

УДК 519.6; 517.958:5

doi 10.26089/NumMet.v21r105

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА НАНООПТИЧЕСКИХ ЗАЩИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ВИЗУАЛЬНОГО И АВТОМАТИЗИРОВАННОГО КОНТРОЛЯ

А. А. Гончарский¹, С. Р. Дурлевич²

Статья посвящена решению обратных задач синтеза нанооптических защитных элементов. Синтез нанооптического элемента включает в себя как решение обратной задачи расчета его фазовой функции, так и прецизионное формирование микрорельефа. При освещении микрорельефа в любой точке нанооптического элемента когерентным излучением в фокальной плоскости, параллельной плоскости оптического элемента, формируется изображение, используемое для автоматизированного контроля. Область оптического элемента разбивается на элементарные области. Изображение в элементарных областях формируется с помощью бинарных киноформов, фазовая функция которых рассчитывается с помощью решения нелинейного интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Глубина микрорельефа в каждой элементарной области постоянна и определяет цвет элементарной области при освещении оптического элемента белым светом. Разработанные элементы могут быть использованы для защиты документов, акцизных марок, брендов и др.

Ключевые слова: нанооптические элементы, плоская компьютерная оптика, электронно-лучевая литография, идентификация защитных меток.

1. Введение. В последние годы для защиты банкнот, паспортов, ID, акцизных марок и брендов широко используются оптические защитные элементы. Первые защитные элементы для пластиковых карт были изготовлены более 30 лет тому назад. Оригиналы первых защитных элементов были записаны с помощью оптических технологий [1]. В настоящее время более широко используются компьютерно-синтезированные голограммы [2–4]. Разработаны различные признаки для визуального контроля, такие, например, как эффект смены изображений при наклоне или повороте оптического элемента и др. [1].

В настоящей статье предложены принципиально новые защитные элементы, допускающие как визуальный, так и автоматизированный контроль. Визуальный контроль осуществляется при освещении оптического элемента белым светом. Для автоматизированного контроля используется когерентное излучение (лазерный диод). Технология синтеза нанооптических элементов включает в себя как расчет фазовой функции оптического элемента, который представляет собой типичную обратную задачу, так и прецизионное формирование микрорельефа оптического элемента. Для изготовления микрорельефа используется электронно-лучевая технология. Точность формирования микрорельефа по его высоте составляет порядка 10–15 нанометров [5]. Эта технология является наукоемкой и не широко распространенной. Оборудование для электронно-лучевой литографии стоит очень дорого. Все это вместе защищает разработанные нанооптические элементы от подделок. Нанооптические элементы допускают тиражирование, что обеспечивает их низкую цену при массовом изготовлении [1]. Проблемам синтеза нанооптических элементов посвящены публикации [6–9].

2. Постановка обратной задачи синтеза нанооптических элементов при освещении элемента когерентным светом и метод ее решения. Центральным моментом расчета микроструктуры оптического элемента является использование киноформов как оптических элементов, формирующих 2D-изображения. Оптический элемент киноформ впервые был введен Лиземом в 1969 г. как плоский фазовый оптический элемент, решающий задачу формирования 2D-изображения в скалярной волновой модели Френеля [10, 11]. Выпишем уравнение, которое связывает скалярную волновую функцию $\varphi(\xi, \eta)$ в плоскостях $z = 0$ и $z = f$ в рамках скалярной волновой модели Френеля [12]:

$$\gamma \iint_G u(\xi, \eta, 0) \exp(ik\varphi(\xi, \eta)) \exp\left\{ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f}\right\} d\xi d\eta = u(x, y, f). \quad (1)$$

¹ Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119992, Москва; ст. науч. сотр., e-mail: gonchar@srcc.msu.ru

² Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119992, Москва; вед. программист, e-mail: sdurlevich@yandex.ru

Здесь $u(x, y, f)$ — скалярная волновая функция в плоскости $z = f$, $u(\xi, \eta, 0 - 0)$ — скалярная волновая функция падающего на плоский оптический элемент излучения, $\varphi(\xi, \eta)$ — фазовая функция плоского оптического элемента, $k = 2\pi/\lambda$, G — область оптического элемента, $\gamma = 2\pi k/f$ — заданная константа. Особенностью обратной задачи формирования 2D-изображения является то, что в правой части уравнения (1) известна не волновая функция $u(x, y, f)$, а только ее модуль $F(x, y) = |u(x, y, f)|$. На рис. 1 приведены два варианта функции $F(x, y)$, которые могут быть использованы для формирования изображений в когерентном свете.

Изображения на рис. 1 являются монохроматическими бинарными изображениями. Подобные изображения будем называть CLR (Covert Laser Readable) изображениями. При нормальном падении когерентного излучения на плоский оптический элемент CLR-изображения формируются в плоскости $z = f$, параллельной плоскости оптического элемента. На рис. 2 приведена схема формирования CLR-изображений в когерентном свете. Излучение от лазерного диода 1 падает на плоский оптический элемент 2. Рассеянный микрорельефом плоского оптического элемента свет формирует в фокальной плоскости 3 изображение 4. Нулевой порядок на рис. 2 обозначен цифрой 5.

В стандартном виде схема постановки задачи расчета микрорельефа оптического элемента для формирования CLR-изображений представлена на рис. 3. Волна когерентного света падает вдоль оси Oz на плоский оптический элемент, расположенный в плоскости $z = 0$. Изображение формируется в рассеянном свете в плоскости $z = f$. Обратную задачу расчета фазовой функции $\varphi(\xi, \eta)$ нанооптического элемента, формирующего в фокальной плоскости изображение $F(x, y)$, можно записать в виде

$$A\varphi(\xi, \eta) = F(x, y), \quad \varphi, F \in L_2, \tag{2}$$

где $F(x, y)$ — заданная функция. Оператор A определен следующим соотношением:

$$A\varphi = \left| \gamma \iint_G u(\xi, \eta, 0 - 0) \exp(ik\varphi(\xi, \eta)) \exp \left\{ ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f} \right\} d\xi d\eta \right|.$$

Уравнение (2) представляет собой нелинейное операторное уравнение относительно искомой функции $\varphi(\xi, \eta)$. Задача (2) является некорректно поставленной [13, 14]. Для решения линейных и нелинейных некорректных задач разработаны эффективные численные алгоритмы [15, 16]. Методы решения некорректных задач вполне применимы и для приближенного решения нелинейного уравнения (2). Задачу поиска приближенного решения уравнения (2) можно решать как задачу минимизации функционала невязки $\Phi(\varphi) = \|A\varphi - F\|^2$. Например, можно использовать градиентный метод минимизации этого функционала [16, 17]. Градиент функционала $\Phi(\varphi)$ нетрудно вычислить [18]. Существуют и другие попытки оптимизации алгоритма Лизема [19–21]. Однако, как показывают численные исследования, все предложенные алгоритмы, так же, как и алгоритм Лизема, обладают одними и теми же характеристиками. В начале процесса минимизации (около 10 итераций) невязка быстро убывает, после чего скорость убывания функционала быстро уменьшается. Метод Лизема подкупает простотой реализации и вместе с тем является вполне эффективным. Приведем итерационный алгоритм приближенного решения задачи (2) согласно публикации [10].

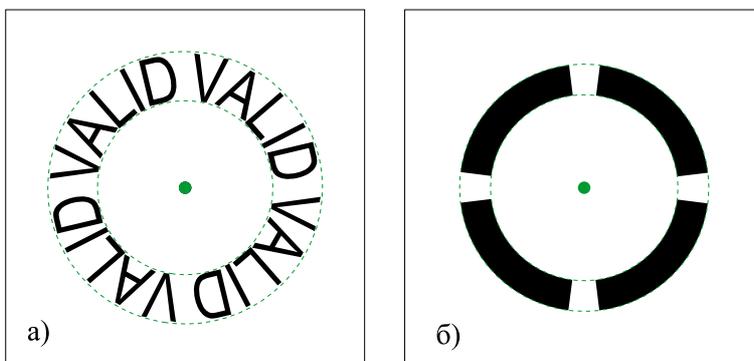


Рис. 1. Примеры функции $F(x, y)$ распределения интенсивности в фокальной плоскости (а) для экспертного контроля, (б) для автоматизированного контроля. В областях белого цвета $F(x, y) = 0$, в областях черного цвета $F(x, y) = \text{const} > 0$

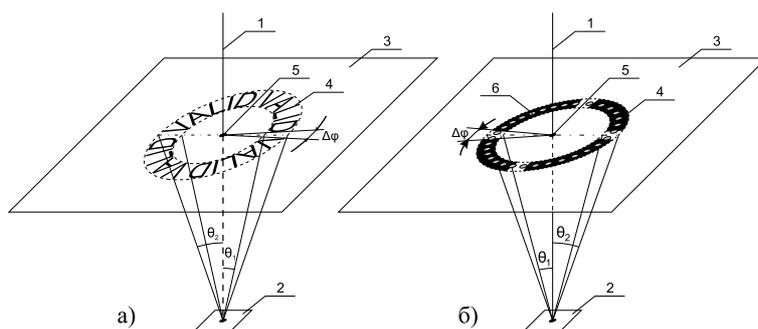


Рис. 2. Схема формирования CLR (Covert Laser Readable) изображений в когерентном свете (а) для экспертного контроля, (б) для автоматизированного контроля

Введем обозначения:

$$w(x, y) = \Phi_{f/k}\{v\}(x, y) = \frac{k}{2\pi f} \iint_G v(\xi, \eta) \cdot \exp\left(ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f}\right) d\xi d\eta.$$

Здесь $\Phi_{f/k}\{v\}(x, y)$ — преобразование Френеля от функции v . Итерационный процесс построения приближенного решения для фазовой функции, являющейся решением обратной задачи (2), строится следующим образом. Для того чтобы сделать одну итерацию в итерационном алгоритме решения задачи (2), нужно сделать 4 шага. Пусть $v^{(k)}(x, y)$ и $w^{(k)}(x, y)$ на k -й итерации заданы. Представим функцию $v^{(k)}(x, y)$ как $v^{(k)}(x, y) = A_0 \exp(ik\varphi_0^{(k)}(x, y))$. Соответственно, $w^{(k)}(x, y)$ — в виде $w^{(k)}(x, y) = A_1 \exp(ik\varphi_1^{(k)}(x, y))$. Пусть $A_0(x, y)$ — заданное распределение интенсивности падающего света в плоскости $z = 0$, $A_1(x, y)$ — распределение интенсивности в фокальной плоскости $z = f$ (A_0 и A_1 — вещественные функции). Алгоритм решения обратной задачи состоит из следующих последовательно выполняемых четырех шагов:

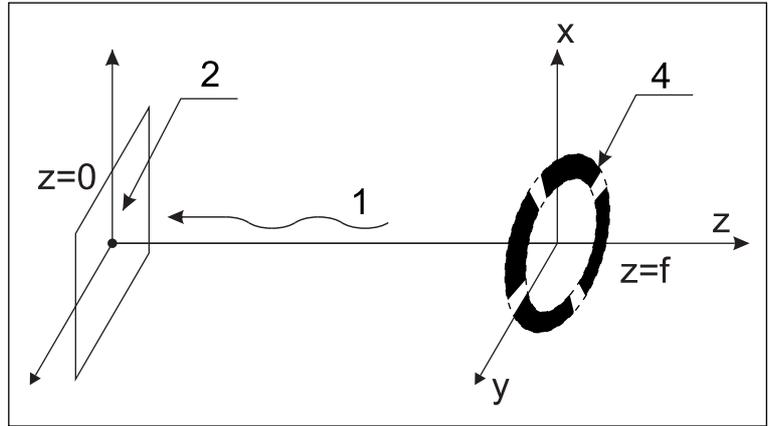


Рис. 3. Схема постановки задачи расчета микрорельефа оптического элемента

- 1) $\tilde{v}^{(k)} = \Phi_{f/k}\{v^{(k)}\}(x, y) = W_k(x, y) \exp(ik\varphi_1^{(k)}(x, y)),$
- 2) $w^{(k)}(x, y) = A_1 \exp(ik\varphi_1^{(k)}(x, y)) = F(x, y) \exp(ik\varphi_1^{(k)}(x, y)),$
- 3) $\tilde{w}^{(k)}(x, y) = \Phi_{f/k}^{-1}\{w^{(k)}\}(x, y) = V_k(x, y) \exp(ik\varphi_0^{(k+1)}(x, y)),$
- 4) $v^{(k+1)}(x, y) = A_0(x, y) \exp(ik\varphi_0^{(k+1)}(x, y)).$

Полученные значения $v^{(k+1)}$ используются на следующей итерации в качестве $v^{(k)}$ на шаге 1. В качестве начального приближения можно использовать распределение фазы, равное константе. Известно, что описанный итерационный процесс является релаксационным [12]. Последнее означает, что $\Phi_{k+1} \leq \Phi_k$. Здесь $\Phi_k = \Phi(\varphi^{(k)})$. Таким образом, описанный выше итерационный процесс позволяет находить приближенное значение $\varphi^{(k)}(x, y)$ для фазовой функции $\varphi(x, y)$, формирующей в фокальной плоскости заданное изображение $F(x, y)$. Характерной особенностью этого итерационного метода является то, что достаточно хорошее приближенное решение получается за небольшое количество итераций порядка одного или двух десятков [3, 22, 23]. Рассчитанная с помощью итерационного процесса, описанного выше, фазовая функция $\varphi(\xi, \eta)$ позволяет сформировать микрорельеф плоского дифракционного оптического элемента [12]. На рис. 4 приведены два бинарных фрагмента фазовых функций $\varphi(\xi, \eta)$, формирующих изображение, приведенное на рис. 1а. Размеры фрагментов изображений на рис. 4 составляют порядка 10×10 микрон.

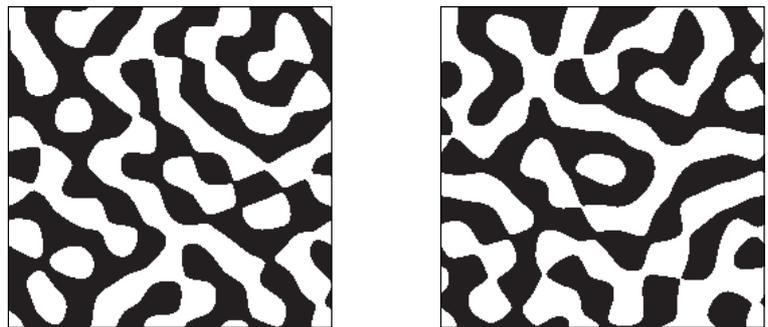


Рис. 4. Фрагменты бинарной фазовой функции оптического элемента, формирующего изображение, приведенное на рис. 1а

Разобьем область оптического элемента на элементарные области $G_i, i = 1, \dots, N$. Схема разбиения оптического элемента на элементарные области G_i приведена на рис. 5. Минимальные размеры элементарных областей G_i превышают 50 микрон. Максимальный размер области G_i может совпадать со всей областью оптического элемента G . На рис. 6 приведена схема наблюдения изображения при освещении оптического элемента белым светом.

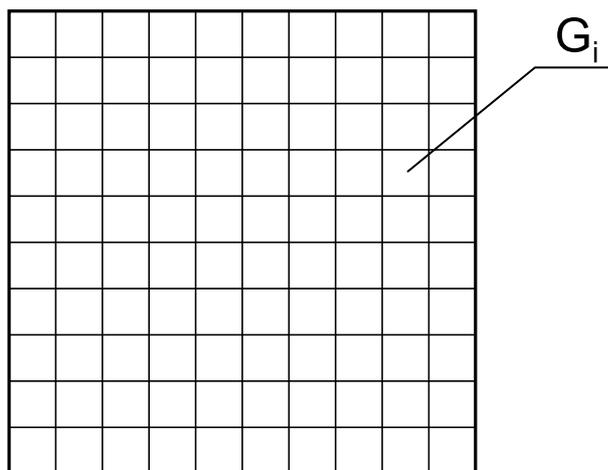


Рис. 5. Схема разбиения оптического элемента на элементарные области

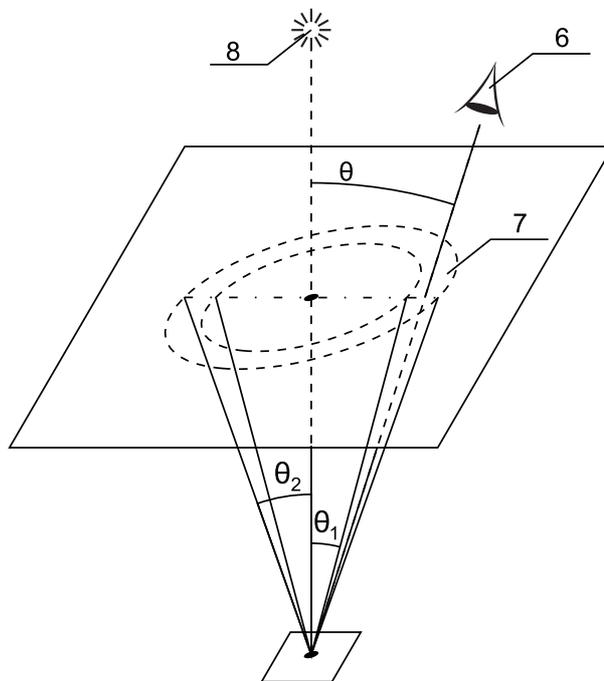


Рис. 6. Схема наблюдения цветного изображения при освещении оптического элемента белым светом

В каждой из элементарных областей G_i сформируем бинарный киноформ, рассчитанный с помощью итерационного процесса (3). Диаграмма направленности этого киноформа сосредоточена в конусе $\theta_1 < \theta < \theta_2, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Здесь угол θ отсчитывается от нормали к плоскости оптического элемента, φ — азимутальный угол в плоскости оптического элемента. Глубина микрорельефа h_i плоского оптического элемента в каждой элементарной области G_i является постоянной и лежит в пределах от 0.1 до 1 мкм. При освещении микрооптической системы белым светом наблюдатель видит цветное изображение в отраженном свете. Каждая элементарная площадка $G_i, i = 1, \dots, N$, имеет свой цвет. Цвет каждой элементарной области определяется глубиной микрорельефа $h_i, i = 1, \dots, N$.

При освещении микрооптической системы лазерным излучением киноформ формирует на отражении в плоскости, параллельной плоскости оптического элемента, симметричное монохроматическое изображение. Изображение, представленное на рис. 1, может состоять из цифр и букв, расположенных по окружности с центром в нулевом порядке дифракции так, что угловые расстояния между ними не превышают 10° .

CLR-изображение, представленное на рис. 1а, можно использовать для экспертного контроля с помощью простого прибора визуализации скрытых CLR-изображений. Конструкция такого прибора предельно проста. Свет от лазерного диода падает перпендикулярно плоскости оптического элемента в любую точку оптического элемента. Отраженное излучение на любом экране формирует CLR-изображение.

CLR-изображение на рис. 2б используется для автоматизированного контроля подлинности нанооптического элемента. Сформулируем признак для автоматизированного контроля. За признак для автоматизированного контроля примем угловые расстояния между кольцевыми сегментами изображений. Легко увидеть, что такой признак инвариантен относительно поворота оптического элемента. Вместе с тем, конструкция нанооптического элемента такова, что автоматизированный и экспертный контроль CLR-изображения можно проводить в любой точке оптического элемента. Таким образом, процедура автоматизированного контроля оказывается инвариантной как относительно сдвига, так и поворота прибора контроля. Автоматизированный контроль CLR-изображений можно осуществлять с помощью блока детекторов, состоящего из индивидуальных приемников оптического излучения 6, расположенных в фокальной плоскости в углах $\theta_1 < \theta < \theta_2$ (рис. 2б).

3. Формирование цветного изображения при освещении оптического элемента белым светом. При освещении оптического элемента белым светом наблюдатель видит цветное изображение. Цвет каждой элементарной области G_i постоянен и определяется глубиной микрорельефа h_i . На рис. 6 приведена схема наблюдения цветного изображения при освещении оптического элемента белым светом. Цветное изображение наблюдается в угловом диапазоне $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$, который составляет порядка 15° .

На рис. 7 приведен спектр дифрагированного излучения, отраженного от элементарной области глубиной $h = 0.32$ микрона при освещении ее белым светом. При такой глубине максимальное поглощение происходит на длинах волн красного цвета $\lambda = 0.64$ микрона. Для наблюдателя такая область будет выглядеть серовато-синей.

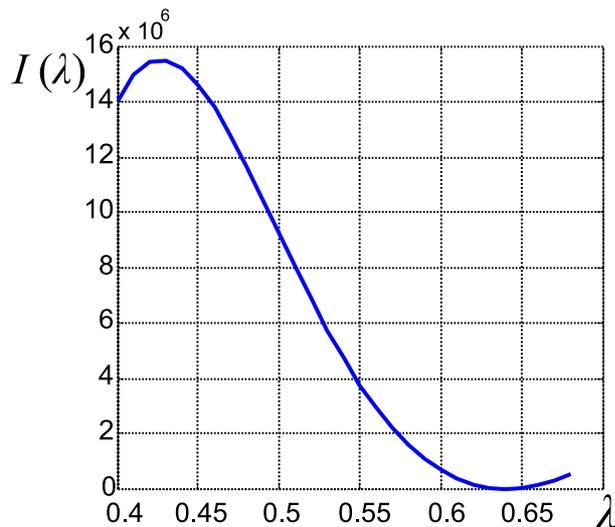


Рис. 7. Спектр излучения, дифрагированного бинарным микрорельефом глубиной $h = 0.32$ микрона, при освещении белым светом

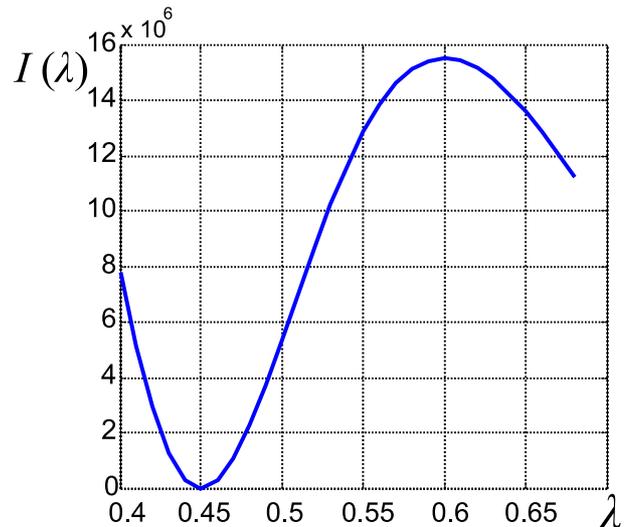


Рис. 8. Спектр излучения, дифрагированного бинарным микрорельефом глубиной $h = 0.45$ микрона, при освещении белым светом

На рис. 8 приведен спектр дифрагированного излучения, отраженного от элементарной области глубиной $h = 0.45$ микрона при освещении ее белым светом. При такой глубине максимальное поглощение происходит на длине волны синего цвета $\lambda = 0.45$ микрона. Для наблюдателя такая область будет выглядеть бежевой. Элементарные области могут иметь сложную форму, отличную от прямоугольника. В каждой элементарной области G_i глубина микрорельефа бинарного киноформа h_i постоянна и лежит в пределах от 0.1 до 1.0 мкм.

Источник белого света характеризуется спектром, определяющим зависимость интенсивности излучения от длины волны λ . При падении белого света на бинарный микрорельеф с глубиной h_i происходит изменение спектра падающего излучения. Пока глубина микрорельефа h_i много меньше длины волны λ , спектр падающего и дифрагированного излучения мало отличаются друг от друга. По мере увеличения глубины микрорельефа последовательно возникают условия гашения света с той или иной длиной волны. Сначала из белого света вычитается синий цвет ($\lambda \approx 400$ нм), и мы наблюдаем дополнительный цвет — бежевый. Далее, по мере увеличения глубины микрорельефа и, соответственно, увеличения длины волны “погасившихся” лучей из непрерывного солнечного спектра вычитается зеленый цвет, и мы наблюдаем фиолетовый и т.д. Спектр рассеянного излучения на рис. 7 и 8 получен с помощью решения прямой задачи (1) для различных значений длины волны λ .

Диаграмма направленности рассеянного монохроматического излучения сосредоточена в конусе $\theta_1 < \theta < \theta_2$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. При освещении киноформа белым светом каждая элементарная область G_i отражает в сторону наблюдателя свет с широким спектром. Это свойство принципиально отличает используемые в изобретении киноформы от дифракционных решеток. При освещении дифракционной решетки белым светом можно наблюдать только монохроматические (спектральные) цвета. В отличие от дифракционных решеток при освещении белым цветом элементарных областей G_i , заполненных киноформом, отраженное излучение тоже имеет широкий спектр. Цвет каждой элементарной области G_i , видимый наблюдателю, определяется глубиной микрорельефа h_i .

На рис. 9а приведен фрагмент дизайна (“вазы”), в котором формируются палевые цвета при освещении оптического элемента белым светом. Изображение состоит из семи различных цветов, схематично

обозначенных латинскими буквами a, b, c, d, e, f, g.

На рис. 9б приведено фото, полученное при освещении изготовленного нанооптического элемента источником белого света. Схема наблюдения приведена на рис. 6. Источник света перпендикулярен плоскости оптического элемента. Углы наблюдения расположены в области $\theta_1 < \theta < \theta_2$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Углы θ_1 и θ_2 составляют соответственно 10 и 25 градусов.

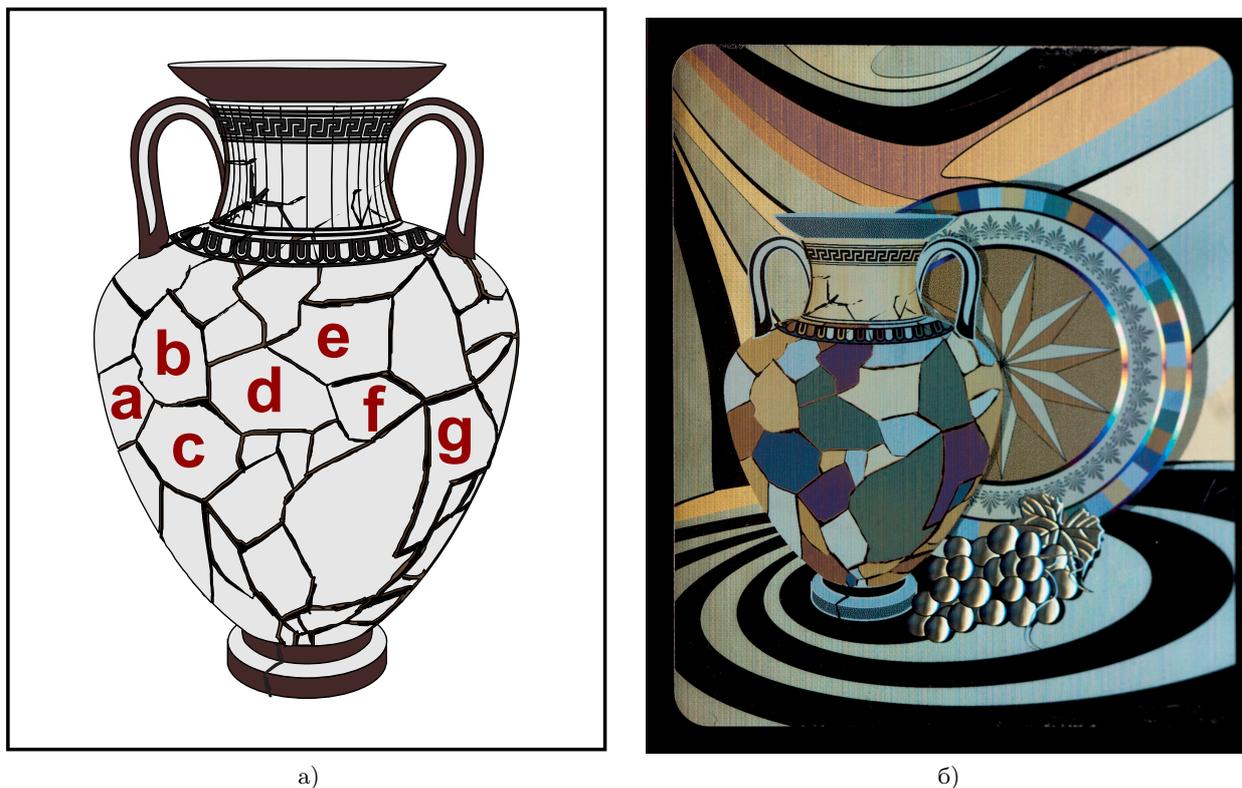


Рис. 9. Фрагмент дизайна (а) и фото нанооптического элемента (б)

Особенностью формируемых цветных изображений является то, что цвета изображения, наблюдаемые в углах дифракции $\theta_1 < \theta < \theta_2$, не являются спектральными. При повороте оптического элемента на любой азимутальный угол φ цвет элементарных областей не меняется. Это свойство нанооптического элемента обеспечивается его конструкцией и формой диаграммы направленности киноформов.

Для демонстрации эффективности предложенной технологии синтеза нанооптических элементов был изготовлен нанооптический элемент размером 32×40 мм. Для изготовления элемента использовалась электронно-лучевая технология с разрешением 0.1 микрона и точностью формирования микрорельефа 10–15 нанометров по глубине. Изготовленный нанооптический элемент продемонстрировал как возможность визуального контроля цветного изображения в белом свете, так и возможность экспертного и автоматизированного контроля оптического элемента в когерентном свете. Нанооптический элемент может быть тиражирован и использоваться для защиты от подделки документов, акцизных марок и брендов.

4. Заключение.

1. В настоящей статье разработаны новые методы синтеза нанооптических элементов для формирования 2D-изображений. При освещении нанооптического элемента источником белого света наблюдатель видит цветное изображение. При освещении нанооптического элемента источником когерентного света в фокальной плоскости, параллельной плоскости оптического элемента, формируется другое изображение, которое может быть использовано для экспертного или автоматизированного контроля подлинности.

2. Для изготовления нанооптических элементов используется электронно-лучевая технология с точностью формирования микрорельефа по высоте порядка 10–15 нм. Разработанные нанооптические элементы могут быть тиражированы и использованы как элементы защиты документов, акцизных марок, брендов.

Работа выполнена в рамках темы научных исследований № 117021310319-1 Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Van Renesse R.L.* Optical document security. Boston: Artech House, 2005.
2. *Firsov An., Firsov A., Loechel B., et al.* Fabrication of digital rainbow holograms and 3-D imaging using SEM based e-beam lithography // *Opt. Express*. 2014. **22**, N 23. 28756–28770.
3. *Гончарский А.А.* Об одной задаче синтеза нанооптических элементов // *Вычислительные методы и программирование*. 2008. **9**. 405–408.
4. *Дурлевич С.Р.* Об одной задаче компьютерного синтеза дифракционных оптических элементов для формирования 3D-изображений // *Вычислительные методы и программирование*. 2017. **18**. 11–19.
5. *Rai-Choudhury P.* Handbook of microlithography, micromachining, and microfabrication. Vol. 1: Microlithography. Bellingham: SPIE Optical Engineering Press, 1997.
6. *Goncharsky A., Goncharsky A., Durlevich S.* High-resolution full-parallax computer-generated holographic stereogram created by e-beam technology // *Optical Engineering*. 2017. **56**, N 6. 063105-1–063105-6.
7. *Goncharsky A., Durlevich S.* Cylindrical computer-generated hologram for displaying 3D images // *Optics Express*. 2018. **26**, N 17. 22160–22167.
8. *Goncharsky A., Goncharsky A., Durlevich S.* Diffractive optical element with asymmetric microrelief for creating visual security features // *Opt. Express*. 2015. **23**, N 22. 29184–29192.
9. *Goncharsky A., Goncharsky A., Durlevich S.* Diffractive optical element for creating visual 3D images // *Opt. Express*. 2016. **24**, N 9. 9140–9148.
10. *Lesem L.B., Hirsch P.M., Jordan J.A.* The kinoform: a new wavefront reconstruction device // *IBM J. Res. Dev.* 1969. **13**, N 2. 150–155.
11. *Hirsch P.M., Jordan J.A., Lesem L.B.* Method of making an object dependent diffuser. 1971. U.S. Patent 3,619,022.
12. *Гончарский А.В., Гончарский А.А.* Компьютерная оптика. Компьютерная голография. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004.
13. *Тихонов А.Н.* Об устойчивости обратных задач // *Докл. АН СССР*. 1943. **39**, № 5. 195–198.
14. *Neubauer A.* Tikhonov-regularization of ill-posed linear operator equations on closed convex sets // *Journal of Approximation Theory*. 1988. **53**, N 3. 304–320.
15. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.
16. *Bakushinsky A., Goncharsky A.* Ill-posed problems: theory and applications. Dordrecht: Kluwer, 1994.
17. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
18. *Гончарский А.В., Попов В.В., Степанов В.В.* Введение в компьютерную оптику. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1991.
19. *Fienup J.R.* Phase retrieval algorithms: a comparison // *Appl. Opt.* 1982. **21**, N 15. 2758–2769.
20. *Fienup J.R.* Iterative method applied to image reconstruction and to computer-generated holograms // *Optical Engineering*. 1980. **19**, N 3. 297–305.
21. *Gallagher N.C., Liu B.* Method for computing kinoforms that reduces image reconstruction error // *Appl. Opt.* 1973. **12**, N 10. 2328–2335.
22. *Гончарский А.А., Дурлевич С.Р.* Нанооптические элементы для формирования 2D изображений // *Вычислительные методы и программирование*. 2010. **11**. 246–249.
23. *Гончарский А.А., Дурлевич С.Р.* Об одной задаче синтеза нанооптических элементов для формирования динамических изображений // *Вычислительные методы и программирование*. 2013. **14**. 343–347.

Поступила в редакцию
26.12.2019

An Inverse Problem of Synthesis of Nanooptical Security Elements for Visual and Automated Authenticity Verification

A. A. Goncharsky¹ and S. R. Durlevich²

¹ *Research Computing Center, Lomonosov Moscow State University; Leninskie Gory, Moscow, 119992, Russia; Ph.D., Senior Scientist, e-mail: gonchar@srcc.msu.ru*

² *Research Computing Center, Lomonosov Moscow State University; Leninskie Gory, Moscow, 119992, Russia; Leading Programmer, e-mail: sdurlevich@yandex.ru*

Received December 26, 2019

Abstract: This paper is concerned with solving inverse problems of the synthesis of nanooptical security elements. The synthesis of a nanooptical element involves calculating its phase function via solving an inverse

problem and fabricating the microrelief with high precision. The microrelief of the nanooptical element illuminated at any point with coherent radiation produces an image in the focal plane parallel to the plane of the optical element. This image is used for the automated authenticity verification. The area of the optical element is divided into elementary regions. In each elementary region, the image is formed using binary kinoforms whose phase function is calculated via solving a nonlinear Fredholm integral equation of the first kind. The depth of the microrelief is constant in each elementary region and determines the color of that region when the optical element is illuminated with white light. The developed elements can be used to protect documents, excise stamps, and brands.

Keywords: nanooptical elements, flat computer optics, electron-beam lithography, security label verification.

References

1. R. L. van Renesse, *Optical Document Security* (Artech House, Boston, 2005).
2. An. Firsov, A. Firsov, B. Loechel, et al., "Fabrication of Digital Rainbow Holograms and 3-D Imaging Using SEM Based E-beam Lithography," *Opt. Express*. **22** (23), 28756–28770 (2014).
3. A. A. Goncharsky, "On the Problem of Synthesis of Nano-Optical Elements," *Vychisl. Metody Programm.* **9**, 405–408 (2008).
4. S. R. Durlevich, "Computer Synthesis of Diffractive Optical Elements for Forming 3D Images," *Vychisl. Metody Programm.* **18**, 11–19 (2017).
5. P. Rai-Choudhury (Ed.), *Handbook of Microlithography, Micromachining, and Microfabrication*, Vol. 1: *Microlithography* (SPIE Opt. Eng. Press, Bellingham, 1997).
6. A. Goncharsky, A. Goncharsky, and S. Durlevich, "High-Resolution Full-Parallax Computer-Generated Holographic Stereogram Created by E-beam Technology," *Opt. Eng.* **56** (6), 063105-1–063105-6 (2017).
7. A. Goncharsky and S. Durlevich, "Cylindrical Computer-Generated Hologram for Displaying 3D Images," *Opt. Express* **26** (17), 22160–22167 (2018).
8. A. Goncharsky, A. Goncharsky, and S. Durlevich, "Diffractive Optical Element with Asymmetric Microrelief for Creating Visual Security Features," *Opt. Express* **23** (22), 29184–29192 (2015).
9. A. Goncharsky, A. Goncharsky, and S. Durlevich, "Diffractive Optical Element for Creating Visual 3D Images," *Opt. Express* **24** (9), 9140–9148 (2016).
10. L. B. Lesem, P. M. Hirsch, and J. A. Jordan, "The Kinoform: A New Wavefront Reconstruction Device," *IBM J. Res. Dev.* **13** (2), 150–155 (1969).
11. P. M. Hirsch, J. A. Jordan, and L. B. Lesem, *Method of Making an Object Dependent Diffuser* US. Patent No. 3,619,022 (3 November 1971).
12. A. V. Goncharsky and A. A. Goncharsky, *Computer Optics and Computer Holography* (Mosk. Gos. Univ., Moscow, 2004) [in Russian].
13. A. N. Tikhonov, "On the Stability of Inverse Problems," *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **39** (5), 195–198 (1943).
14. A. Neubauer, "Tikhonov-Regularization of Ill-Posed Linear Operator Equations on Closed Convex Sets," *J. Approx. Theory* **53** (3), 304–320 (1988).
15. A. N. Tikhonov, A. V. Goncharsky, V. V. Stepanov, and A. G. Yagola, *Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems* (Kluwer, Dordrecht, 1995).
16. A. Bakushinsky and A. Goncharsky, *Ill-Posed Problems: Theory and Applications* (Kluwer, Dordrecht, 1994).
17. B. T. Polyak, *Introduction to Optimization* (Nauka, Moscow, 1983; Optimization Software, New York, 1987).
18. A. V. Goncharsky, V. V. Popov, and V. V. Stepanov, *Introduction to Computer Optics* (Mosk. Gos. Univ., Moscow, 1991) [in Russian].
19. J. R. Fienup, "Phase Retrieval Algorithms: A Comparison," *Appl. Opt.* **21** (15), 2758–2769 (1982).
20. J. R. Fienup, "Iterative Method Applied to Image Reconstruction and to Computer-Generated Holograms," *Opt. Eng.* **19** (3), 297–305 (1980).
21. N. C. Gallagher and B. Liu, "Method for Computing Kinoforms that Reduces Image Reconstruction Error," *Appl. Opt.* **12** (10), 2328–2335 (1973).
22. A. A. Goncharsky and S. R. Durlevich, "Nano-Optical Elements for the Forming of 2D Images," *Vychisl. Metody Programm.* **11**, 246–249 (2010).
23. A. A. Goncharsky and S. R. Durlevich, "A Problem of Synthesis of Nano-Optical Elements for the Formation of Dynamic Images," *Vychisl. Metody Programm.* **14**, 343–347 (2013).