

УДК 537.877

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВОЛНОВОДНЫХ МОД МНОГОСЛОЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

А. Г. Ржанов¹, С. Э. Григас¹

Предложен алгоритм численного расчета постоянных распространения волноводных мод, поддерживаемых многослойными волноведущими структурами. Метод отличается высокой скоростью счета, что обусловлено определением подходящего начального приближения на первом этапе вычислений. Приведены результаты расчета нескольких волноведущих геометрий. Результаты сравниваются с данными, полученными другими авторами.

Ключевые слова: многослойные волноводы, математическое моделирование, волноводные моды, метод конечных разностей.

1. Введение. Диэлектрические волноведущие структуры стали неотъемлемой частью многих устройств современной фотоники и оптоэлектроники. Интенсивное развитие полупроводниковых лазеров, электрооптических модуляторов, фильтров, фотодетекторов сопровождается значительным усложнением геометрий многослойных планарных волноводов, что затрудняет проведение аналитического расчета подобных структур. В связи с этим все большее значение приобретает численное моделирование таких устройств [1–5].

Мы представляем простой эффективный способ численного расчета параметров волноводных мод для многослойных диэлектрических геометрий. Основная идея предлагаемого алгоритма состоит в следующем. Вначале мы определяем приближенное значение модовой постоянной распространения. Затем найденное значение используется в качестве начального приближения в методе конечных разностей. Такая схема позволяет значительно сократить количество итераций, что существенно уменьшает время численного счета. Это позволяет, во-первых, расширить рамки применения предлагаемого подхода на градиентные волноводы и, во-вторых, использовать его в самосогласованных моделях инжекционных лазеров, где процедура расчета полей и постоянных распространения требует многократного повторения.

2. Предлагаемый метод. После постановки задачи об определении параметров волноводных мод будет рассмотрен метод конечных разностей в применении к решению скалярного волнового уравнения. Далее рассказывается об алгоритме, обеспечивающем поиск приближенного значения комплексной постоянной распространения.

2.1. Метод конечных разностей. Рассмотрим структуру, изображенную на рис. 1. В направлении оси y волновод считается бесконечным и однородным. Распространение излучения происходит вдоль оси z . Будем рассматривать только ТЕ-поляризацию (Transverse Electric polarization) и представим единственную ненулевую составляющую электрического поля E_y в виде $E_y(x, z) = \psi(x)e^{i\beta z}$, где β — постоянная распространения. Тогда распределение поля $\psi(x)$ удовлетворяет скалярному волновому уравнению

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + (n^2(x)k^2 - \beta^2)\psi(x) = 0, \quad (1)$$

где $n(x)$ — профиль показателя преломления и $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме.

Задача о нахождении параметров волноводных мод является задачей на собственные функции и собственные значения для оператора $\hat{A} = \frac{d^2}{dx^2} + n^2(x)k^2$.

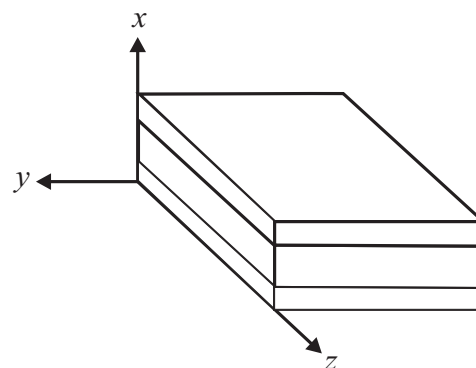


Рис. 1. Многослойный диэлектрический волновод

¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, 119991, Москва; А. Г. Ржанов, старший преподаватель, e-mail: rzhanov@phys.msu.ru; С. Э. Григас, студент, e-mail: moonlight_14@mail.ru

Поскольку поле волноводной моды экспоненциально затухает при удалении от оси волновода за его пределы, то граничные условия для уравнения (1) имеют вид $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} |\psi(x)| = 0$.

Для решения поставленной задачи мы использовали метод конечных разностей. Разностная аппроксимация волнового уравнения (1) имеет вид

$$\frac{\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}}{\Delta x^2} + (n_i^2 k^2 - \beta^2) = 0,$$

где Δx — шаг по оси x . Для нахождения собственных значений требуется решить характеристическое уравнение $\det(\hat{A} - \beta \hat{E}) = 0$. Поскольку матрица оператора $\hat{B} = \hat{A} - \beta \hat{E}$ является трехдиагональной, для нее справедливо рекуррентное соотношение, выражающее минор высшего порядка через низшие [6]:

$$D_m(\beta) = (B_{mm} - \beta)D_{m-1}(\beta) - B_{m,m-1}B_{m-1,m}D_{m-2}(\beta),$$

где D_m — минор m -го порядка матрицы \hat{B} . Вычисляя таким образом определитель $\det(\hat{A} - \beta \hat{E})$ при разных значениях β , с помощью метода секущих мы находим собственные значения задачи (1) с необходимой точностью. Для нахождения собственных функций мы использовали метод обратных итераций [6].

Метод секущих представляет собой итеративный процесс, требующий “хорошего” начального приближения. Количество итераций, требующееся нам для достижения необходимой точности, зависит от того, насколько точным будет начальное приближение. Основная идея предлагаемого нами метода состоит в том, чтобы сначала найти хорошее приближение для постоянной распространения, а затем использовать его в качестве начального значения в методе секущих. Такой подход позволяет существенно сократить количество итераций и тем самым значительно уменьшить время численного счета. Для поиска приближенного значения постоянной распространения мы использовали предложенный нами ранее алгоритм минимизации амплитуды [7], который более подробно описан в следующем разделе.

2.2. Поиск начального приближения. Рассмотрим многослойный диэлектрический волновод без потерь. Для удобства вместо постоянной распространения β используют нормированную постоянную распространения $\alpha = \frac{\beta}{k}$, вещественную часть которой называют эффективным показателем преломления $n_{\text{эф}}$: $\frac{\beta}{k} = \alpha = \alpha' - i\alpha''$, $\alpha' \equiv n_{\text{эф}}$. Для волноводных мод эффективный показатель преломления лежит между максимальным значением показателя преломления волноведущей области и максимальным значением показателя преломления обкладочных слоев. Постоянные распространения таких мод суть вещественные числа (напомним, что мы рассматриваем волновод без потерь). Если волновод обладает диэлектрическими потерями, постоянная распространения обладает отрицательной мнимой частью.

В i -м слое рассматриваемой волноведущей структуры распределение поля имеет вид

$$\psi(x) = A_i \cos(\kappa_i x) + B_i \sin(\kappa_i x),$$

где $\kappa_i^2 = n_i^2 k^2 - \beta^2$, n_i — показатель преломления i -го слоя.

Поле в подложке мы представим в виде суперпозиции экспоненциально возрастающей и затухающей компонент: $A_s e^{i\kappa_s x} + B_s e^{-i\kappa_s x}$, где $\kappa_s^2 = \beta^2 - n_s^2 k^2$, n_s — показатель преломления подложки. Выбрав произвольное значение постоянной распространения и задав распределение электромагнитного поля в оболочке, с помощью матричного метода расчета распределения поля в слоистых структурах [8] мы определяем амплитуды A_i и B_i во всех слоях, а также амплитуды A_s и B_s поля в подложке. Поскольку волноводные моды за пределами волновода представляют собой эванесцентные поля, экспоненциально затухающие по мере удаления от его границы, то значение амплитуды при экспоненциально возрастающем слагаемом, равное нулю, соответствует случаю волноводной моды. Таким образом, решение волнового уравнения (1) сводится к нахождению тех значений постоянной распространения β , при которых обращается в нуль выбранная амплитуда поля в подложке. Поиск соответствующих значений постоянной распространения с заданной точностью мы проводим с помощью метода секущих.

3. Моделирование различных устройств. Для проверки работоспособности метода мы провели расчеты различного рода устройств оптоэлектроники и лазерной физики. Постоянные распространения волноводных и вытекающих мод сравнивались с результатами других авторов, применявших различные методы численного счета. Во всех случаях с помощью предлагаемого нами алгоритма удавалось определить постоянные распространения с высокой точностью.

3.1. Трехслойный симметричный волновод без потерь. Нами была рассмотрена симметричная структура, сформированная двумя полупространствами с показателями преломления 2.21 и расположенным между ними волноведущим слоем с показателем преломления 2.26 и толщиной 1.8 мкм. Длина волны

Таблица 1

Постоянные распространения первых трех ТЕ-мод трехслойного диэлектрического волновода без диэлектрических потерь

	Нормированная постоянная распространения $n_{\text{eff}} = \beta/k_0$			Количество итераций метода конечных разностей	
	Предлагаемый метод	Решение дисперсионного уравнения	Отличия, %	В общем случае	С использованием найденного начального приближения
TE ₀	2.25359	2.25359	0.0	17	2
TE ₁	2.23524	2.23524	0.0	25	2
TE ₂	2.21126	2.21126	0.0	61	2

излучения составляла 0.8 мкм. Результаты расчета эффективных показателей преломления первых трех ТЕ-мод представлены в табл. 1. С точностью до 5-го знака после запятой они совпадают с результатами, полученными решением дисперсионного уравнения для трехслойной симметричной структуры, приведенным в [8]. В таблице также указано количество итераций метода конечных разностей, потребовавшееся для достижения необходимой точности в общем случае, когда начальное приближение не было известно, и в случае, когда мы таковым приближением располагали. Видно, что использование “хорошего” начального приближения позволяет существенно сократить количество требующихся итераций, тем самым значительно уменьшив время численного счета.

На рис. 2 представлены распределения полей первых трех ТЕ-мод, полученные с помощью метода обратных итераций.

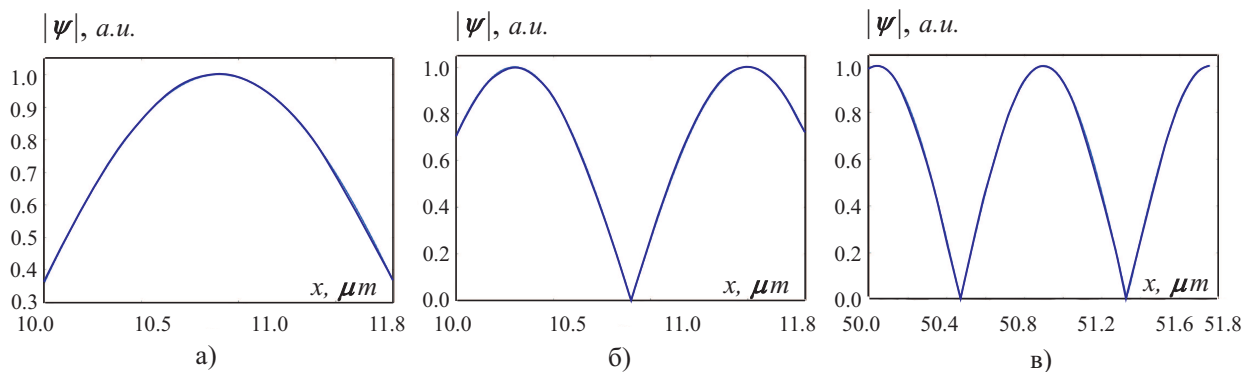


Рис. 2. Распределение полей первых трех ТЕ-мод трехслойного диэлектрического волновода:
а) TE₀, б) TE₁, в) TE₂

3.2. Шестислойный волновод с потерями. Далее мы провели расчет шестислойной волноведущей структуры с диэлектрическими потерями, изученной в работе [9]. Волновод сформирован полупространствами с показателями преломления $n_s = 1.5$ и $n_c = 1.0$ и расположенными между ними четырьмя слоями толщиной 0.5 мкм каждый с показателями преломления $n_1 = 1.66$, $n_2 = 1.60$, $n_3 = 1.53 - i1.53 \times 10^{-4}$, $n_4 = 1.66 - i1.66 \times 10^{-4}$. Длина волны излучения составляла 0.6328 мкм. С помощью предлагаемого метода мы определили постоянные распространения первых четырех ТЕ-мод. Результаты расчета представлены в табл. 2. Постоянные распространения определены с достаточно высокой точностью — различия с результатами работы [9] составляют доли процента. В таблице приведены также данные о количестве итераций метода секущих, потребовавшихся в общем случае и в случае использования начального приближения, полученного методом минимизации амплитуды.

3.3. Градиентный волновод с экспоненциальным профилем. Предлагаемый нами алгоритм может быть применен к структурам с произвольным количеством слоев, что делает возможным расчет градиентных волноводов путем ступенчатой аппроксимации профиля показателя преломления. В качестве примера мы рассмотрели волновод, показатель преломления которого меняется в поперечном

Таблица 2

Постоянные распространения первых четырех ТЕ-мод шестислойного диэлектрического волновода с диэлектрическими потерями

	Нормированная постоянная распространения $\alpha = \alpha' - i\alpha''$					Количество итераций метода конечных разностей		
	Предлагаемый метод		Работа [9]		Отличия, %	В общем случае	С использованием найденного начального приближения	
	α'	α''	α'	α''				
TE ₀	1.6226	6.74×10^{-7}	1.6227	6.73×10^{-7}	0.006	0.15	36	15
TE ₁	1.6051	1.66×10^{-4}	1.6053	1.66×10^{-4}	0.012	0.00	15	12
TE ₂	1.5570	2.11×10^{-5}	1.5571	2.09×10^{-5}	0.006	0.96	35	19
TE ₃	1.5034	5.52×10^{-5}	1.5036	5.50×10^{-5}	0.013	0.36	52	18

сечении следующим образом:

$$n^2(x) = \begin{cases} n_s^2 + 2n_s\Delta e^{-x/d}, & x > 0, \\ n_c^2 = 1, & x < 0, \end{cases}$$

где n_s , Δ и d — константы. Для такой структуры могут быть получены точные решения [10]. Мы использовали значения параметров, типичные для волноводов на основе LiTaO₃, легированных титаном [11]: $n_s = 2.177$, $\Delta = 0.043$, $d = 0.931$ мкм. Длина волны излучения составляет $\lambda = 0.6328$ мкм. В табл. 3 сравниваются точные значения эффективного показателя преломления ТЕ₀-моды и результаты наших расчетов, а также количество итераций метода конечных разностей в двух случаях (как и прежде).

Таблица 3

Постоянные распространения основной ТЕ-моды градиентного волновода с экспоненциальным профилем показателя преломления

	Нормированная постоянная распространения $n_{\text{eff}} = \beta/k_0$			Количество итераций метода конечных разностей	
	Предлагаемый метод	Решение дисперсионного уравнения [10]	Отличия, %	В общем случае	С использованием найденного начального приближения
TE ₀	2.19078	2.19079	0.0005	20	9

4. Заключение. Предложен алгоритм расчета многослойных волноводных структур, позволяющий с хорошей точностью определять постоянные распространения волноводных мод, поддерживаемых данной геометрией, и получать соответствующие конфигурации полей. Алгоритм может быть применен для расчета градиентных волноводов с произвольным профилем показателя преломления, в том числе активных. Высокая скорость счета и нетребовательность к вычислительным ресурсам делают возможным применение алгоритма в самосогласованных моделях полупроводниковых лазеров. Возможна модификация предложенного алгоритма для расчета вытекающих мод.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Baba T., Kokubun Y.* Dispersion and radiation loss characteristics of antiresonant reflecting optical waveguides—numerical results and analytical expressions // *J. Quantum Electronics.* 1992. **28**, N 7. 1689–1700.
2. *Anemogiannis E., Glytsis E.N., Gaylord T.K.* Determination of guided and leaky modes in lossless and lossy planar multilayer optical waveguides: reflection pole method and wavevector density method // *J. Lightwave Technol.* 1999. **17**, N 5. 929–941.
3. *Smith R., Houde-Walter S., Forbes G.* Mode determination for planar waveguides using the four-sheeted dispersion relation // *J. Quantum Electronics.* 1992. **28**, N 6. 1520–1526.
4. *Schlereth K.-H., Tacke M.* The complex propagation constant of multilayer waveguides: an algorithm for a personal computer // *J. Quantum Electronics.* 1990. **26**, N 4. 627–630.

5. *Elkin N., Napartovich A., Troshchieva V., Vysotsky D., Lee T.-W., Hagness S., Kim N.-H., Bao L., Mawst L.* Antiresonant reflecting optical waveguide-type vertical-cavity surface emitting lasers: comparison of full-vector finite-difference time-domain and 3-D bidirectional beam propagation methods // *J. Lightwave Technol.* 2006. **24**, N 4. 1834–1842.
6. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. М.: Наука, 1978.
7. *Ржанов А.Г., Григас С.Э.* Моделирование многослойных структур мощных полупроводниковых лазеров // *Лазерная и оптико-электронная техника. Вып. 11.* Минск.: Акад. Упр. при Президенте Респ. Беларусь, 2008. 200–206.
8. *Волноводная оптоэлектроника / Под ред. Тамира Т. М.: Мир, 1991.*
9. *Anemogiannis E., Glytsis E.N.* Multilayer waveguides: efficient numerical analysis of general structures // *J. Lightwave Technol.* 1992. **10**, N 10. 1344–1351.
10. *Ghatak A.K., Thyagarajan K., Shenoy M.R.* Numerical analysis of planar optical waveguides using matrix approach // *J. Lightwave Technol.* 1987. **5**, N 5. 660–667.
11. *Gedeon A.* Comparison between rigorous theory and WKB analysis of modes in graded-index waveguides // *Opt. Commun.* 1974. **12**, N 3. 329–332.

Поступила в редакцию
03.04.2009
