можно опустить. Результатом решения системы линейных алгебраических уравнений (3) является вектор смещения и его производные, что позволяет избежать традиционной процедуры численного расчета производных, необходимых для деформации расчетных областей. В перспективе это может быть полезным при определении некоторых кинематических величин, характеризующих то или иное течение, например завихренность. Показано, что метод GF, учитывающий деформацию расчетных областей 2-го порядка точности, более надежен по сравнению с аналогичным методом WIDIM при наличии мелкомасштабного сдвигового течения. При этом повышение порядка точности при деформации расчетных областей не приводит к заметным улучшениям. Дальнейшие улучшения могут быть связаны с выбором оптимального числа соседних узлов расчетной сетки и матрицы W в (3).

Список литературы

1. Токарев М.П., Маркович Д.М., Бильский А.В. Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычислительные технологии. 2007. 12, № 3. 109–131.
2. Kähler C.J., Astarita T., Vlachos P.P., Sakakibara J., Hain R., Discetti S., La Foy R., Cierpka C. Main results of the 4th International PIV Challenge // Experiments in Fluids. 2016. 57, N 6. 1–71. doi 10.1007/s00348-016-2173-1.



3. Raffel M., Willert C.E., Scarano F., Kähler C.J., Wereley S.T., Kompenhans J. Particle image velocimetry: a practical guide. Cham: Springer, 2018.
4. Kim B.J., Sung H.J. A further assessment of interpolation schemes for window deformation in PIV // Experiments in Fluids. 2006. **41**, N 3. 499–511. doi [10.1007/s00348-006-0177-y](https://doi.org/10.1007/s00348-006-0177-y).
5. Токарев М.П. Разработка алгоритмов и программного обеспечения для обработки изображений в методах цифровой трассерной визуализации. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН. Новосибирск, 2010.
6. Huang H.T., Fiedler H.E., Wang J.J. Limitation and improvement of PIV. Part I: limitation of conventional techniques due to deformation of particle image patterns // Experiments in Fluids. 1993. **15**, N 3. 168–174. doi [10.1007/BF00189883](https://doi.org/10.1007/BF00189883).
7. Huang H.T., Fiedler H.E., Wang J.J. Limitation and improvement of PIV. Part II: particle image distortion, a novel technique // Experiments in Fluids. 1993. **15**, N 4. 263–273. doi [10.1007/BF00223404](https://doi.org/10.1007/BF00223404).
8. Scarano F. Iterative image deformation methods in PIV // Measurement Science and Technology. 2001. **13**, N 1. R1–R19. doi [10.1088/0957-0233/13/1/201](https://doi.org/10.1088/0957-0233/13/1/201).
9. Scarano F., Riethmuller M.L. Iterative multigrid approach in PIV image processing with discrete window offset // Experiments in Fluids. 1999. **26**, N 6. 513–523. doi [10.1007/s003480050318](https://doi.org/10.1007/s003480050318).
10. Scarano F., Riethmuller M.L. Advances in iterative multigrid PIV image processing // Experiments in Fluids. 2000. **29**, Suppl 1. S051–S060. doi [10.1007/s003480070007](https://doi.org/10.1007/s003480070007).
11. Wereley S.T., Meinhart C.D. Second-order accurate particle image velocimetry // Experiments in Fluids. 2001. **31**, N 3. 258–268. doi [10.1007/s003480100281](https://doi.org/10.1007/s003480100281).
12. Gui L., Seiner J.M. An improvement in the nine-point central difference image correction method for digital particle image velocimetry recording evaluation // Measurement Science and Technology. 2004. **15**, N 10. 1958–1964. doi [10.1088/0957-0233/15/10/002](https://doi.org/10.1088/0957-0233/15/10/002).
13. Westerweel J., Dabiri D., Gharib M. The effect of a discrete window offset on the accuracy of cross-correlation analysis of digital PIV recordings // Experiments in Fluids. 1997. **23**, N 1. 20–28. doi [10.1007/s003480050082](https://doi.org/10.1007/s003480050082).
14. Chen J., Katz J. Elimination of peak-locking error in PIV analysis using the correlation mapping method // Measurement Science and Technology. 2005. **16**, N 8. 1605–1618. doi [10.1088/0957-0233/16/8/010](https://doi.org/10.1088/0957-0233/16/8/010).
15. Westerweel J., Scarano F. Universal outlier detection for PIV data // Experiments in Fluids. 2005. **39**, N 6. 1096–1100. doi [10.1007/s00348-005-0016-6](https://doi.org/10.1007/s00348-005-0016-6).
16. Tiwari S., Kuhnert J. Grid free method for solving the Poisson equation. Volume 25 of Berichte. Kaiserslautern: Fraunhofer Institut Techno- und Wirtschaftsmathematik, 2001.
17. Stanislas M., Okamoto K., Kähler C.J., Westerweel J., Scarano F. Main results of the third international PIV challenge // Experiments in Fluids. 2008. **45**, N 1. 27–71. doi [10.1007/s00348-008-0462-z](https://doi.org/10.1007/s00348-008-0462-z).
18. Lecordier B., Westerweel J. The EUROPIV synthetic image generator (S.I.G.) // Particle Image Velocimetry: Recent Improvements. Berlin: Springer, 2004. 145–161.
19. Frigo M., Johnson S.G. The design and implementation of FFTW3 // Proc IEEE. 2005. **93**, N 2. 216–231. doi [10.1109/JPROC.2004.840301](https://doi.org/10.1109/JPROC.2004.840301).

Поступила в редакцию
16 сентября 2022 г.

Принята к публикации
25 октября 2022 г.

Информация об авторах

Динар Ильясович Зарипов — д.ф.-м.н., ст. науч. сотр.; Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН, пр-т Академика Лаврентьева, д. 1, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

Михаил Петрович Токарев — к.т.н., ст. науч. сотр.; Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН, пр-т Академика Лаврентьева, д. 1, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

Алексей Александрович Лукьянов — млад. научн. сотр.; Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН, пр-т Академика Лаврентьева, д. 1, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

Дмитрий Маркович Маркович — д.ф.-м.н., академик РАН; Институт теплофизики имени С. С. Кутателадзе СО РАН, пр-т Академика Лаврентьева, д. 1, 630090, Новосибирск, Российская Федерация.

References

1. M. P. Tokarev, D. M. Markovich, and A. V. Bil'skii, "Adaptive Particle Image Processing Algorithms for Calculating Instantaneous Velocity Fields," *Vychisl. Tekhnol.* **12** (3), 109–131 (2007).
2. C. J. Kähler, T. Astarita, P. P. Vlachos, et al., "Main Results of the 4th International PIV Challenge," *Exp. Fluids* **57** (6), 1–71 (2016). doi [10.1007/s00348-016-2173-1](https://doi.org/10.1007/s00348-016-2173-1).
3. M. Raffel, C. E. Willert, F. Scarano, et al., *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide* (Springer, Cham, 2018).
4. B. J. Kim and H. J. Sung, "A Further Assessment of Interpolation Schemes for Window Deformation in PIV," *Exp. Fluids* **41** (3), 499–511 (2006). doi [10.1007/s00348-006-0177-y](https://doi.org/10.1007/s00348-006-0177-y).
5. M. P. Tokarev, *Development of Algorithms and Software for Processing Images in Digital Tracer Visualization Methods*, Candidate's Dissertation in Technical Sciences (Institute of Thermophysics, Novosibirsk, 2010).
6. H. T. Huang, H. E. Fiedler, and J. J. Wang, "Limitation and Improvement of PIV. Part I: Limitation of Conventional Techniques due to Deformation of Particle Image Patterns," *Exp. Fluids* **15** (3), 168–174 (1993). doi [10.1007/BF00189883](https://doi.org/10.1007/BF00189883).
7. H. T. Huang, H. E. Fiedler, and J. J. Wang, "Limitation and Improvement of PIV. Part II: Particle Image Distortion, a Novel Technique," *Exp. Fluids* **15** (4), 263–273 (1993). doi [10.1007/BF00223404](https://doi.org/10.1007/BF00223404).
8. F. Scarano, "Iterative Image Deformation Methods in PIV," *Meas. Sci. Technol.* **13** (1), R1–R19 (2001). doi [10.1088/0957-0233/13/1/201](https://doi.org/10.1088/0957-0233/13/1/201).
9. F. Scarano and M. L. Riethmuller, "Iterative Multigrid Approach in PIV Image Processing with Discrete Window Offset," *Exp. Fluids* **26** (6), 513–523 (1999). doi [10.1007/s003480050318](https://doi.org/10.1007/s003480050318).
10. F. Scarano and M. L. Riethmuller, "Advances in Iterative Multigrid PIV Image Processing," *Exp. Fluids* **29** (Suppl 1), S051–S060 (2000). doi [10.1007/s003480070007](https://doi.org/10.1007/s003480070007).
11. S. T. Wereley and C. D. Meinhart, "Second-Order Accurate Particle Image Velocimetry," *Exp. Fluids* **31** (3), 258–268 (2001). doi [10.1007/s003480100281](https://doi.org/10.1007/s003480100281).
12. L. Gui and J. M. Seiner, "An Improvement in the Nine-Point Central Difference Image Correction Method for Digital Particle Image Velocimetry Recording Evaluation," *Meas. Sci. Technol.* **15** (10), 1958–1964 (2004). doi [10.1088/0957-0233/15/10/002](https://doi.org/10.1088/0957-0233/15/10/002).
13. J. Westerweel, D. Dabiri, and M. Gharib, "The Effect of a Discrete Window Offset on the Accuracy of Cross-Correlation Analysis of Digital PIV Recordings," *Exp. Fluids* **23** (1), 20–28 (1997). doi [10.1007/s003480050082](https://doi.org/10.1007/s003480050082).
14. J. Chen and J. Katz, "Elimination of Peak-Locking Error in PIV Analysis Using the Correlation Mapping Method," *Meas. Sci. Technol.* **16** (8), 1605–1618 (2005). doi [10.1088/0957-0233/16/8/010](https://doi.org/10.1088/0957-0233/16/8/010).
15. J. Westerweel and F. Scarano, "Universal Outlier Detection for PIV Data," *Exp. Fluids* **39** (6), 1096–1100 (2005). doi [10.1007/s00348-005-0016-6](https://doi.org/10.1007/s00348-005-0016-6).
16. S. Tiwari and J. Kuhnert, *Grid Free Method for Solving the Poisson Equation*, Volume 25 of Berichte (Fraunhofer Institut Techno- und Wirtschaftsmathematik, Kaiserslautern, 2001).
17. M. Stanislas, K. Okamoto, C. J. Kähler, et al., "Main Results of the Third International PIV Challenge," *Exp. Fluids* **45** (1), 27–71 (2008). doi [10.1007/s00348-008-0462-z](https://doi.org/10.1007/s00348-008-0462-z).
18. B. Lecordier and J. Westerweel, "The EUROPIV Synthetic Image Generator (S.I.G.)," in *Particle Image Velocimetry: Recent Improvements* (Springer, Berlin, 2004), pp. 145–161. doi [10.1007/978-3-642-18795-7_11](https://doi.org/10.1007/978-3-642-18795-7_11).
19. M. Frigo and S. G. Johnson, "The Design and Implementation of FFTW3," *Proc. IEEE* **93** (2), 216–231 (2005). doi [10.1109/JPROC.2004.840301](https://doi.org/10.1109/JPROC.2004.840301).

Received
September 16, 2022

Accepted for publication
October 25, 2022

Information about the authors

- Dinar I. Zaripov* — Dr. Sci., Senior Scientist; Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Academician Lavrentiev prospekt, 1, 630090, Novosibirsk, Russia.
- Mikhail P. Tokarev* — Ph.D., Senior Scientist; Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Academician Lavrentiev prospekt, 1, 630090, Novosibirsk, Russia.
- Alexey A. Lukyanov* — Junior Scientist; Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Academician Lavrentiev prospekt, 1, 630090, Novosibirsk, Russia.
- Dmitry M. Markovich* — Dr. Sci., Academician of RAS; Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Academician Lavrentiev prospekt, 1, 630090, Novosibirsk, Russia.