



doi 10.26089/NumMet.v22r312

УДК 519.632.4, 535.421

## Синтез высокоэффективных многослойных диэлектрических дифракционных решеток для спектрального сложения лазерных пучков

**А. А. Петухов**

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет,  
кафедра математики, Москва, Российская Федерация*

*ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8927-3843>, e-mail: [petukhov@physics.msu.ru](mailto:petukhov@physics.msu.ru)*

**Аннотация:** Статья посвящена синтезу многослойных диэлектрических отражательных дифракционных решеток, с высокой эффективностью обеспечивающих спектральное сложение пучков с различной длиной волны в заданном дифракционном порядке. Приводятся результаты решения задачи синтеза многослойных диэлектрических дифракционных решеток, обеспечивающих спектральное сложение в первом или минус первом порядке дифракции. Кроме того, решается задача синтеза для таких решеток с учетом возможных технологических ограничений на высоту профиля (глубину травления). Решение задачи синтеза проводится путем минимизации зависящего от параметров решетки целевого функционала методом Нелдера-Мида. Решение прямой задачи на каждом шаге минимизации осуществляется при помощи комбинации неполного метода Галеркина и метода матриц рассеяния.

**Ключевые слова:** многослойная дифракционная решетка, спектральное сложение пучков, неполный метод Галеркина, метод матриц рассеяния, задача синтеза.

**Для цитирования:** Петухов А.А. Синтез высокоэффективных многослойных диэлектрических дифракционных решеток для спектрального сложения лазерных пучков // Вычислительные методы и программирование. 2021. 22, 201–210. doi 10.26089/NumMet.v22r312.

## Synthesis of highly efficient multilayer dielectric diffraction gratings for spectral combining of laser beams

**A. A. Petukhov**

*Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Department of mathematics, Moscow, Russia*

*ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8927-3843>, e-mail: [petukhov@physics.msu.ru](mailto:petukhov@physics.msu.ru)*

**Abstract:** The paper is devoted to the synthesis of multilayer dielectric reflection diffraction gratings providing high-efficiency spectral combining of the beams with different wavelengths in a given diffraction order. The results are presented for solving the synthesis problems for multilayer dielectric diffraction gratings providing spectral combining in the first or minus first diffraction order. Besides, the synthesis problem for such gratings is solved with account taken of possible technological constraints imposed by the height of the grating profile (etch depth). The solution of the synthesis problem is obtained by means of Nelder-Mead minimization of the merit function depending on the grating parameters. At each minimization step the direct problem is solved using a combination of the incomplete Galerkin method and scattering matrix method.

**Keywords:** multilayer diffraction grating, spectral beam combining, incomplete Galerkin method, scattering matrix method, synthesis problem.



**For citation:** A. A. Petukhov. “Synthesis of highly efficient multilayer dielectric diffraction gratings for spectral combining of laser beams,” Numerical Methods and Programming. 22 (3), 201–210 (2021). doi 10.26089/NumMet.v22r312.

**1. Введение.** Спектральное сложение пучков [1–3] является одним из наиболее эффективных методов увеличения мощности лазеров, в первую очередь — волоконных лазеров [4–6]. При спектральном сложении увеличение мощности выходного излучения обеспечивается за счет пространственного наложения пучков с различной длиной волны. Такой подход является достаточно простым для технической реализации и в то же время позволяет сохранить высокое качество выходного пучка.

Основным оптическим элементом, обеспечивающим спектральное сложение пучков, является дифракционная решетка (как правило, отражательная, реже — пропускающая): падающие на решетку под различными углами пучки с различной длиной волны после дифракции на ней распространяются в одном и том же направлении, соответствующем дифракционному порядку с некоторым заранее выбранным отличным от нуля номером. При этом решетка должна обладать высокой дифракционной эффективностью, т.е. обеспечивать высокий коэффициент отражения или пропускания падающего излучения в нужный дифракционный порядок, а также иметь высокий порог разрушения под воздействием лазерного излучения [7, 8]. Уменьшить возможное воздействие лазерного излучения на решетку можно за счет использования диэлектрических материалов для ее изготовления [9]. При этом при использовании отражательных диэлектрических дифракционных решеток требуется дополнительно между самим профилем решетки и подложкой размещать многослойное покрытие, которое обеспечивало бы эффективное отражение падающего излучения, в то время как сама решетка обеспечивала бы направление волновой энергии в нужный дифракционный порядок [10, 11]. Эффективность решетки в выбранном дифракционном порядке в конечном счете определяется ее геометрическими параметрами (период, форма профиля). Перед непосредственным изготовлением дифракционной решетки необходимо проводить ее математическое моделирование, получая решение соответствующей задачи синтеза, в результате чего могут быть определены оптимальные значения ее параметров.

В данной работе решаются задачи синтеза многослойных диэлектрических отражательных дифракционных решеток с прямоугольной формой профиля, обладающих высокой дифракционной эффективностью в первом или минус первом порядке дифракции и обеспечивающих спектральное сложение пучков с различной длиной волны в диапазоне от 1054 до 1064 нм. Сначала приводится постановка прямой задачи дифракции плоской волны на многослойной дифракционной решетке и описывается метод ее решения, позволяющий рассчитать дифракционную эффективность в различных порядках дифракции. Затем формулируется непосредственно задача синтеза многослойных диэлектрических дифракционных решеток для спектрального сложения пучков, приводятся и обсуждаются результаты ее решения с учетом возможных технологических ограничений.

**2. Постановка прямой задачи дифракции плоской волны на многослойной дифракционной решетке и метод ее решения.** Рассмотрим расположенную на полубесконечной подложке многослойную структуру, состоящую из одномерной решетки с определенным профилем штриха и системы однородных слоев (многослойного покрытия). Такая структура, называемая многослойной дифракционной решеткой, схематически показана на рис. 1. Разными цветами изображены слои структуры с разными показателями преломления. В качестве многослойного покрытия (показано оттенками зеленого цвета), расположенного между решеткой с высотой профиля  $h$  из материала с показателем преломления  $n_{gr}$  (показана желтым цветом) и подложкой с показателем преломления  $n_s$  (показана бежевым цветом), будем для определенности рассматривать настроенное на некоторую длину волны четвертьволновое зеркало, состоящее из некоторого количества чередующихся слоев с показателями преломления  $n_H$  (оптически более плотные слои, показаны темно-зеленым) и  $n_L$  (оптически менее плотные слои, показаны светло-зеленым). Кроме того, между таким четвертьволновым зеркалом и профилем решетки расположен дополнительный слой толщины  $h_0$  (показан желтым цветом на рис. 1) из того же материала с показателем преломления  $n_{gr}$ , из которого выполнен профиль решетки. Будем предполагать, что вся рассматриваемая структура является диэлектрической.



В данной работе будем рассматривать бинарную решетку, т.е. решетку с прямоугольной формой профиля штриха. Вдоль оси  $x$ , направленной параллельно границам слоев структуры, решетка считается бесконечной и периодической с периодом  $d$ . Фактор заполнения  $f$  определяет долю периода решетки, занимаемую самим штрихом. Ось  $z$  выбирается перпендикулярно границам слоев структуры. Ось  $y$  направлена так, что оси  $x$ ,  $y$  и  $z$  образуют правовинтовую систему координат.

На решетку из внешней среды с показателем преломления  $n_0$  под некоторым углом  $\theta$  к оси  $z$  в плоскости  $xz$  падает плоская волна единичной амплитуды с длиной волны  $\lambda$  (направление  $\langle i \rangle$  на рис. 1). При взаимодействии падающей волны с решеткой происходит ее дифракция по дискретным направлениям — дифракционным порядкам, т.е. разделение на несколько отраженных и прошедших плоских волн. На рис. 1 для примера показаны направления на нулевой  $\langle 0 \rangle$ , первый  $\langle 1 \rangle$  и минус первый  $\langle -1 \rangle$  порядки в спектре отражения, дифракционные порядки в спектре пропускания не показаны.

Рассмотрим дифракцию волны с ТЕ-поляризацией (дифракция волны с ТМ-поляризацией может быть рассмотрена аналогично). В этом случае вектор электрического поля волны перпендикулярен плоскости падения  $xz$ , и единственной отличной от нуля компонентой электрического поля падающей волны является  $y$ -компонента

$$E_y^{inc} = e^{jk_{x,0}x + jk_{z,0}^{(0)}z}. \tag{1}$$

Электромагнитное поле в области многослойной решетки ( $0 \leq z \leq z_s$ , рис. 1) описывается при этом уравнениями Максвелла, которые могут быть сведены к одному уравнению Гельмгольца для компоненты  $E_y$ :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon(x, z) E_y = 0. \tag{2}$$

Уравнение (2) дополняется условиями сопряжения, т.е. условиями непрерывности компоненты  $E_y$  и ее производной  $\frac{\partial E_y}{\partial z}$  на границах  $\gamma_m$  слоев с номерами  $m$ ,  $m + 1$

$$[E_y]_{\gamma_m} = 0; \quad \left[ \frac{\partial E_y}{\partial z} \right]_{\gamma_m} = 0, \quad m = 1, 2, \dots, M - 1, \tag{3}$$

где слой с номером 1 — верхний слой решетки, слой с номером  $M$  — слой, расположенный непосредственно на подложке. На границах  $z = 0$  и  $z = z_s$  многослойной дифракционной решетки с внешней средой и подложкой соответственно (рис. 1) ставятся парциальные условия излучения:

$$\int_0^d \left\{ \frac{\partial E_y}{\partial z} + jk_{z,n}^{(0)} E_y \right\} \Big|_{z=0} Y_n(x) dx = 2jk_{z,0}^{(0)} \delta_{n,0}; \tag{4}$$

$$\int_0^d \left\{ \frac{\partial E_y}{\partial z} - jk_{z,n}^{(s)} E_y \right\} \Big|_{z=z_s} Y_n(x) dx = 0, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В формулах (1)–(4) использованы следующие обозначения:  $j$  — мнимая единица,  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число падающей волны в вакууме,  $n$  — номер дифракционного порядка, определяющий соответствующие ему постоянные распространения  $k_{x,n}$  вдоль оси  $x$  и  $k_{z,n}^{(0)}$ ,  $k_{z,n}^{(s)}$  вдоль оси  $z$  во внешней среде и подложке

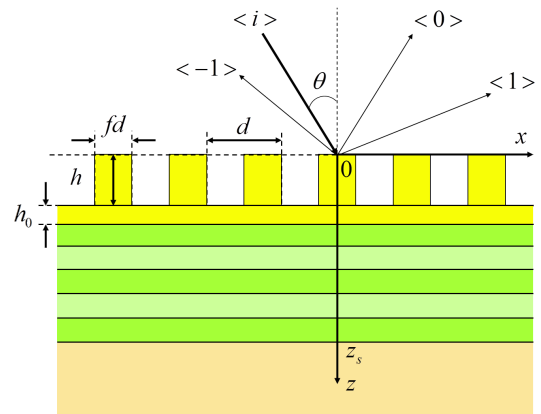


Рис. 1. Многослойная дифракционная решетка с прямоугольной формой профиля штриха и схема дифракции плоской волны на такой решетке

Fig. 1. Multilayer diffraction grating with a rectangular profile shape and schematic representation of the plane wave diffraction on such a grating

соответственно:

$$k_{x,n} = k_0 \left( n_0 \sin \theta + \frac{n\lambda}{d} \right), \quad k_{z,n}^{(0,s)} = k_0 \sqrt{n_{0,s}^2 - \left( \frac{k_{x,n}}{k_0} \right)^2}, \quad n = 0, \pm 1, \dots;$$

$\delta_{n,0}$  — символ Кронекера,  $\{Y_n\}$  — ортонормированная система функций, образующая базис в пространстве  $L^2_{\text{Floquet}}$  интегрируемых с квадратом и удовлетворяющих условиям Флоке  $f(x+d) = f(x) \exp(jk_0 n_0 d \sin \theta)$  с периодом  $d$  функций (базис Фурье):

$$Y_n(x) = \sqrt{\frac{1}{d}} \exp(jk_{x,n}x), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (5)$$

каждая из которых соответствует дифракционному порядку с номером  $n$ . Распределение диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(x, z)$  в многослойной решетке является кусочно-постоянным и определяется квадратом показателя преломления материала, из которого выполнен соответствующий ее элемент.

Для получения численного решения поставленной в области решетки  $0 \leq z \leq z_s$  задачи (2–4) совместно применяются неполный метод Галеркина [12] и метод матриц рассеяния [13, 14]. Отметим, что из-за периодичности дифракционной решетки распределение диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(x, z)$  является периодическим по переменной  $x$  с периодом  $d$ , уравнение (2) оказывается уравнением с периодическими коэффициентами, а его решение будет удовлетворять указанным выше условиям Флоке [15]. Это позволяет искать приближенное решение задачи (2–4)  $E_y^{(N)}$  в виде конечного отрезка разложения по первым  $N$  функциям введенного базиса  $\{Y_n\}$ :

$$E_y^{(N)}(x, z) = \sum_{n=1}^N U_n(z) Y_n(x),$$

или в матричной записи

$$E_y^{(N)}(x, z) = \Phi(x) \mathbf{U}(z),$$

где  $\Phi(x) = (Y_1(x), Y_2(x), \dots, Y_N(x))$  — вектор-строка первых  $N$  функций базиса (5),  $\mathbf{U}(z) = (U_1(z), U_2(z), \dots, U_N(z))^T$  — вектор-столбец коэффициентов разложения, зависящих от переменной  $z$ .

Применение неполного метода Галеркина позволяет свести уравнение Гельмгольца к обыкновенному матрично-векторному линейному дифференциальному уравнению второго порядка относительно столбца коэффициентов  $\mathbf{U}(z)$

$$\mathbf{U}''(z) + \left( k_0^2 \int_0^d \Phi^*(x) \varepsilon(x, z) \Phi(x) dx - \mathbf{M}^2 \right) \mathbf{U}(z) = 0 \quad (6)$$

с условиями сопряжения

$$[\mathbf{U}(z)]|_{z=z_m} = \mathbf{0}; \quad [\mathbf{U}'(z)]|_{z=z_m} = \mathbf{0}, \quad m = 1, 2, \dots, M-1 \quad (7)$$

на границах  $\gamma_m$  слоев решетки и следующими из парциальных условий излучения граничными условиями

$$\begin{aligned} \mathbf{U}'(0) + j\mathbf{\Gamma}^{(0)} \mathbf{U}(0) &= 2j\mathbf{\Gamma}^{(0)} \mathbf{A}_0; \\ \mathbf{U}'(z_s) - j\mathbf{\Gamma}^{(s)} \mathbf{U}(z_s) &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{M}$  — диагональная матрица, содержащая на главной диагонали постоянные распространения  $k_{x,n}$ ,  $\mathbf{A}_0 = (1, 0, 0, \dots, 0)^T$  — амплитудный вектор падающей на решетку волны. Матрицы  $\mathbf{\Gamma}^{(0,s)}$  являются диагональными матрицами, содержащими на главной диагонали постоянные распространения  $k_{z,n}^{(0,s)}$  дифракционных порядков во внешней среде и в подложке соответственно. Для решения задачи (6–8) применяется метод матриц рассеяния, учитывающий многослойное строение дифракционной решетки. Совместное использование неполного метода Галеркина и метода матриц рассеяния для моделирования многослойных дифракционных решеток подробно описано в [16]. Рассчитанная матрица рассеяния многослойной дифракционной решетки позволяет определить амплитуды дифрагировавших волн в каждом дифракционном порядке и вычислить соответствующие дифракционные эффективности.



### 3. Схема спектрального сложения пучков на многослойной дифракционной решетке.

Рассмотрим принципиальную схему реализации спектрального сложения лазерных пучков с различной длиной волны при помощи многослойной отражательной дифракционной решетки на примере двух плоских волн (рис. 2). На решетку, условно показанную на рис. 2 двумя горизонтальными штриховыми линиями, под различными углами  $\theta_1$  и  $\theta_2$  падают две плоские волны с длиной волны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соответственно (направления  $\langle i_1 \rangle$ ,  $\langle i_2 \rangle$  на рис. 2). При взаимодействии каждой из падающих волн с решеткой происходит ее дифракция по дискретным дифракционным порядкам. На рис. 2 для примера показаны направления на нулевые порядки  $\langle 0_1 \rangle$ ,  $\langle 0_2 \rangle$  для каждой из падающих волн. В общем случае для каждой из падающих волн имеется свой набор несовпадающих направлений на различные дифракционные порядки. При этом для осуществления спектрального сложения падающих волн необходимо обеспечить совпадение направлений на один из дифракционных порядков (кроме нулевого порядка) для падающих волн с различной длиной волны и, в то же время, максимизировать для этих длин волн дифракционную эффективность в выбранном порядке.

На рис. 2 показаны различные конструктивные варианты реализации спектрального сложения волн: в первом варианте (рис. 2 а) обеспечивается совпадение направлений на плюс первый ( $n = 1$ ) порядок дифракции для падающих волн с различной длиной волны (направление  $\langle 1_1, 1_2 \rangle$ ), во втором варианте же (рис. 2 б) обеспечивается совпадение направлений на минус первый ( $n = -1$ ) порядок дифракции для падающих волн с различной длиной волны (направление  $\langle -1_1, -1_2 \rangle$ ).

Обозначим через  $\varphi$  угол, определяющий направление на выбранный дифракционный порядок с номером  $n$  (в нашем случае  $n = 1$  или  $n = -1$ ). Тогда, с учетом того, что показатель преломления внешней среды равен единице, уравнения решетки [17] для двух падающих волн запишутся в виде

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \sin \theta_1 + \frac{n\lambda_1}{d}, \\ \sin \varphi &= \sin \theta_2 + \frac{n\lambda_2}{d}. \end{aligned} \tag{9}$$

Таким образом, из трех величин  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и  $\varphi$  независимой является только одна, две другие же однозначно определяются из уравнений (9). В качестве независимой величины удобно взять угол дифракции  $\varphi$ , соответствующий дифракционному порядку с выбранным номером  $n$ . Аналогично, если рассматривается спектральное сложение не двух, а большего числа плоских волн с различной длиной волны, то угол дифракции  $\varphi$  для выбранного дифракционного порядка должен быть одинаковым для всех рассматриваемых волн, а соответствующие углы падения могут быть вычислены из уравнений типа (9).

**4. Постановка задачи синтеза многослойной дифракционной решетки для спектрального сложения пучков.** В данной работе рассматривается задача синтеза многослойной дифракционной решетки для спектрального сложения волн в диапазоне от 1054 до 1064 нм. Задача состоит в определении параметров решетки, при которых обеспечивается максимально близкая к единице дифракционная

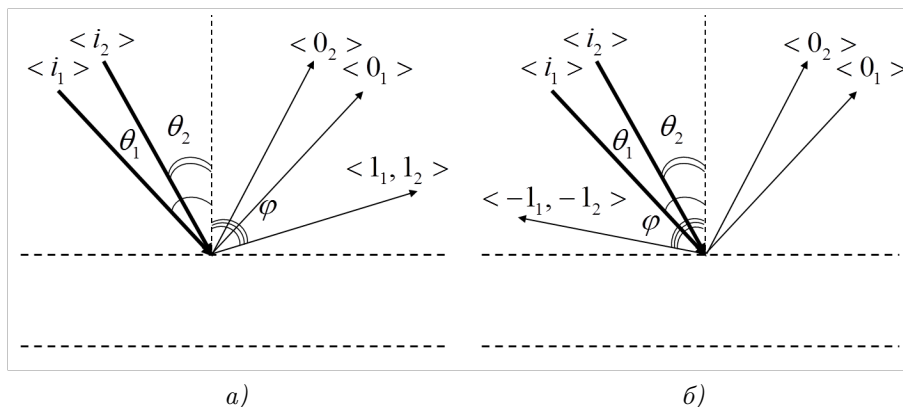


Рис. 2. Схема спектрального сложения двух плоских волн на многослойной отражательной дифракционной решетке в первом (а) и минус первом (б) порядке

Fig. 2. Schematic representation of the spectral combining of two plane waves on a multilayer reflection diffraction grating in the first (a) and minus first (b) diffraction order

эффективность в первом или в минус первом порядке дифракции при спектральном сложении в рассматриваемом диапазоне длин волн. В этом диапазоне выбирается 11 длин волн (от 1054 нм до 1064 нм с шагом 1 нм), для каждой из которых выбирается один и тот же угол  $\varphi$  дифракции, задающий направление на первый (минус первый) порядок, равный 70 градусам (минус 70 градусам), а соответствующие углы падения рассчитываются с использованием уравнений типа (9).

Математическая постановка этой задачи формулируется как задача минимизации целевого функционала  $F(\cdot)$ , зависящего от параметров дифракционной решетки и представляющего собой ее интегральную характеристику в заданном диапазоне длин волн — квадратичного отклонения дифракционной эффективности в выбранном дифракционном порядке от желаемого значения (единицы, или 100%):

$$F(\cdot) = \sum_{l=1}^L (1 - DE_{1,-1}(\cdot, \lambda_l))^2, \quad (10)$$

где для рассматриваемого случая  $L = 11$  — количество выбранных длин волн в указанном диапазоне,  $\lambda_l$  — соответствующая длина волны из этого диапазона,  $\lambda_1 = 1054$  нм,  $\lambda_{11} = 1064$  нм. Дифракционная эффективность  $DE_{1,-1}(\cdot, \lambda_l)$  в первом или минус первом порядке при каждом наборе значений параметров решетки для каждой длины волны вычисляется на основе решения прямой задачи дифракции методом, описанном в разделе 2 настоящей работы. Минимизация функционала (10) осуществляется при помощи метода Нелдера-Мида (симплекс-метода) [18].

Параметрами решетки, от которых зависит функционал (10) и которые оптимизируются в ходе решения задачи синтеза, являются период  $d$  решетки, высота  $h$  профиля, фактор заполнения  $f$ , а также толщина  $h_0$  слоя из материала решетки (рис. 1). Показатели преломления материалов решетки и подложки выбираются равными, соответственно,  $n_{gr} = 1.45$  (диоксид кремния) и  $n_s = 1.52$ . В качестве многослойного покрытия выбирается настроенное на центральную длину волны 1060 нм для нормального падения или угла падения 63 градуса (в случае спектрального сложения в первом или минус первом порядке, соответственно) четвертьволновое зеркало из 19 чередующихся слоев с показателями преломления  $n_H = 1.95$  (диоксид гафния) и  $n_L = 1.45$  (диоксид кремния).

**5. Результаты решения задачи синтеза многослойной дифракционной решетки для спектрального сложения пучков.** Ниже представлены результаты решения задачи синтеза многослойной отражательной дифракционной решетки для спектрального сложения пучков в диапазоне длин волн от 1054 нм до 1064 нм с шагом 1 нм в двух случаях: в первом случае рассматривается спектральное сложение в первом порядке, во втором случае — в минус первом порядке. В обоих случаях для постановки задачи синтеза используется функционал (10), дифракционная эффективность вычисляется, соответственно, в первом порядке для первого случая или в минус первом порядке для второго случая. Значения параметров многослойной решетки, оптимизация которых не проводилась, а также величина угла дифракции для выбранного дифракционного порядка указаны в разделе 4. В качестве начального приближения для решения задачи синтеза в обоих случаях использованы следующие значения оптимизируемых параметров:  $d = 1000$  нм,  $f = 0.5$ ,  $h = 500$  нм,  $h_0 = 300$  нм. Если не указано явно, специальных ограничений на значения параметров решетки не задавалось.

При решении задачи синтеза для спектрального сложения волн в первом порядке получены следующие оптимальные значения параметров решетки:  $d = 1284.0$  нм,  $f = 0.512$ ,  $h = 1167.3$  нм,  $h_0 = 528.3$  нм. График зависимости дифракционной эффективности в первом порядке от длины волны для такой решетки приведен на рис. 3.

В интересующем диапазоне длин волн в случае спектрального сложения в первом порядке эффективность решетки составляет от 64% при длине волны 1054 нм до 75% при длине волны 1064 нм, что является невысоким показателем. Углы падения в этом случае изменяются от 6.37 градуса для  $\lambda = 1064$  нм до 6.82 градуса для  $\lambda = 1054$  нм. Диапазон изменения углов падения очень мал, что может оказаться неудобным для практического применения.

При решении задачи синтеза для спектрального сложения волн в минус первом порядке получены следующие оптимальные значения параметров решетки:  $d = 580.9$  нм,  $f = 0.341$ ,  $h = 526.2$  нм,  $h_0 = 472.1$  нм. График зависимости дифракционной эффективности в минус первом порядке от длины волны для такой решетки приведен на рис. 4.

В этом случае во всем интересующем диапазоне длин волн эффективность составляет более 98.5%, достигая максимума в 99.3% при длине волны 1064 нм. При этом углы падения изменяются в диапазоне от

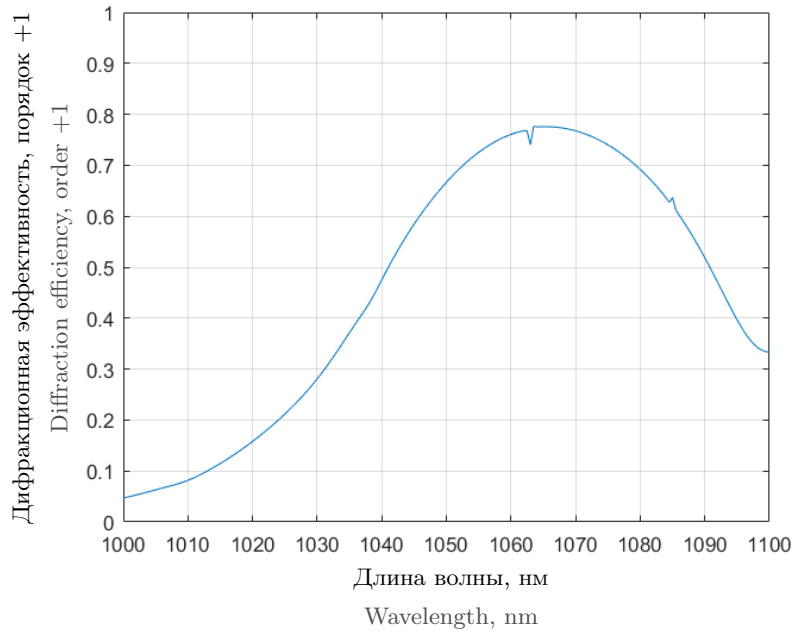


Рис. 3. Зависимость дифракционной эффективности в первом порядке от длины волны в конфигурации решетки, обеспечивающей спектральное сложение в первом порядке. Параметры решетки:  $d = 1284.0$  нм,  $f = 0.512$ ,  $h = 1167.3$  нм,  $h_0 = 528.3$  нм

Fig. 3. Dependence of the first-order diffraction efficiency on the wavelength in the grating configuration providing spectral combining in the first order. The grating parameters are:  $d = 1284.0$  nm,  $f = 0.512$ ,  $h = 1167.3$  nm,  $h_0 = 528.3$  nm

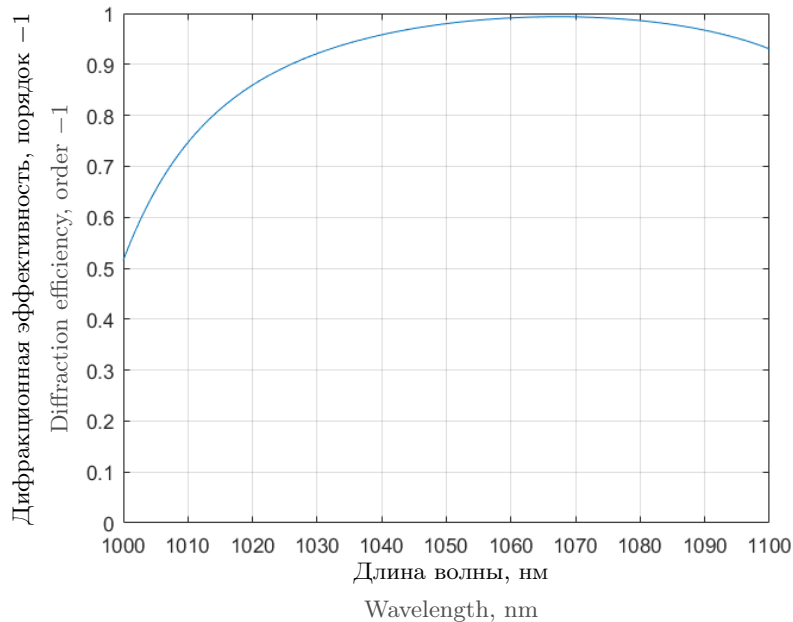


Рис. 4. Зависимость дифракционной эффективности в минус первом порядке от длины волны в конфигурации решетки, обеспечивающей спектральное сложение в минус первом порядке. Параметры решетки:  $d = 580.9$  нм,  $f = 0.341$ ,  $h = 526.2$  нм,  $h_0 = 472.1$  нм (глубокая решетка)

Fig. 4. Dependence of the minus-first-order diffraction efficiency on the wavelength in the grating configuration providing spectral combining in the minus first order. The grating parameters are:  $d = 580.9$  nm,  $f = 0.341$ ,  $h = 526.2$  nm,  $h_0 = 472.1$  nm (deep grating)

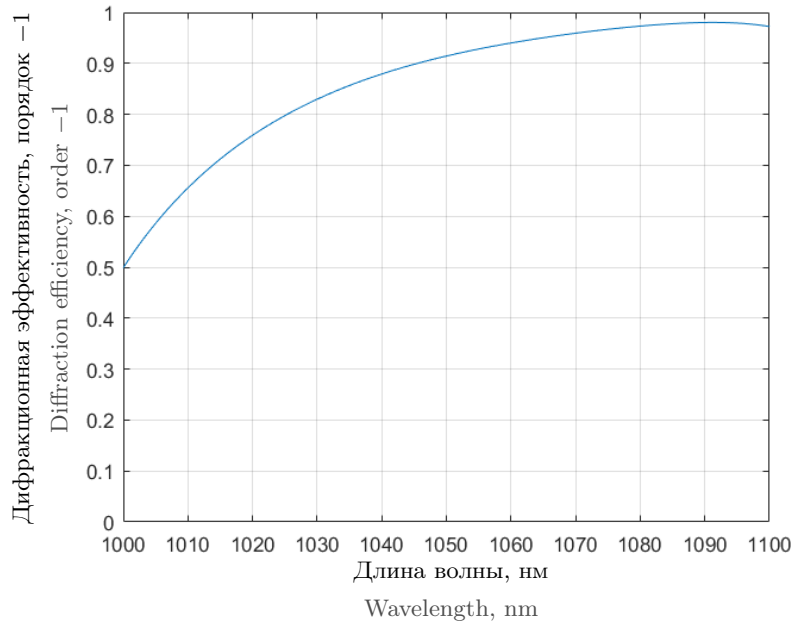


Рис. 5. Зависимость дифракционной эффективности в минус первом порядке от длины волны в конфигурации решетки, обеспечивающей спектральное сложение в минус первом порядке. Параметры решетки:  $d = 581$  нм,  $f = 0.44$ ,  $h = 200$  нм,  $h_0 = 147.3$  нм (неглубокая решетка)

Fig. 5. Dependence of the minus-first-order diffraction efficiency on the wavelength in the grating configuration providing spectral combining in the minus first order. The grating parameters are:  $d = 581$  nm,  $f = 0.44$ ,  $h = 200$  nm,  $h_0 = 147.3$  nm (shallow grating)

61.0 градуса для  $\lambda = 1054$  нм до 63.1 градуса для  $\lambda = 1064$  нм. Диапазон изменения углов падения в такой конфигурации оказывается более широким, чем в первом случае, что, наряду с высокой эффективностью, может являться преимуществом при выборе конструктивной реализации, более предпочтительной для практического применения.

Следует отметить, что дифракционную решетку с указанными оптимальными значениями параметров изготовить на практике может оказаться непросто: большая высота профиля  $h = 526.2$  нм (а с точки зрения технологии производства — глубина травления) может представлять существенные технологические трудности для изготовления. На практике часто возникают ситуации, когда на глубину травления накладываются ограничения, например не более 300–350 нм. При учете таких дополнительных ограничений также оказалось возможным решить задачу синтеза, не слишком сильно снизив эффективность полученной решетки. В этом случае получены следующие оптимальные значения параметров решетки:  $d = 581$  нм,  $f = 0.44$ ,  $h = 200$  нм,  $h_0 = 147.3$  нм. График зависимости дифракционной эффективности в минус первом порядке от длины волны для такой неглубокой решетки приведен на рис. 5. В этом случае в интересующем диапазоне длин волн эффективность составляет от 92.6% при длине волны 1054 нм до 94.8% при длине волны 1064 нм.

**6. Заключение.** В работе приведены результаты решения задачи синтеза многослойных диэлектрических дифракционных решеток для обеспечения спектрального сложения пучков в первом и минус первом порядках в диапазоне длин волн от 1054 до 1064 нм. Кроме того, решена задача синтеза решетки, обеспечивающей спектральное сложение в минус первом порядке, с учетом возможных технологических ограничений на высоту профиля (глубину травления). Результаты вычислительных экспериментов демонстрируют возможность обеспечить выполнение такого рода требований, т.е. уменьшить глубину травления решетки, сохранив достаточно высокую дифракционную эффективность (на уровне выше 92.5%) в выбранном порядке в рассматриваемом диапазоне длин волн.





### Список литературы

1. *Bochove E.J.* Theory of spectral beam combining of fiber lasers // IEEE Journal of Quantum Electronics. 2002. **38**, N 5. 432–445. doi 10.1109/3.998614.
2. *Augst S.J. et al.* Wavelength beam combining of ytterbium fiber lasers // Optics Letters. 2003. **28**, N 5. 331–333. doi 10.1364/OL.28.000331.
3. *Loftus T.H. et al.* Spectrally beam-combined fiber lasers for high-average-power applications // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. 2007. **13**, N 3. 487–497. doi 10.1109/JSTQE.2007.896568.
4. *Paschotta R. et al.* Ytterbium-doped fiber amplifiers // IEEE Journal of Quantum Electronics. 1997. **33**, N 7. 1049–1056. doi 10.1109/3.594865.
5. *Fu S. et al.* Review of recent progress on single-frequency fiber lasers // Journal of the Optical Society of America B: Opt. Phys. 2017. **34**, N 3. A49–A62. doi 10.1364/JOSAB.34.000A49.
6. *Theeg T., Pulzer T.* High power fiber arrays for spectral and coherent beam combining of fiber laser and amplifier // Proc. SPIE. 2020. Volume Number 11539. doi 10.1117/12.2581107.
7. *Kim I. et al.* Optical characterizations and thermal analyses of HfO<sub>2</sub>/SiO<sub>2</sub> multilayered diffraction gratings for high-power continuous wave laser // Journal of Physics: Photonics. 2020. **2**, N 2. doi 10.1088/2515-7647/ab7b0f.
8. *Wang H. et al.* Simulation and experimental study of laser-induced thermal deformation of spectral beam combination grating // Optics Express. 2020. **28**, N 22. 33334–33345. doi 10.1364/OE.408832.
9. *Neauport J. et al.* Effect of electric field on laser induced damage threshold of multilayer dielectric gratings // Optics Express. 2007. **15**, N 19. 12508–12522. doi 10.1364/OE.15.012508.
10. *Perry M.D. et al.* High-efficiency multilayer dielectric diffraction gratings // Optics Letters. 1995. **20**, N 8. 940–942. doi 10.1364/OL.20.000940.
11. *Wei H., Li L.* All-dielectric reflection gratings: a study of the physical mechanism for achieving high efficiency // Applied Optics. 2003. **42**, N 31. 6255–6260. doi 10.1364/AO.42.006255.
12. *Свешников А.Г.* Неполный метод Галеркина // ДАН СССР. 1977. **236**, № 5. 1076–1079. <http://mi.mathnet.ru/dan41279>.
13. *Li L.* Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings // Journal of the Optical Society of America A: Opt. Image Sci. Vis. 1996. **13**, N 5. 1024–1035. doi 10.1364/JOSAA.13.001024.
14. *Li L.* Note on the *S*-matrix propagation algorithm // Journal of the Optical Society of America A: Opt. Image Sci. Vis. 2003. **20**, N 4. 655–660. doi 10.1364/JOSAA.20.000655.
15. *Кучмент П.А.* Теория Флоке для дифференциальных уравнений в частных производных // Успехи матем. наук. 1982. **37**, № 4. 3–52. <http://mi.mathnet.ru/umn3768>.
16. *Петухов А.А.* Совместное применение неполного метода Галеркина и метода матриц рассеяния для моделирования многослойных дифракционных решеток // Математическое моделирование. 2013. **25**, № 6. 41–53. <http://mi.mathnet.ru/mm3372>.
17. *Palmer Ch.* Diffraction Grating Handbook. Rochester: MKS Instruments, 2020.
18. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975.

Поступила в редакцию  
18 августа 2021

Принята к публикации  
1 сентября 2021

### Информация об авторе

*Андрей Андреевич Петухов* — вед. программист, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, Ленинские горы, 1, стр. 2, 119991, Москва, Российская Федерация.

### References

1. E. J. Bochove, “Theory of Spectral Beam Combining of Fiber Lasers,” IEEE J. Quantum Electron. **38** (5), 432–445 (2002). doi 10.1109/3.998614
2. S. J. Augst, A. K. Goyal, R. L. Aggarwal, et al., “Wavelength Beam Combining of Ytterbium Fiber Lasers,” Opt. Lett. **28** (5), 331–333 (2003). doi 10.1364/OL.28.000331
3. T. H. Loftus, A. M. Thomas, P. R. Hoffman, et al., “Spectrally Beam-Combined Fiber Lasers for High-Average-Power Applications,” IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **13** (3), 487–497 (2007). doi 10.1109/JSTQE.2007.896568
4. R. Paschotta, J. Nilsson, A. C. Tropper, and D. C. Hanna, “Ytterbium-Doped Fiber Amplifiers,” IEEE J. Quantum Electron. **33** (7), 1049–1056 (1997). doi 10.1109/3.594865

5. S. Fu, W. Shi, Y. Feng, et al., “Review of Recent Progress on Single-Frequency Fiber Lasers,” *J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys.* **34** (3), A49–A62 (2017). doi 10.1364/JOSAB.34.000A49
6. T. Theeg and T. Pulzer, “High Power Fiber Arrays for Spectral and Coherent Beam Combining of Fiber Laser and Amplifier,” *Proc. SPIE* **11539** (2020). doi 10.1117/12.2581107
7. I. Kim, S. So, J. Mun, et al., “Optical Characterizations and Thermal Analyses of HfO<sub>2</sub>/SiO<sub>2</sub> Multilayered Diffraction Gratings for High-Power Continuous Wave Laser,” *J. Phys. Photonics* **2** (2020). doi 10.1088/2515-7647/ab7b0f
8. H. Wang, Y. Song, Y. Yang, et al., “Simulation and Experimental Study of Laser-Induced Thermal Deformation of Spectral Beam Combination Grating,” *Opt. Express* **28** (22), 33334–33345 (2020). doi 10.1364/OE.408832
9. J. Neauport, E. Lavastre, G. Razé, et al., “Effect of Electric Field on Laser Induced Damage Threshold of Multilayer Dielectric Gratings,” *Opt. Express* **15** (19), 12508–12522 (2007). doi 10.1364/OE.15.012508
10. M. D. Perry, R. D. Boyd, J. A. Britten, et al., “High-Efficiency Multilayer Dielectric Diffraction Gratings,” *Opt. Lett.* **20** (8), 940–942 (1995). doi 10.1364/OL.20.000940
11. H. Wei and L. Li, “All-Dielectric Reflection Gratings: A Study of the Physical Mechanism for Achieving High Efficiency,” *Appl. Opt.* **42** (31), 6255–6260 (2003). doi 10.1364/AO.42.006255
12. A. G. Sveshnikov, “The Incomplete Galerkin Method,” *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **236** (5), 1076–1079 (1977) [*Sov. Math. Dokl.* **18**, 1331–1334 (1977)].
13. L. Li, “Formulation and Comparison of Two Recursive Matrix Algorithms for Modeling Layered Diffraction Gratings,” *J. Opt. Soc. Am. A: Opt. Image Sci. Vis.* **13** (5), 1024–1035 (1996). doi 10.1364/JOSAA.13.001024
14. L. Li, “Note on the *S*-matrix propagation algorithm,” *J. Opt. Soc. Am. A: Opt. Image Sci. Vis.* **20** (4), 655–660 (2003). doi 10.1364/JOSAA.20.000655
15. P. A. Kuchment, “Floquet Theory for Partial Differential Equations,” *Usp. Mat. Nauk* **37** (4), 3–52 (1982) [*Russ. Math. Surv.* **37** (4), 1–60 (1982)].
16. A. A. Petukhov, “Joint Application of the Incomplete Galerkin Method and Scattering Matrix Method for Modeling Multilayer Diffraction Gratings,” *Mat. Model.* **25** (6), 41–53 (2013) [*Math. Models Comput. Simul.* **6** (1), 92–100 (2014)].
17. Ch. Palmer, *Diffraction Grating Handbook* (MKS Instruments, Rochester, 2020).
18. D. Himmelblau, *Applied Nonlinear Programming* (McGraw-Hill, New York, 1972; Mir, Moscow, 1975).

Received  
August 18, 2021

Accepted for publication  
September 1, 2021

#### Information about the author

*Andrey A. Petukhov* — Leading Programmer, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Department of mathematics, Leninskie Gory, 1, building 2, 119991, Moscow, Russia.