

УДК 51–74, 532.542.4

doi 10.26089/NumMet.v20r436

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ИЕРАРХИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

А. С. Суровежко¹, С. И. Мартыненко^{2,3}

Рассмотрена задача о топливном коллекторе, которую можно отнести к обратным задачам гидродинамики: необходимо определить геометрию распределительного канала коллектора, обеспечивающего равномерную раздачу топлива. Однако профилирование канала коллектора на основе 3D стационарных уравнений Навье–Стокса для турбулентного течения несжимаемой вязкой среды в шероховатых каналах требует непрактичных вычислительных усилий. Использована иерархия математических моделей: 1D-уравнения Навье–Стокса для профилирования и 3D-уравнения Навье–Стокса для калибровки 1D-модели. Показано, что используемая иерархия моделей позволяет существенно снизить объем вычислительной работы, необходимой для расчета оптимальной конструкции коллектора. Предложенный подход представляет интерес для оптимизации технических устройств различного назначения.

Ключевые слова: вычислительная гидродинамика, математическое моделирование, турбулентные внутренние течения, коллектор.

1. Введение. В настоящее время методы математического моделирования широко используют при проектировании технических устройств, подборе эксплуатационных режимов и оптимизации рабочих процессов. На практике часто встречается ситуация, когда в распоряжении инженера имеется программное обеспечение, реализующее достаточно полные математические модели некоторых физико-химических процессов в технических устройствах. Как правило, подобные модели очень сложны и трудоемки в использовании, что вызывает необходимость разработки упрощенных моделей и соответственно более простых расчетных методов.

К необходимости применения упрощенных математических моделей приводит существование множества научно-технических задач, связанных с оптимизацией условий протекания рабочих процессов в технических устройствах. Например, сравнительно легко на основе трехмерного моделирования при заданной геометрии планера и режимных параметрах можно определить аэродинамическое качество летательного аппарата. Гораздо сложнее решить обратную задачу: определить геометрию планера и режимные параметры, обеспечивающие заданное аэродинамическое качество. В инженерной практике чаще всего обратную задачу сводят к совокупности прямых, т.е. варьируют зависимые параметры прямых задач до тех пор, пока не будет достигнут нужный результат. Как правило, подобный перебор возможных вариантов требует колоссальных вычислительных усилий. Кроме того, заранее неизвестна возможность физической реализуемости искомого решения.

Обратные краевые задачи аэрогидродинамики составляют часть общей теории обратных краевых задач. Часто необходимо определять форму крылового профиля (изолированного, многокомпонентного или являющегося элементом решетки) по заданному на его поверхности распределению давления (или скорости), обеспечивающему требуемые аэродинамические характеристики. На практическую важность решения таких задач исследователи обратили внимание еще в конце 20-х–начале 30-х годов прошлого столетия [1].

Безусловно, предпринимаются попытки разработать эффективные алгоритмы решения обратных задач и задач, связанных с оптимизацией условий протекания рабочих процессов в технических устройствах, но успехи достигнуты только для самых простейших случаев [2, 3].

Естественным подходом к снижению трудоемкости решения обратных и оптимизационных задач в технических приложениях является использование упрощенных математических моделей физико-химических процессов. Например, модели течения идеальной жидкости являются хорошим приближением в

¹ Центральный институт авиационного моторостроения им. П. И. Баранова, ул. Авиамоторная, 2, 111116, Москва; аспирант, e-mail: assurovezhko@ciam.ru

² Центральный институт авиационного моторостроения им. П. И. Баранова, ул. Авиамоторная, 2, 111116, Москва; науч. сотр., e-mail: Martynenko@ciam.ru

³ Институт проблем химической физики РАН, просп. Семенова, д. 1, 142432, Московская область, г. Черноголовка; ст. науч. сотр., e-mail: Martynenko@icp.ac.ru

задачах внешней аэродинамики [4]. Один из наиболее полных алгоритмов расчета параметров гидравлической сети на основе однофазной идеальной жидкости представлен в [5]. Данный метод состоит в построении конечно-разностной модели, удовлетворяющей условиям консервативности, т.е. выполнения сеточных аналогов основных законов сохранения, справедливых для физической (дифференциальной) модели. Разработанный метод решения представляет собой обобщение метода прогонки на задачи расчета контура теплосъема с произвольным количеством разветвлений и стыков труб при течении идеальной среды [6, 7]. Однако влиянием вязкости нельзя пренебрегать при моделировании внутренних течений, и данный случай требует специального рассмотрения.

Таким образом, разработка новых технических устройств требует иерархии математических моделей, т.е. анализа результатов, полученных при помощи взаимосвязанных моделей различной пространственной размерности. В настоящей статье описан опыт совместного применения одномерных и трехмерных математических моделей для решения гидродинамической задачи о топливном коллекторе со стационарным турбулентным течением несжимаемой среды. Ранее подобный подход авторы применяли для оптимизации систем охлаждения прямоточных двигателей [8]. Целью данной статьи является формирование методологии оптимизации технических устройств на основе комбинированного математического моделирования.

2. Постановка задачи о топливном коллекторе. Топливный коллектор камеры сгорания газотурбинных двигателей содержит кольцевую трубу для подачи топлива к форсункам, установленным внутри корпуса камеры сгорания. Основное назначение коллектора состоит в равномерной подаче топлива к форсункам [9, 10]. Наша работа посвящена не расчету конкретного коллектора, а разработке методологии комбинированного моделирования, поэтому в дальнейших рассуждениях ограничимся идеализированной схемой данного технического устройства. Рассмотрим двухмерный случай (рис. 1).

Топливный коллектор состоит из распределительного канала, ограниченного входным участком ($x = 0$), выходным участком ($x = X$) и двумя горизонтальными образующими $z = 0$ и $z = z_w(x)$. К распределительному каналу присоединены N отводящих каналов для подачи топлива к форсункам. Далее отсчет отводящих каналов будем вести от входного участка $x = 0$. *Задача о профилировании коллектора состоит в определении поперечного сечения (т.е. функции $z_w(x)$), которое обеспечивает одинаковое распределение топлива по N отводящим каналам.* Однако прежде чем приступить к ее решению, необходимо сделать ряд замечаний физико-технического характера.

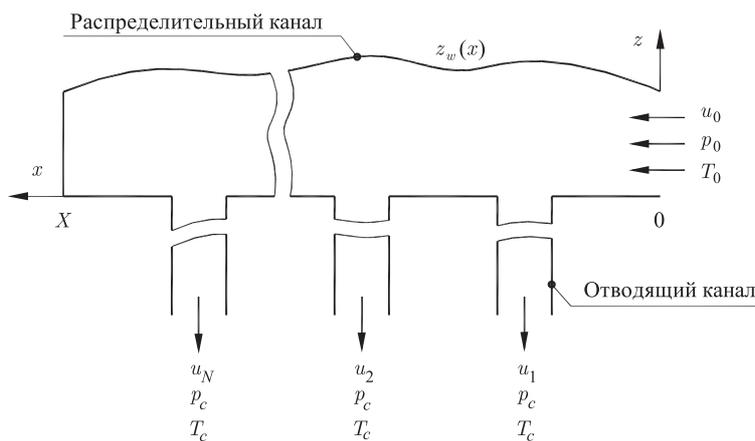


Рис. 1. Схема коллектора

1) Топливо поступает во входной участок ($x = 0$) распределительного канала при температуре T_0 и давлении p_0 , а выходит из отводящих каналов при температуре T_c и давлении p_c . Линейная скорость топлива на входе в распределительный канал (u_0) определяется геометрией каналов, перепадом давления $p_0 - p_c$ и зависимостью плотности топлива от температуры и давления $\rho(p, T)$. Таким образом, граничными условиями при данной геометрии коллектора являются температуры T_0 и T_c , давления p_0 и p_c и тип топлива (что определяет уравнение состояния). На омываемых стенках сформулированы стандартные условия прилипания и непротекания для компонент скорости u , v и w . В дальнейшем будет рассмотрено изотермическое течение ($T = \text{const}$), поэтому линейная скорость топлива на входе в коллектор однозначно определяется перепадом давления $p_0 - p_c$.

2) Все форсунки (или выходные участки отводящих каналов) находятся в одинаковых условиях (т.е. при одинаковой температуре T_c и давлении p_c), геометрия всех отводящих каналов тоже одинакова, поэтому одинаковое распределение топлива возможно лишь при одинаковом перепаде давления между входным и выходным участками отводящих каналов. Тогда задачу о профилировании коллектора можно сформулировать в эквивалентном виде: *необходимо определить функцию $z_w(x)$ так, чтобы обеспечить постоянство давления в распределительном канале ($p = p_0 = \text{const}$).*

3) Обеспечить одинаковое распределение топлива по отводящим каналам посредством профилирования распределительного канала возможно только для стационарного течения, в нестационарном случае необходима специальная система управления топливоподачей.

Далее будут представлены результаты моделирования стационарного, изотермического, турбулентного течения в рамках RANS-приближения (Reynolds-Averaged Navier–Stokes) в трехмерном коллекторе с шероховатыми стенками.

3. Одномерная модель течения в коллекторе. Уравнения Навье–Стокса являются основными уравнениями механики жидкости и газа [11, 12]. Запишем уравнения Навье–Стокса в приближении длинного канала, т.е. в предположении, что вдоль коллектора преобладает конвективный перенос и давление изменяется только вдоль распределительного канала $p = p(t, x)$:

а) уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0, \tag{1}$$

б) уравнение движения по X

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w u)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right), \tag{2}$$

в) уравнение энергии

$$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v i)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w i)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right). \tag{3}$$

Ранее установленный факт, что давление в распределительном канале должно быть постоянным, будет учтен позже.

Перепишем уравнения (1)–(3) в векторном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = \mathbf{0}, \tag{4}$$

где $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho i \end{pmatrix}$, $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u i \end{pmatrix}$, $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial y} \\ \rho v i - \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix}$, $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w u - \mu \frac{\partial u}{\partial z} \\ \rho w i - \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix}$.

Положим, что распределительный канал имеет прямоугольное поперечное сечение $[0, Y] \times [0, z_w(x)]$, где x , y и z — координаты правой системы. Тогда площадь поперечного сечения распределительного канала составит

$$S(x) = Y z_w(x).$$

Заметим, что полученные результаты легко обобщить на случай канала с круглым поперечным сечением, т.е. $S(x) = \pi r^2(x)$.

Для удобства осреднения уравнений (4) отобразим проточную часть распределительного канала $[0, X] \times [0, Y] \times [0, z_w(x)]$ (физическая область) в параллелепипед $[0, X] \times [0, Y] \times [0, 1]$ (вычислительная область). Пусть $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ — система координат в вычислительной области, а (x, y, z) — декартова система координат в физической области. Напомним выражения для замены переменных в дифференциальных выражениях:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \bar{x}'_x \frac{\partial}{\partial \bar{x}} + \bar{y}'_x \frac{\partial}{\partial \bar{y}} + \bar{z}'_x \frac{\partial}{\partial \bar{z}}, \tag{5a}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \bar{x}'_y \frac{\partial}{\partial \bar{x}} + \bar{y}'_y \frac{\partial}{\partial \bar{y}} + \bar{z}'_y \frac{\partial}{\partial \bar{z}}, \tag{5b}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \bar{x}'_z \frac{\partial}{\partial \bar{x}} + \bar{y}'_z \frac{\partial}{\partial \bar{y}} + \bar{z}'_z \frac{\partial}{\partial \bar{z}}. \tag{5c}$$

Якобиан данного преобразования равен

$$J = \begin{vmatrix} \bar{x}'_x & \bar{x}'_y & \bar{x}'_z \\ \bar{y}'_x & \bar{y}'_y & \bar{y}'_z \\ \bar{z}'_x & \bar{z}'_y & \bar{z}'_z \end{vmatrix}. \tag{6}$$

Уравнение (4) с учетом (5) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \bar{x}'_x \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{x}} + \bar{y}'_x \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{y}} + \bar{z}'_x \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{z}} + \bar{x}'_y \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \bar{x}} + \bar{y}'_y \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \bar{y}} + \bar{z}'_y \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \bar{z}} + \bar{x}'_z \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \bar{x}} + \bar{y}'_z \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \bar{y}} + \bar{z}'_z \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \bar{z}} = \mathbf{0}.$$

Разделим все члены этого уравнения на J и преобразуем его к консервативному виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{U}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{x}'_x \frac{\mathbf{E}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{y}'_x \frac{\mathbf{E}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{z}'_x \frac{\mathbf{E}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{x}'_y \frac{\mathbf{F}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{y}'_y \frac{\mathbf{F}}{J} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{z}'_y \frac{\mathbf{F}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{x}'_z \frac{\mathbf{G}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{y}'_z \frac{\mathbf{G}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{z}'_z \frac{\mathbf{G}}{J} \right) = \mathbf{0}, \end{aligned}$$

поскольку

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\frac{\bar{x}'_x}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{y}'_x}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\bar{z}'_x}{J} \right) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\frac{\bar{x}'_y}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{y}'_y}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\bar{z}'_y}{J} \right) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\frac{\bar{x}'_z}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\bar{y}'_z}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\bar{z}'_z}{J} \right) &= 0. \end{aligned}$$

В силу (5b) и (5c) компоненты векторов \mathbf{F} и \mathbf{G} в системе координат $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ принимают вид

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u - \bar{x}'_y \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} - \bar{y}'_y \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} - \bar{z}'_y \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \\ \rho v i - \bar{x}'_y \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} - \bar{y}'_y \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} - \bar{z}'_y \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w u - \bar{x}'_z \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} - \bar{y}'_z \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} - \bar{z}'_z \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \\ \rho w i - \bar{x}'_z \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} - \bar{y}'_z \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} - \bar{z}'_z \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Запись уравнений Навье–Стокса в различных неортогональных системах координат подробно рассмотрена в [11, 12], поэтому основное внимание уделено наиболее характерным чертам рассматриваемой задачи о коллекторе. Координаты $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ и декартовы координаты (x, y, z) связаны соотношениями

$$\bar{x} = x, \quad (8a)$$

$$\bar{y} = y, \quad (8b)$$

$$\bar{z} = \frac{z}{z_w(x)}. \quad (8c)$$

Уравнение (8c) показывает, что поверхность $z_w(x)$ в физической плоскости отображается в плоскость $\bar{z} = 1$ в вычислительной области.

С учетом (8) Якобиан (6) данного преобразования равен

$$J = \begin{vmatrix} \bar{x}'_x & \bar{x}'_y & \bar{x}'_z \\ \bar{y}'_x & \bar{y}'_y & \bar{y}'_z \\ \bar{z}'_x & \bar{z}'_y & \bar{z}'_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -z \frac{z'_w(x)}{z_w^2(x)} & 0 & \frac{1}{z_w(x)} \end{vmatrix} = \frac{1}{z_w(\bar{x})}. \quad (9)$$

Тогда уравнение (4) с учетом (9) в вычислительной области можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(z_w(\bar{x}) \mathbf{U} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(z_w(\bar{x}) \mathbf{E} \right) - \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{z} z'_w(\bar{x}) \mathbf{E} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(z_w(\bar{x}) \mathbf{F} \right) + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \bar{z}} = \mathbf{0}, \quad (10)$$

где векторы (7) выглядят следующим образом:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \\ \rho v i - \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{y}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w u - \frac{1}{z_w(\bar{x})} \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \\ \rho w i - \frac{1}{z_w(\bar{x})} \lambda \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \end{pmatrix}.$$

Уравнения одномерной модели могут быть получены посредством осреднения трехмерных уравнений (10) по поперечному сечению $S(\bar{x}) = Yz_w(\bar{x})$ распределительного канала в вычислительной области:

$$z_w(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^Y \int_0^1 \mathbf{U} d\bar{z} d\bar{y} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(z_w(\bar{x}) \int_0^Y \int_0^1 \mathbf{E} d\bar{z} d\bar{y} \right) - z'_w(\bar{x}) \int_0^Y \mathbf{E} \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} +$$

$$+ z_w(\bar{x}) \int_0^1 \mathbf{F} \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z} + \int_0^Y \mathbf{G} \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y} = 0. \tag{11}$$

Теперь с учетом граничных условий прилипания и непротекания на омываемых поверхностях коллектора можно получить все уравнения одномерной модели.

1. Закон сохранения массы (одномерное уравнение неразрывности). Полагая в (11) $\mathbf{U} = \rho$, $\mathbf{E} = \rho u$, $\mathbf{F} = \rho v$ и $\mathbf{G} = \rho w$ (первые компоненты соответствующих векторов), получим

$$z_w(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^Y \int_0^1 \rho d\bar{z} d\bar{y} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(z_w(\bar{x}) \int_0^Y \int_0^1 \rho u d\bar{z} d\bar{y} \right) - z'_w(\bar{x}) \int_0^Y (\rho u) \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} +$$

$$+ z_w(\bar{x}) \int_0^1 (\rho v) \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z} + \int_0^Y (\rho w) \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y} = 0. \tag{12}$$

Воспользуемся теоремой о среднем, тогда

$$z_w(\bar{x}) \int_0^Y \int_0^1 \rho d\bar{z} d\bar{y} = Y z_w(\bar{x}) \langle \rho \rangle = S(\bar{x}) \langle \rho \rangle,$$

где $\langle \rho \rangle$ — среднее значение плотности ρ в сечении $\bar{x} = \text{const}$: $\langle \rho \rangle = \frac{1}{Y} \int_0^Y \int_0^1 \rho(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) d\bar{z} d\bar{y}$.

Тогда члены уравнения (12) с учетом граничных условий прилипания и непротекания на омываемых стенках коллектора можно преобразовать следующим образом:

$$z_w(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^Y \int_0^1 \rho d\bar{z} d\bar{y} = \frac{\partial}{\partial t} (Y z_w(\bar{x}) \langle \rho \rangle) = S(\bar{x}) \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(z_w(\bar{x}) \int_0^Y \int_0^1 \rho u d\bar{z} d\bar{y} \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (Y z_w(\bar{x}) \langle \rho u \rangle) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle \rho u \rangle),$$

$$z'_w(\bar{x}) \int_0^Y (\rho u) \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} = 0,$$

$$z_w(\bar{x}) \int_0^1 (\rho v) \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z} = 0,$$

$$\int_0^Y (\rho w) \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y} = \int_0^Y (\rho w) \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} - \int_0^Y (\rho w) \Big|_{\bar{z}=0} d\bar{y} = - \int_0^Y (\rho w) \Big|_{\bar{z}=0} d\bar{y}.$$

Одномерное уравнение неразрывности принимает окончательный вид

$$S(\bar{x}) \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle \rho u \rangle) = - \int_0^Y (\rho |w|) \Big|_{\bar{z}=0} d\bar{y}, \tag{13}$$

где правая часть уравнения выражает массовый расход топлива через отводящий канал.

2. Закон сохранения импульса (одномерное уравнение движения):

$$z_w(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^Y \int_0^1 \rho u d\bar{z} d\bar{y} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(z_w(\bar{x}) \int_0^Y \int_0^1 (\rho u^2 + p) d\bar{z} d\bar{y} \right) - z'_w(\bar{x}) \int_0^Y (\rho u^2 + p) \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} + \\ + z_w(\bar{x}) \int_0^1 \left(\rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z} + \int_0^Y \left(\rho w u - \frac{1}{z_w(\bar{x})} \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y} = 0.$$

Поскольку

$$z_w(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^Y \int_0^1 \rho u d\bar{z} d\bar{y} = S(\bar{x}) \frac{\partial \langle \rho u \rangle}{\partial t}, \\ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(z_w(\bar{x}) \int_0^Y \int_0^1 (\rho u^2 + p) d\bar{z} d\bar{y} \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle \rho u^2 + p \rangle) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle \rho u^2 \rangle) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) p), \\ z'_w(\bar{x}) \int_0^Y (\rho u^2 + p) \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} = z'_w(\bar{x}) \int_0^Y p \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y}, \\ z_w(\bar{x}) \int_0^1 \left(\rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z} = -z_w(\bar{x}) \int_0^1 \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z}, \\ \int_0^Y \left(\rho w u - \frac{1}{z_w(\bar{x})} \mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y} = -\frac{1}{z_w(\bar{x})} \int_0^Y \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y},$$

то уравнение движения принимает вид

$$S(\bar{x}) \frac{\partial \langle \rho u \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle \rho u^2 \rangle) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) p) - z'_w(\bar{x}) \int_0^Y p \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} - \\ - z_w(\bar{x}) \int_0^1 \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z} - \frac{1}{z_w(\bar{x})} \int_0^Y \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y} = 0. \quad (14)$$

Напомним, что компоненты скорости на омываемых поверхностях коллектора равны нулю в силу граничных условий прилипания и непротекания.

Одномерное уравнение энергии можно получить аналогичным образом (11). Теперь учтем в полученных уравнениях (13) и (14) специфику поставленной задачи:

- а) течение является стационарным и изотермическим ($\rho = \text{const}$);
- б) давление является постоянным ($p = \text{const}$).

Тогда уравнение неразрывности (13) и движения (14) заметно упрощаются:

$$\rho \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle u \rangle) = - \int_0^Y (\rho |w|) \Big|_{\bar{z}=0} d\bar{y}, \quad (15)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle u^2 \rangle) + \rho \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle u^2 \rangle \phi) = 0. \quad (16)$$

Поскольку $p = \text{const}$ и площадь поперечного сечения распределительного канала $S(\bar{x}) = Y z_w(\bar{x})$, то

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) p) - z'_w(\bar{x}) \int_0^Y p \Big|_{\bar{z}=1} d\bar{y} = p \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x})) - p z'_w(\bar{x}) Y = 0.$$

Выражение

$$\rho \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (S(\bar{x}) \langle u^2 \rangle \phi) = -z_w(\bar{x}) \int_0^1 \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \right) \Big|_{\bar{y}=0}^{\bar{y}=Y} d\bar{z} - \frac{1}{z_w(\bar{x})} \int_0^Y \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) \Big|_{\bar{z}=0}^{\bar{z}=1} d\bar{y}$$

учитывает влияние вязкого трения. Ранее данные о гидравлических потерях в каналах и коллекторах получали сугубо экспериментальным путем [13]. Далее результаты физических экспериментов пытались обобщить на широкий класс течений посредством различных полумпирических теорий. Сейчас функцию ϕ можно определять по результатам трехмерного моделирования на основе уравнений Навье–Стокса. Именно функция ϕ выражает влияние трехмерной математической модели на одномерную, а функция $z_w(\bar{x})$ — одномерной на трехмерную.

Теперь рассмотрим один отводящий канал (рис. 2). Пусть x_i и x_{i+1} — середины расстояний между соседними отводящими каналами (направление течения слева направо). Для удобства построения вычислительной сетки положим, что функция $z_w(x)$ изменяется линейно на отрезке $[x_i, x_{i+1}]$. Тогда интегрирование уравнений (15) и (16) приводит к следующим соотношениям:

$$\rho S(x_{i+1}) \langle u \rangle_{i+1} = \rho S(x_i) \langle u \rangle_i - G_{i+1}, \tag{17}$$

$$\rho S(x_{i+1}) \langle u^2 \rangle_{i+1} (1 + \phi_{i+1}) = \rho S(x_i) \langle u^2 \rangle_i (1 + \phi_i), \tag{18}$$

где G_i — массовый расход топлива через i -й отводящий канал:

$$G_{i+1} = \rho \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_0^Y |w(x, y, 0)| dy dx.$$

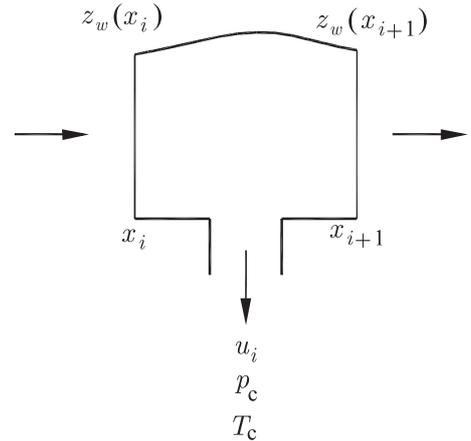


Рис. 2. Схема i -го отводящего канала (течение топлива слева направо)

Обратим внимание, что одномерная модель, состоящая из (17) и (18), одинакова как в физическом пространстве, так и в вычислительном. Поэтому можно опустить черту над координатами x и y . Разностные уравнения (17) и (18) можно решить явно. Например, при $i = 0$ уравнение (17) принимает вид

$$\rho S(x_1) \langle u \rangle_1 = \rho S(x_0) \langle u \rangle_0 - G_1.$$

Поскольку $G_0 = \rho S(x_0) \langle u \rangle_0$ — массовый расход топлива на входе в коллектор ($x_0 = 0$), а G_1 — массовый расход через первый (т.е. ближайший к входному сечению коллектора) отводящий канал, то

$$\rho S(x_1) \langle u \rangle_1 = G_0 - G_1.$$

Аналогично нетрудно получить решение (17):

$$\rho S(x_i) \langle u \rangle_i = G_0 - \sum_{j=1}^i G_j, \quad i = 1, 2, \dots, N. \tag{19}$$

Заметим, что

$$G_0 = \sum_{j=1}^N G_j = \sum_{j=1}^i G_j + G_{i+1} + \sum_{j=i+2}^N G_j \geq \sum_{j=1}^i G_j + G_{i+1}.$$

Отсюда получим

$$1 - \sum_{j=1}^i \frac{G_j}{G_0} \geq \frac{G_{i+1}}{G_0}. \tag{20}$$

С учетом (19) преобразуем члены уравнения (18):

$$\rho S(x_i) \langle u^2 \rangle_i (1 + \phi_i) \approx \frac{(\rho S(x_i) \langle u \rangle_i)^2 (1 + \phi_i)}{\rho S(x_i)} = \frac{1 + \phi_i}{\rho S(x_i)} \left(G_0 - \sum_{j=1}^i G_j \right)^2,$$

тогда уравнение (18) преобразуем к виду

$$\frac{1 + \phi_{i+1}}{\rho S(x_{i+1})} \left(G_0 - \sum_{j=1}^{i+1} G_j \right)^2 = \frac{1 + \phi_i}{\rho S(x_i)} \left(G_0 - \sum_{j=1}^i G_j \right)^2.$$

При $i = 0$ это уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{1 + \phi_1}{\rho S(x_1)} (G_0 - G_1)^2 = \frac{1 + \phi_0}{\rho S(x_0)} G_0^2.$$

Полагая, что во входном сечении коллектора $\phi_0 = 0$, получим

$$\phi_1 = \frac{S(x_1)}{S(x_0)} \left(\frac{G_0}{G_0 - G_1} \right)^2 - 1.$$

Аналогично нетрудно получить решение (18):

$$\phi_i = \frac{z_w(x_i)}{z_w(x_0)} \left(1 - \sum_{j=1}^i \frac{G_j}{G_0} \right)^{-2} - 1, \quad i = 0, 2, \dots, N-1. \quad (21)$$

Обратим внимание, что при $i = N$ выполнено $S(x_N) = 0$ и $G_0 = G_1 + \dots + G_N$, т.е. (21) является неопределенностью типа $0/0$. Функцию ϕ_i оценим следующим образом: сначала запишем (21) в виде

$$1 + \phi_i = \frac{z_w(x_i)}{z_w(x_0)} \left(\left(1 - \sum_{j=1}^i \frac{G_j}{G_0} \right)^{-1} \frac{G_{i+1}}{G_0} \right)^2 \left(\frac{G_0}{G_{i+1}} \right)^2,$$

далее в силу (20) нетрудно получить

$$1 + \phi_i \leq \frac{z_w(x_i)}{z_w(x_0)} \left(\frac{G_0}{G_{i+1}} \right)^2. \quad (22)$$

Уравнение (21) использовано для решения следующих подзадач.

- а) Выбор начального приближения. В качестве начального приближения можно выбрать канал постоянного сечения $S(x) = \text{const}$. Однако уравнение (21) позволяет спрофилировать распределительный канал в предположении, что у топлива отсутствует вязкость, т.е.

$$\mu = 0 \Rightarrow \phi = 0 \Rightarrow \frac{z_w(x_i)}{z_w(x_0)} \left(G_0 \left(G_0 - \sum_{j=1}^i G_j \right)^{-1} \right)^2 = 1.$$

Напомним, что массовый расход топлива на входе в коллектор равен G_0 , одинаковое распределение данного топлива между N отводящими каналами приведет к тому, что массовый расход через каждый из них составит

$$G_i = \frac{G_0}{N}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

С учетом $S(x) = Y z_w(x)$ получим профиль распределительного канала для невязкой среды

$$z_w(x_i) = z_w(x_0) \left(\frac{N-i}{N} \right)^2, \quad i = 0, 1, \dots, N. \quad (23)$$

- б) Калибровка одномерной модели. Предположим, что выполнено 3D-моделирование стационарного изотермического турбулентного течения в коллекторе на основе 3D-уравнений Навье–Стокса. В результате моделирования при заданном профиле распределительного канала $z_w(x)$ получены значения массовых расходов в отводящих каналах G_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Калибровка 1D-модели означает вычисление функции ϕ_i (21), учитывающей потери на трение, по результатам трехмерного моделирования. Откалиброванная 1D-модель идентична 3D-модели в смысле осредненных по поперечному сечению значений.

в) Расчет профиля распределительного канала. В процессе решения поставленной задачи о коллекторе может оказаться, что расходы топлива в отводящих каналах значительно различаются. Поэтому необходимо выбрать новый профиль распределительного канала, который обеспечивает более равномерную топливopодачу. Для этого воспользуемся откалиброванной 1D-моделью в предположении, что изменение профиля распределительного канала слабо зависит от гидравлического сопротивления, т.е. функции ϕ_i . Пусть G_i^* — новое приближение к решению, т.е. значения массовых расходов в отводящих каналах, удовлетворяющих соотношению

$$\max_{i=1,2,\dots,N} \left| G_i^* - \frac{G_0}{N} \right| < \max_{i=1,2,\dots,N} \left| G_i - \frac{G_0}{N} \right|.$$

Согласно (21), новое приближение к искомой геометрии распределительного канала составит

$$z_w(x_i) = z_w(x_0) \left(1 + \phi_i \right) \left(1 - \sum_{j=1}^i \frac{G_j^*}{G_0} \right)^2. \tag{24}$$

Профиль распределительного канала (функцию $z_w(x)$) отыскивают методом последовательных приближений из-за нелинейности уравнений Навье–Стокса.

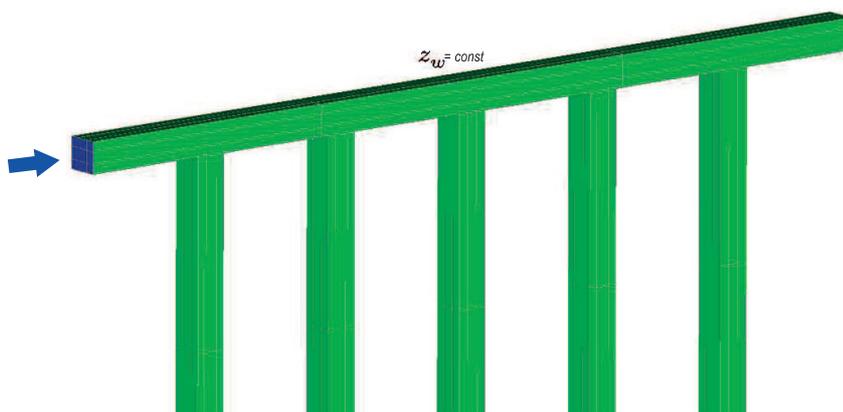


Рис. 3. Коллектор с распределительным каналом постоянного сечения

4. Структура вычислительного алгоритма. Предположим, что известен некоторый начальный профиль распределительного канала, например рассчитанный при помощи невязкого приближения (23).

1. Выполним моделирование течения топлива в коллекторе на основе 3D-уравнений Навье–Стокса. Выберем в качестве критерия останова итерационной процедуры определения геометрических характеристик распределительного канала условие

$$\frac{\max_{i=1,2,\dots,N} G_i - \min_{i=1,2,\dots,N} G_i}{G_0} < \varepsilon,$$

где G_i — массовый расход топлива через i -й отводящий канал.

2. Если данное условие не выполнено, то необходимо осуществить калибровку 1D-модели по результатам 3D-моделирования согласно (21).
3. Вычисление нового профиля при помощи откалиброванной 1D-модели согласно (24).
4. Возврат к п. 1 до тех пор, пока не будет выполнен критерий останова итераций.

Таким образом, влияние 3D-модели на 1D-модель осуществляется через функцию ϕ (21), которая учитывает пространственные гидродинамические эффекты и шероховатость омываемых поверхностей. А влияние 1D-модели на 3D-модель осуществляется через функцию z_w (24).

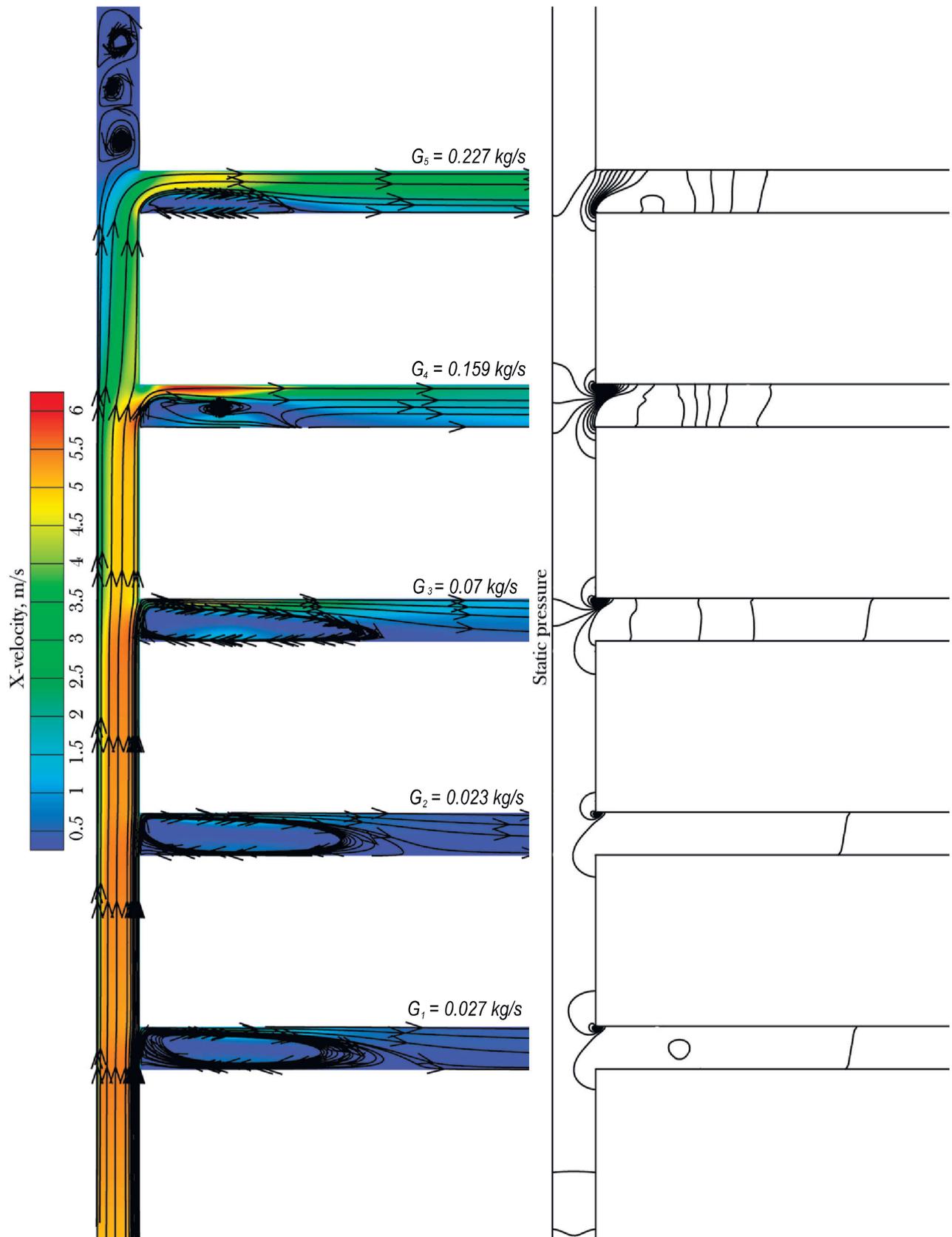


Рис. 4. Течение в коллекторе с распределительным каналом постоянного сечения

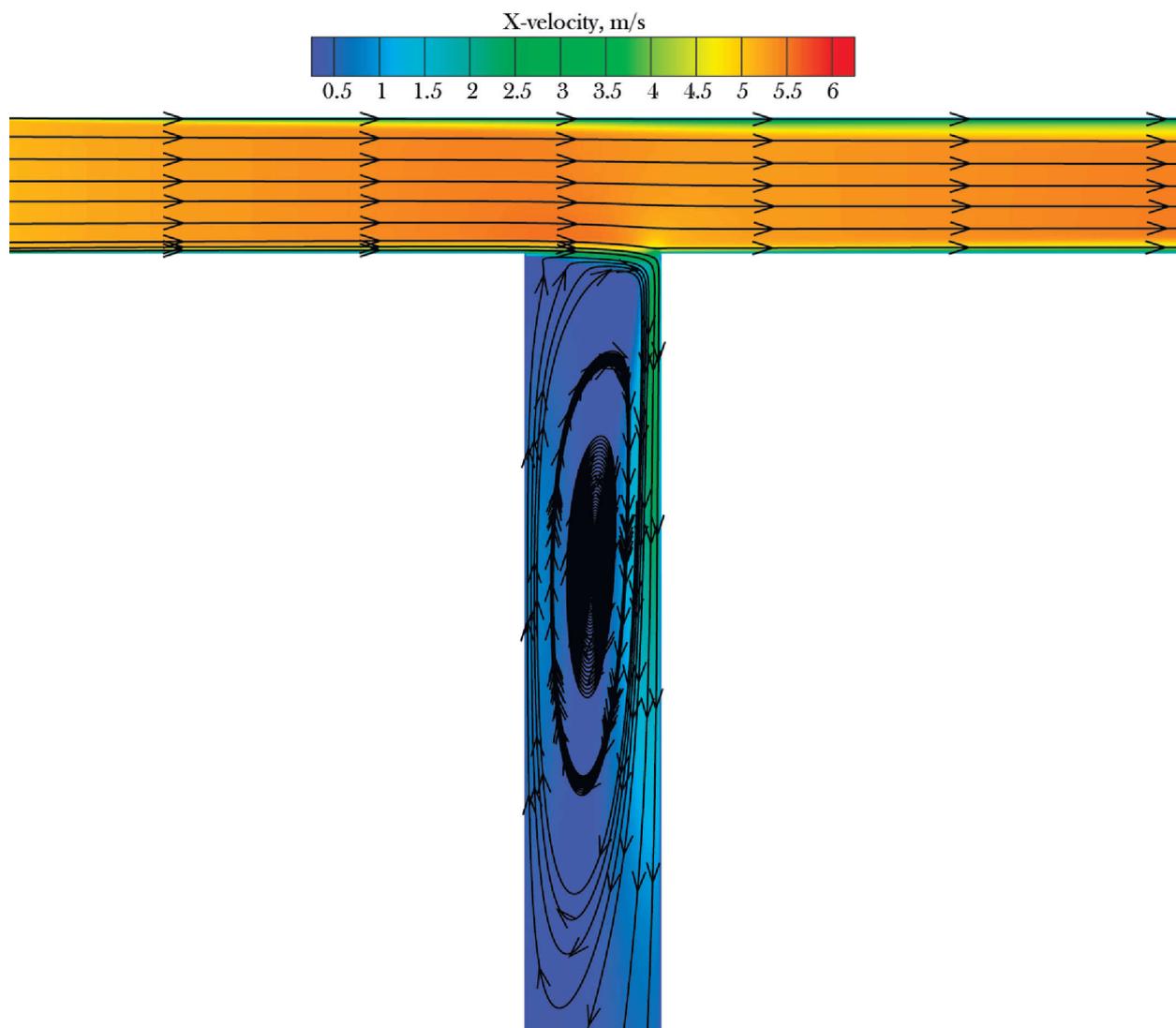


Рис. 5. Течение в первом отводящем канале ($z_w = \text{const}$)

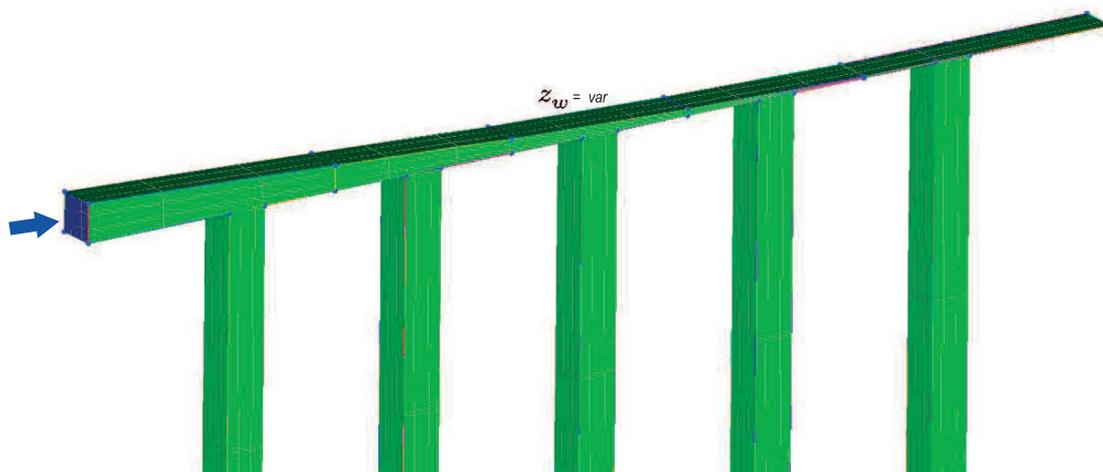


Рис. 6. Коллектор с распределительным каналом переменного сечения

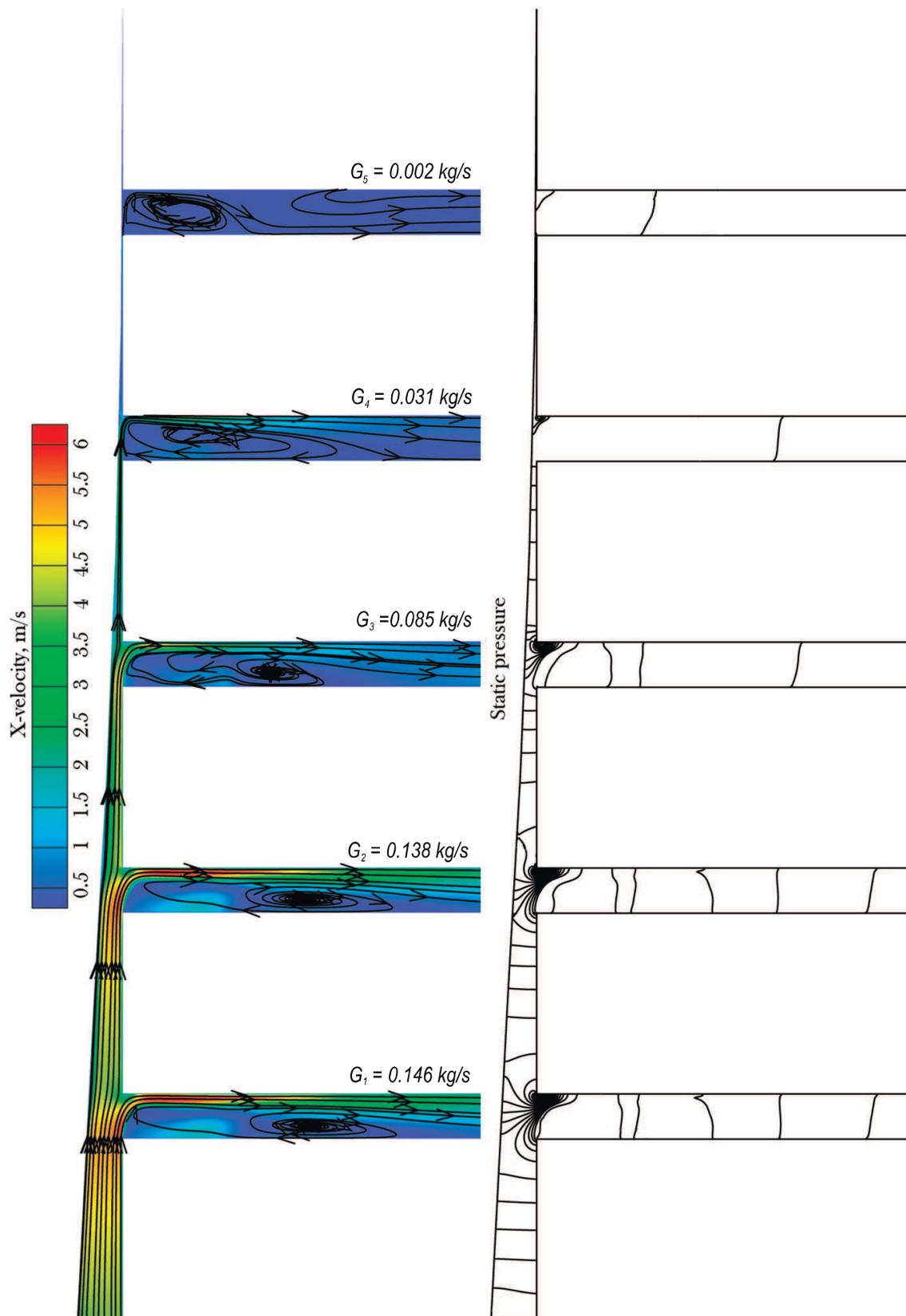


Рис. 7. Течение в коллекторе с распределительным каналом переменного сечения согласно (23)

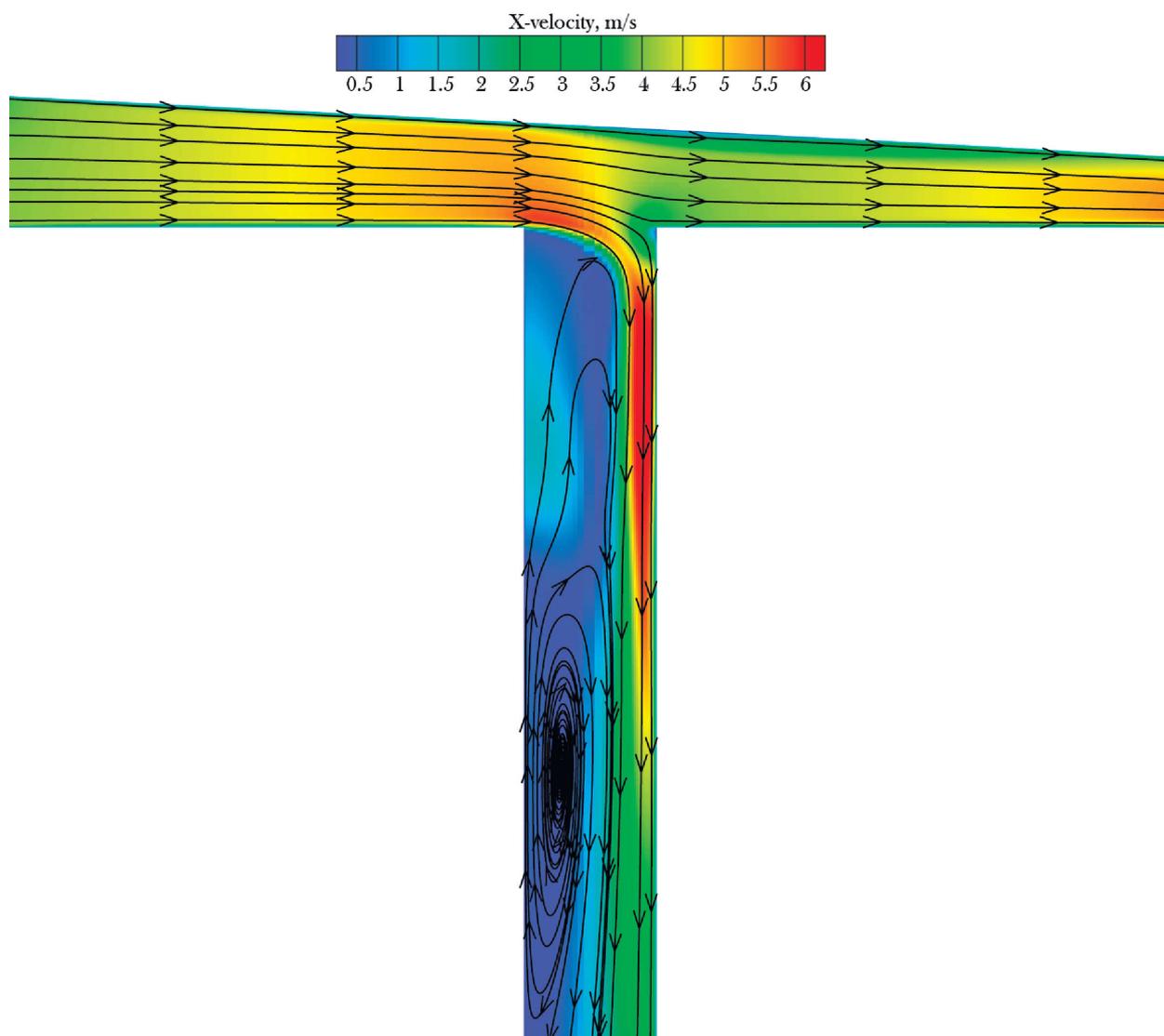


Рис. 8. Течение в первом отводящем канале ($z_w = \text{var}$)

Получим оценку изменения функции z_w в итерационном процессе. Согласно (24) прежний профиль отводящего канала удовлетворяет соотношению

$$\tilde{z}_w(x_i) = z_w(x_0)(1 + \tilde{\phi}_i) \left(1 - \sum_{j=1}^i \frac{\tilde{G}_j}{\tilde{G}_0} \right)^2,$$

где знаком $\tilde{}$ обозначены функции, полученные в результате калибровки 1D-модели по решению 3D-уравнений Навье–Стокса. Новое приближение составит

$$z_w(x_i) = z_w(x_0)(1 + \tilde{\phi}_i) \left(1 - \sum_{j=1}^i \frac{G_j^*}{G_0} \right)^2.$$

Из данных уравнений с учетом оценки (22) непосредственно следует

$$\left(\frac{\tilde{G}_0}{G_0} \right)^2 \left(\frac{\tilde{G}_{i+1}^*}{\tilde{G}_{i+1}} \right)^2 \leq \frac{z_w(x_i)}{\tilde{z}_w(x_i)}.$$

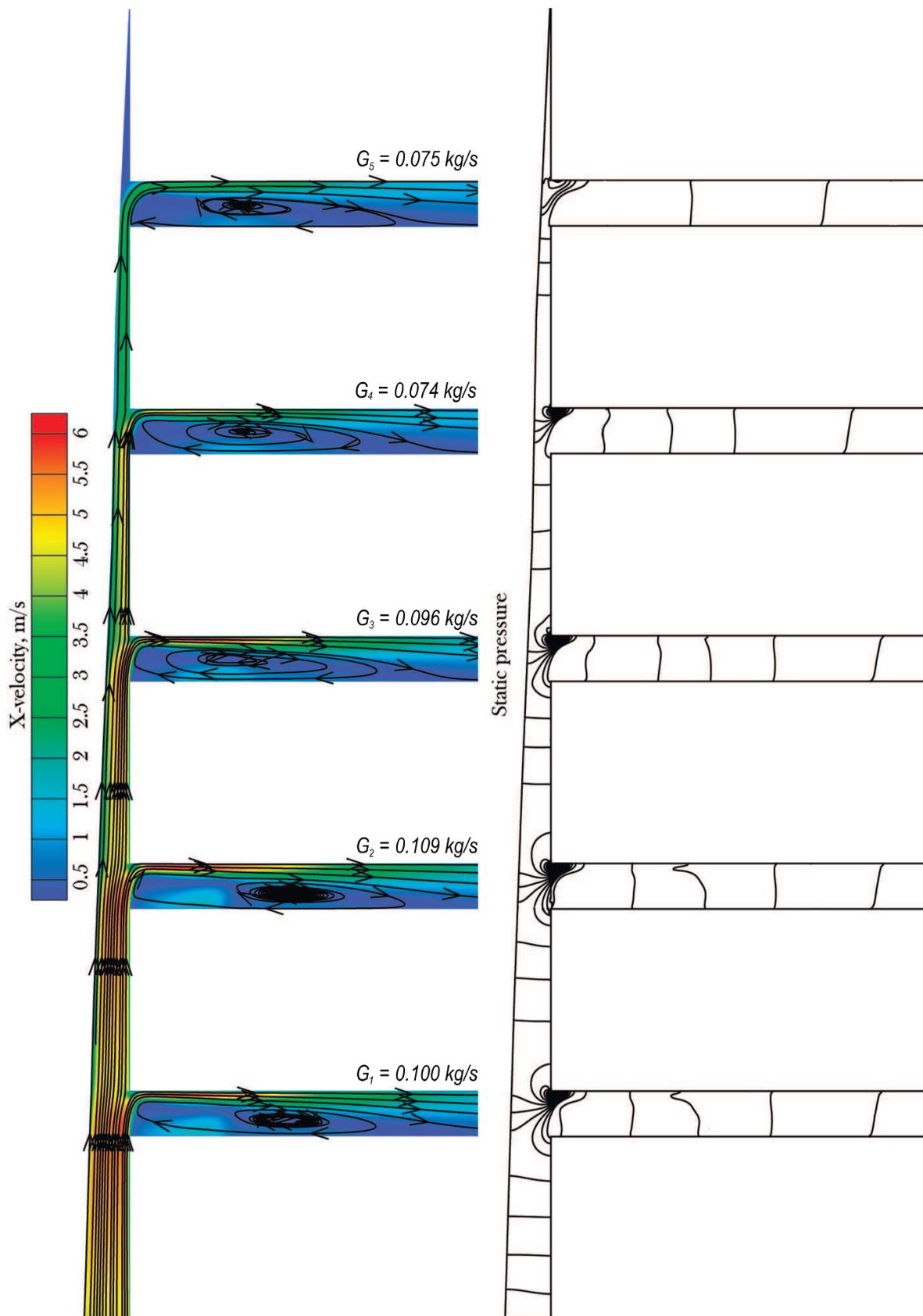


Рис. 9. Течение в коллекторе с распределительным каналом переменного сечения

Обратим внимание, что если в качестве граничных условия задан перепад давлений на входе в коллектор и на выходе из отводящих каналов (т.е. $p_0 - p_c$), то расходы G_0 и \dot{G}_0 могут быть различны. Полученная оценка предсказывает, что для изменения массового расхода в отводящем канале необходимо сильнее менять геометрию распределительного канала. Однако данная оценка получена в предположении, что функция ϕ слабо зависит от массового расхода. Поэтому изменение геометрии распределительного канала в процессе профилирования коллектора методом последовательных приближений не должно быть слишком значительным.

5. Вычислительный эксперимент. С методологической точки зрения начнем с распределительного канала постоянного сечения $Y \times z_w(0)$, где $Y = z_w(0) = 10^{-2}$ м. Длина распределительного канала 0.29 м. Геометрия коллектора показана на рис. 3. В проточной части коллектора построена структурированная вычислительная сетка, количество узлов $\approx 16 \times 10^6$.

Трехмерная математическая модель стационарного течения в коллекторе вязкой несжимаемой среды состоит из полных уравнений Навье–Стокса и уравнений $(K - \epsilon)$ -модели турбулентности. В качестве рабочей среды использована вода, давление на входе в коллектор составило 215 000 Па, а на выходе из отводящих каналов — 200 000 Па. Все 3D-расчеты выполнены при помощи пакета программ ANSYS Fluent (Customer ID: 1039481). Предполагалось, что омываемые поверхности обладают равномерной зернистой шероховатостью: высота микронеровностей задана 5×10^{-5} м, а постоянная шероховатости — 0.5.

На рис. 4 показано течение в срединном ($y = 5 \times 10^{-3}$ м) сечении коллектора: распределение X -компоненты скорости, направленной вдоль оси распределительного канала, изолинии функции тока в данном сечении и распределение статического давления. Над каждым из отводящих каналов показан массовый расход среды. Очевидно, что наибольшее количество топлива протекает через отводящий канал, наиболее удаленный от входного участка коллектора. Более подробно картина течения возле входного участка первого отводящего канала показана на рис. 5.

В качестве нулевого приближения лучше выбрать распределительный канал, поперечное сечение которого выбрано из условия, что рабочая среда не обладает вязкостью. Геометрия коллектора, спрофилированного в соответствии с (23), показана на рис. 6. На рис. 7 показано течение в срединном ($y = 5 \times 10^{-3}$ м) сечении коллектора: распределение X -компоненты скорости, направленной вдоль оси распределительного канала, изолинии функции тока в данном сечении и распределение статического давления. Для каналов достаточно большого поперечного сечения влиянием вязкости можно пренебречь, и уравнение (23) позволяет получить достаточно точное приближение к решению: $G_1 \approx G_2$. Однако по мере уменьшения сечения распределительного канала ($z_w(x) \rightarrow 0$) влияние вязкости становится определяющим, поэтому массовый расход топлива стремится к нулю.

Причина увеличения массового расхода в первом отводящем канале становится понятной из сравнения картин течения на рис. 5 и 8: в канале переменного поперечного сечения поток отклоняется от прямолинейного направления и часть его направляется в отводящий канал. Таким образом, искомый профиль канала лежит в пределах

$$\left(\frac{N-i}{N}\right)^2 < \frac{z_w(x_i)}{z_w(x_0)} < 1.$$

Течение в коллекторе, профиль которого получен после двух итераций по приведенному выше алгоритму, показано на рис. 9. В качестве начального приближения выбран профиль, полученный для невязкого приближения (23). Заметно, что расходы среды в отводящих каналах различаются не более, чем на 25%. Наибольшее различие от профиля, приведенного на рис. 7, проявляется именно на максимальном удалении от входного участка распределительного канала, где заметно влияние вязкости рабочей среды.

Таким образом, для получения искомого профиля топливного коллектора необходимо 3–5 раз численно решить краевую задачу для 3D-уравнений Навье–Стокса в зависимости от задаваемой точности. К сожалению, пока не получены какие-либо оценки трудоемкости вычислительных алгоритмов, использующих иерархию математических моделей.

6. Заключение. Использование иерархии математических моделей (1D-уравнения Навье–Стокса для профилирования и 3D-уравнения Навье–Стокса для калибровки 1D-модели) позволяет существенно уменьшить объем вычислений, необходимых для расчета оптимальной конструкции коллектора. Однако гидравлическое сопротивление, обусловленное вязкостью рабочей среды, не позволяет слишком сильно изменять геометрию коллектора в итерационном процессе. Именно данное обстоятельство в сочетании с нелинейностью уравнений Навье–Стокса определяет минимальный объем вычислительной работы, которую необходимо выполнить для решения поставленной задачи.

Авторы выражают свою признательность профессору П.Д. Токталиеву за консультации по пакету ANSYS Fluent.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Потапов А.В.* Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. М.: Физматлит, 1994.
2. *Алифанов О.М.* Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988.
3. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: Эдиториал УРСС, 2004.
4. *Болсуновский А.Л., Бузоверя Н.П., Губанова И.А., Губанова М.А.* Решение обратной задачи для профиля в рамках уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу // Ученые записки ЦАГИ. 2013. **XLIV**, № 3. 50–59.
5. *Повещенко Т.С., Гасилов В.А., Повещенко Ю.А., Галигузова И.И.* Метод расчета многоконтурных термогидравлических течений в теплообменной части ЯЭУ. Препринт ИПМ № 67, Москва, 2015. https://keldysh.ru/papers/2015/prep2015_67.pdf.
6. *Самарский А.А., Попов Ю.П.* Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1975.
7. *Детярев Л.М., Фаворский А.П.* Поточковый вариант метода прогонки // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1968. **8**, № 3. 679–684.
8. *Volokhov V., Toktaliev P., Martynenko S., Yanovskiy L., Volokhov A., Varlamov D.* Supercomputer simulation of physicochemical processes in solid fuel ramjet design components for hypersonic flying vehicle // Communications in Computer and Information Science. Vol. 687. Cham: Springer, 2016. 236–248.
9. *Акимов В.М., Бакулев В.И., Курзинер Р.И., Поляков В.В., Сосунов В.А., Шляхтенко С.М.* Теория и расчет воздушно-реактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1987.
10. *Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л.* Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. Т. 2. М.: Машиностроение, 2008.
11. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидродинамика и теплообмен. М.: Мир, 1990.
12. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991.
13. *Идельчик И.Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992.

Поступила в редакцию
02.09.2019

On Optimization of Technical Devices Based on a Hierarchy of Mathematical Models

A. S. Surovezhko¹ and S. I. Martynenko^{2,3}

¹ *Baranov Central Institute of Aviation Motors; ulitsa Aviamotornaya 2, Moscow, 111116, Russia; Graduate Student, e-mail: assurovezhko@ciam.ru*

² *Baranov Central Institute of Aviation Motors; ulitsa Aviamotornaya 2, Moscow, 111116, Russia; Dr. Sci., Scientist, e-mail: Martynenko@ciam.ru*

³ *Institute of Problems of Chemical Physics, Russian Academy of Sciences; prospekt Semenova 1, Chernogolovka, Moscow region, 142432, Russia; Dr. Sci., Senior Scientist, e-mail: Martynenko@icp.ac.ru*

Received September 2, 2019

Abstract: A fuel collector problem is considered as an inverse problem of hydrodynamics: it is necessary to determine the distribution channel geometry of a collector for a uniform fuel distribution. However, the collector profiling based on the 3D stationary Navier-Stokes equations for turbulent flow of an incompressible viscous medium in rough channels requires impractical computational efforts. A hierarchy of mathematical models (1D Navier-Stokes equations for the collector profiling and 3D Navier-Stokes equations for 1D model validation) is used in this paper. It is shown that the hierarchy of models can significantly reduce amount of computational work needed for computing the optimal collector design. The developed approach is of interest for optimizing technical devices for various purposes.

Keywords: computational fluid dynamics, mathematical modeling, turbulent internal flows, fuel collector.

References

1. A. M. Elizarov, N. B. Il'insky, and A. B. Potashev, *Inverse Boundary Value Problems of Aerohydrodynamics* (Fizmatlit, Moscow, 1994) [in Russian].
2. O. M. Alifanov, *Inverse Heat Transfer Problems* (Mashinostroenie, Moscow, 1988; Springer, Berlin, 1994).
3. A. A. Samarskii and P. N. Vabishchevich, *Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics* (Editorial, Moscow, 2004; Walter de Gruyter, Berlin, 2007).
4. A. L. Bolsunovsky, N. P. Buzoverya, I. A. Gubanova, and M. A. Gubanova, "Solution of the Inverse Problem for an Airfoil within the Framework of the Reynolds Averaged Navier–Stokes Equations," *Uchen. Zap. TsAGI*, No. 3, 50–59 (2013) [*TsAGI Sci. J.* **44** (3), 371–385 (2013)].
5. T. S. Poveschenko, V. A. Gasilov, Yu. A. Poveschenko, and I. I. Galiguzova, *The Method of Calculating the Flows in a Multi-Circuit Heat Exchange Network of a Nuclear Energetic Facility (NEF)*, Preprint No. 67 (Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, 2015).
6. A. A. Samarskii and Yu. P. Popov, *Difference schemes of gas dynamics* (Nauka, Moscow, 1975) [in Russian].
7. L. M. Degtyarev and A. P. Favorskii, "A Flow Variant of the Sweep Method," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **8** (3), 679–684 (1968) [*USSR Comput. Math. Math. Phys.* **8** (3), 252–261 (1968)].
8. V. Volokhov, P. Toktaliev, S. Martynenko, et al., "Supercomputer Simulation of Physicochemical Processes in Solid Fuel Ramjet Design Components for Hypersonic Flying Vehicle," in *Communications in Computer and Information Science* (Springer, Cham, 2016), Vol. 687, pp. 236–248.
9. V. M. Akimov, V. I. Bakulev, R. I. Kurziner, et al., *Theory and Calculation of Jet Engines* (Mashinostroenie, Moscow, 1987) [in Russian].
10. A. A. Inozemtsev, M. A. Nikhamkin, and V. L. Sandratskii, *Basics of Designing Aircraft Engines and Power Plants* (Mashinostroenie, Moscow, 2008) [in Russian].
11. D. A. Anderson, J. C. Tannehill, and R. H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer* (McGraw-Hill, New York, 1984; Mir, Moscow, 1990).
12. C. A. J. Fletcher, *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, Vols. 1 and 2 (Springer, New York, 1988; Mir, Moscow, 1991).
13. I. E. Idel'chik, *Handbook of Hydraulic Resistance* (Mashinostroenie, Moscow, 1992; Begell House, Danbury, 1996).