

УДК 519.6

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА ПЛОСКОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ ОПТИКИ В ОПТИЧЕСКОМ ДИАПАЗОНЕ ДЛИН ВОЛН

А. А. Гончарский¹

Статья посвящена решению обратных задач синтеза нанооптических плоских элементов. Разработанные методы позволяют формировать произвольную диаграмму направленности плоских оптических элементов. Уникальные возможности нанооптики открывают широкие перспективы ее применения. Уже сейчас эта технология используется для защиты документов от подделок.

Ключевые слова: нанооптика, электронно-лучевая литография, многоградационный микрорельеф, плоский оптический элемент, дифракционный оптический элемент, обратные задачи.

В настоящее время элементы плоской оптики находят все более широкое применение в научных исследованиях и современных технологиях. Особенностью элементов плоской оптики в оптическом диапазоне являются высокие требования к точности изготовления их микрорельефа. В статье [1] обсуждались возможности плоской оптики с использованием плоских элементов с асимметричным профилем микрорельефа. Показано, что такие элементы могут реально формировать изображения, разные в плюс первом и минус первом порядках дифракции. В той же статье был установлен также предел точности воспроизведения микрорельефа — 20 нанометров.

В настоящей статье будет показано, что возможности плоской оптики гораздо шире и позволяют формировать практически произвольную диаграмму направленности. Технология плоской оптики базируется на использовании технологий микроэлектроники как суперсовременных технологий точного формирования микрорельефа. Использование электронно-лучевых литографов позволяет достигать высочайшего разрешения, недоступного для оптических методов формирования микрорельефа, в которых длина волны является пределом их разрешающей способности. Новая оптика получила название нанооптических технологий. Как правило, задачи нанооптики являются обратными. Проблема адекватности математической модели реальности играет важнейшую роль при решении обратных задач. Модель Френеля и Кирхгофа, предложенная более 100 лет тому назад, хорошо описывает процесс распространения излучения в широком диапазоне задач и практических приложений [1].

На рис. 1 изображена классическая схема формирования изображения с помощью плоского фазового оптического элемента. Лазерное излучение (плоская электромагнитная волна) падает на плоский оптический элемент, расположенный на плоскости $z = 0$. Изображение формируется в плоскости $z = f$. Хорошо известно [2], что волновые поля в плоскостях $z = 0$ и $z = f$ связаны соотношением

$$u(x, y, f) = \frac{ke^{ikf}}{2\pi if} \iint_G u(\xi, \eta, 0) \exp\left(ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f}\right) d\xi d\eta. \quad (1)$$

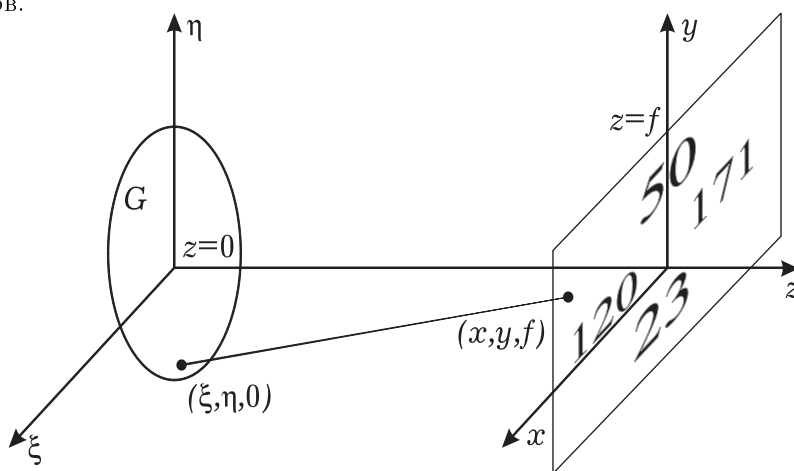


Рис. 1. Схема формирования изображения

¹ Научно-исследовательский вычислительный центр, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119991, Ленинские горы, Москва; науч. сотр., e-mail: gonchar@srcc.msu.ru

В рамках простейшей модели действие оптического элемента в плоскости $z = 0$ можно описать как преобразование фазы волнового поля $u(\xi, \eta, 0 + 0) = u(\xi, \eta, 0 - 0)e^{ik\varphi(\xi, \eta)}$ [3]. Здесь $\varphi(\xi, \eta)$ — фазовая функция оптического элемента в точке (ξ, η) . Пусть $F(x, y) = |u(x, y, f)|$ — заданная функция. Тогда обратная задача заключается в расчете фазовой функции $\varphi(\xi, \eta)$ из уравнения

$$A\varphi = \left| \iint_G u(\xi, \eta, 0 - 0) \exp\left(ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{f}\right) e^{ik\varphi(\xi, \eta)} d\xi d\eta \right| = F(x, y). \quad (2)$$

Операторное уравнение (2) представляет собой нелинейное операторное уравнение Фредгольма первого рода относительно неизвестной функции $\varphi(\xi, \eta)$ [4]. Нелинейность обратной задачи связана с тем, что в задаче известна только амплитуда комплексной функции $u(x, y, f)$ в плоскости $z = f$, т.е. $|u(x, y, f)|$, в то время как фаза $u(x, y, f)$ неизвестна. Это так называемая фазовая проблема в оптике. Известно, что фазовая проблема связана с неединственностью решения обратной задачи [3].

Можно предложить много алгоритмов решения задачи (2), основанных на различных способах минимизации функционала $Q(\varphi) = \|A\varphi - F\|^2$. Задача (2) является некорректно поставленной [4], и для построения итеративных схем ее решения можно использовать методы итеративной регуляризации [5]. Регуляризирующие алгоритмы нацелены на построение “гладких” решений, что в задачах синтеза не является, вообще говоря, самоцелью. В задачах синтеза, в отличие от задач диагностики, если удастся найти приближенное решение тем или иным способом и технология позволяет его реализовать с нужной точностью, то такое решение тоже имеет право на существование, несмотря на то что оно может вовсе и не быть гладким. Этот подход отличается от классической философии теории решения некорректных задач [6–10], но в задачах синтеза он имеет полное право на существование.

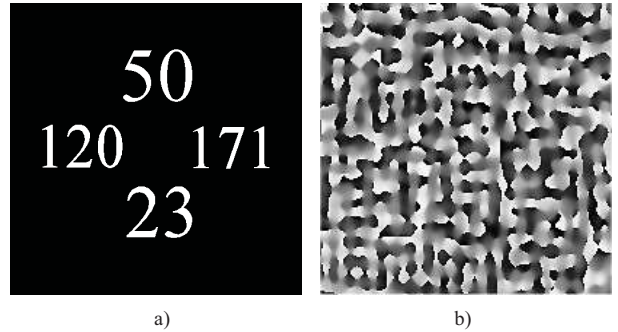


Рис. 2. Тестовое изображение (a) и фазовая функция $\varphi(\xi, \eta)$ (b)

Рассмотрим, как эту идею можно реализовать в обратных задачах плоской оптики. Предлагаемый ниже алгоритм основан на идее, высказанной в работе [11].

Вернемся к представлению (1), которое показывает связь волнового поля $u(x, y, 0)$ в плоскости $z = 0$ и $u(x, y, f)$ в плоскости $z = f$. Представление (1) можно переписать в виде $u(x, y, f) = \Phi_{f/k}(u(\xi, \eta, 0 + 0))$. Здесь $\Phi_{f/k}(u)$ есть преобразование Френеля от $u(\xi, \eta, 0 + 0)$:

$$\Phi_{f/k}(u) = \frac{k}{2\pi if} \iint_G u(\xi, \eta) \exp\left(ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f}\right) d\xi d\eta.$$

Пусть $A_0(x, y)$ и $A_1(x, y) \in L_1 \cap L_2$ — заданные амплитуды волнового поля в плоскости $z = 0$ и $z = f$ соответственно. Пусть $v^{(k)}(x, y) = A_0 \exp(ik\varphi_0^{(k)}(x, y))$ — приближенное решение уравнения (2) на k -й итерации. Итерационный процесс состоит из двух шагов. На первом шаге вычисляется

$$\tilde{v}^{(k)}(x, y) = \Phi_{f/k}(v^{(k)}) = W_k(x, y) \exp(ik\varphi_1^{(k)}(x, y)).$$

На втором шаге итерационного алгоритма используется известная функция $\varphi_1^{(k)}(x, y)$ для восстановления волнового поля в плоскости $z = 0$, т.е.

$$\tilde{w}^{(k)}(x, y) = \Phi_{f/k}^{-1}(w^{(k)}(x, y)) = V_k(x, y) \exp(ik\varphi_0^{(k+1)}(x, y)),$$

где $w^{(k)}(x, y) = A_1(x, y) \exp(ik\varphi_1^{(k)}(x, y))$. Найденная таким образом функция $\varphi_0^{(k+1)}(x, y)$ и есть $k + 1$ итерация процесса минимизации функционала $Q(\varphi) = \|A\varphi - F\|^2$. Последовательность $Q(\varphi_0^{(k)})$ сходится; более того, процесс является релаксационным, т.е. $Q(\varphi_0^{(k)}) \leq Q(\varphi_0^{(k+1)})$.

Последнее, конечно, не означает сходимость последовательности $\varphi_0^{(k)}(x, y)$ в какой-либо разумной метрике. Тем не менее, в настоящее время существует технология формирования микрорельефа $\varphi(x, y)$ с высокой точностью, что и позволяет использовать полученное приближенное решение.

Как правило, для построения приближения к фазовой функции $\varphi_0^{(k)}(x, y)$ используют ступенчатую аппроксимацию.

На рис. 2 приведено тестовое изображение, асимметричное как по оси OX , так и по оси OY , и фазовая функция оптического элемента $\varphi(\xi, \eta) = \varphi_0^{(k)}(\xi, \eta)$, формирующего тестовое изображение. Эта функция является приближенным решением операторного уравнения (2) при $k = 20$. Глубина микрорельефа фазового элемента в точке (x, y) пропорциональна потемнению в этой точке. Будем обозначать ступенчатую функцию, аппроксимирующую функцию $\varphi(\xi, \eta)$, через $\varphi_s(\xi, \eta)$ [1].

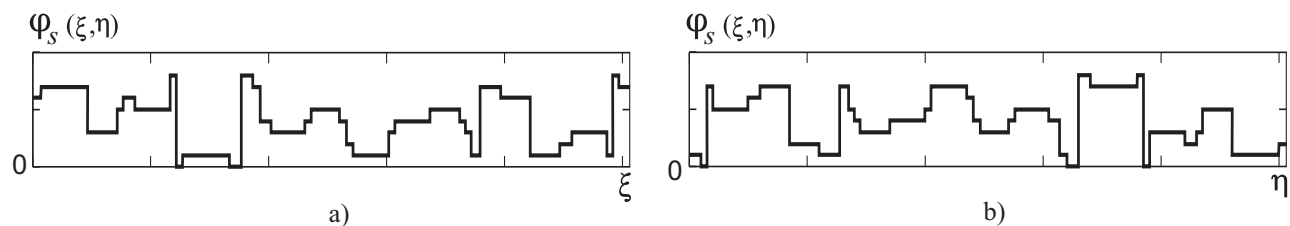


Рис. 3. Одномерные сечения $\varphi_s(\xi, \eta)$ при фиксированном $\eta = \eta^*$ (a) и $\xi = \xi^*$ (b)

На рис. 3 приведены два сечения фазовой функции $\varphi_s(\xi, \eta)$ — при фиксированном η и фиксированном ξ . Фазовая функция аппроксимирована ступенчатой функцией. Число ступеней равно 8.

На рис. 4 приведены два изображения: тестовое изображение, полученное как решение прямой задачи на ступенчатой функции $\varphi_s(\xi, \eta)$, и реальное изображение, сформированное оптическим элементом на экране. Видно хорошее совпадение результатов моделирования и эксперимента.

Для изготовления фазового оптического элемента $\varphi_s(\xi, \eta)$ использовался комплекс электронного литографического оборудования НИВЦ МГУ. Точность изготовления микрорельефа по глубине составляет порядка 20 нанометров.

Приведенные расчеты и сравнение результатов моделирования с реальным экспериментом позволяет сделать следующие выводы.

1. Разработанная технология синтеза нанооптических элементов обладает широкими возможностями и позволяет реально с высокой эффективностью формировать практически произвольные диаграммы направленности оптического элемента.

2. Приближение Френеля оказывается вполне состоятельным, несмотря на предельно малые параметры микрорельефа, и хорошо описывает процессы дифракции.

3. Теория и методы решения некорректно поставленных задач являются одним из самых заметных и значительных результатов прошлого столетия [4–10].

Построение гладких приближений всегда более предпочтительно как в задачах диагностики, так и в задачах синтеза [12, 13]. Однако если в силу каких-либо причин это невозможно, то в задачах синтеза эффективными могут быть алгоритмы, не обеспечивающие гладкость искомых приближений. В этом случае важнейшими факторами становятся обеспечение высокой точности аппроксимации построенных приближенных решений и возможность их реального прецизионного воспроизведения.

4. Современная технология нанооптики накладывает жесткие пределы на точность формирования микрорельефа. В оптическом диапазоне точность не должна быть хуже 20 нанометров.

5. Уникальные возможности нанооптики открывают широкие перспективы ее применения. Уже сейчас эта технология используется для защиты от подделки документов и т.п.

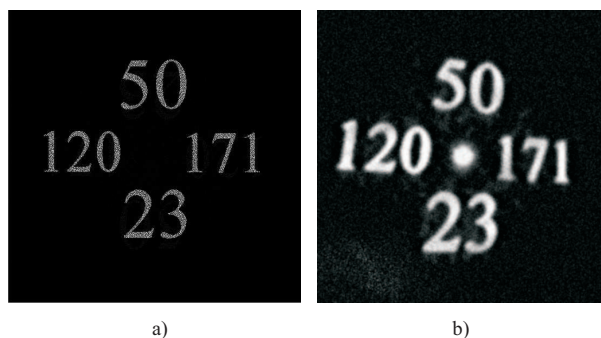


Рис. 4. Изображение $F(x, y)$: результат математического моделирования (a), реальное изображение (b)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гончарский А.А. Об одной задаче синтеза нанооптических элементов // Вычислительные методы и программирование. 2008. **9**, № 2. 219–222.
2. Bountry G.A. Augustin Fresnel: his time, life and work // Science Progress. 1948. **36**. 587–604.
3. Гончарский А.А., Гончарский А.В. Компьютерная оптика. Компьютерная голография. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004.

4. *Тихонов А.Н.* О решении некорректно поставленных задач // Докл. АН СССР. 1963. **151**, № 3. 501–504.
5. *Bakushisky A., Goncharsky A.* Ill-posed problems: theory and applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.
6. *Лаврентьев М.М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Сиб. отд. АН СССР, 1962.
7. *Иванов В.К.* О приближенном решении операторных уравнений первого рода // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 1966. **6**, № 6. 1089–1094.
8. *Морозов В.А.* Регулярные методы решения некорректно поставленных задач. М.: Наука, 1987.
9. *Vinokurov V.A.* Regularizability of functions // Ill-Posed Problems in the Natural Sciences. М.: Мир, 1987. 53–69.
10. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983.
11. *Lesem L.B., Hirsh P.M., Jordan J.A.Jr.* The kinoform: a new wavefront reconstruction device // IBM J. Res. Dev. 1969. **13**, N 1. 150–155.
12. *Гончарский А.А., Туницкий Д.В.* Об обратной задаче синтеза оптических элементов для лазерного излучения // Вычислительные методы и программирование. 2006. **7**, № 2. 13–37.
13. *Tikhonov A.N., Goncharsky A.V., Stepanov V.V.* Inverse problems in image processing // Ill-Posed Problems in Natural Sciences. М.: Мир, 1987. 220–232.

Поступила в редакцию
13.05.2009
