

УДК 539.3, 517.97, 519.857, 621.7.043

doi 10.26089/NumMet.v20r434

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПАНЕЛЕЙ ОБТЯЖКОЙ

К. С. Бормотин¹, Вин Аунг²

Рассматривается моделирование технологий обтяжки на прессе для изготовления обшивок двойной кривизны. Автоматизированное формообразование деталей требует разработки управляющей программы и электронной модели пуансона. Качество полученной детали будет зависеть от точности вычисленной и изготовленной формы оснастки, задающей упреждающую форму панели, и траектории деформирования листовой заготовки. При условии заданной оснастки ставится задача оптимального управления для поиска наилучшей траектории движения зажимов в оборудовании. Вводятся критерии оптимизации процессов деформирования, которые обеспечивают минимальную поврежденность и максимальные остаточные деформации. Вычисление критериев выполняется с помощью моделирования и анализа нелинейного деформирования панели с контактными ограничениями методом конечных элементов. Формулируется дискретная задача оптимального управления, которая решается методом динамического программирования. Алгоритмы численного метода, реализованные в пакете программ MSC.Marc, позволяют вычислить оптимальные параметры работы обтяжного пресса. Программная реализация алгоритма выполнена в последовательном и параллельном режимах. На основе вычислительных экспериментов показана эффективность параллельного расчета на кластере вычислительных машин.

Ключевые слова: упругость, пластичность, обтяжка, вариационные принципы, метод конечных элементов, поврежденность, дискретная задача оптимального управления, метод динамического программирования.

Введение. В авиастроении процесс обтяжки является одним из основных способов получения водообразующих оболочек. Существующие обтяжные прессы с программным управлением обеспечивают реализацию различных схем формообразования обшивок одинарной и двойной кривизны. Предлагаются различные способы обтяжки на этих прессах: с учетом перемещений заготовки относительно пуансона [1, 2] и с учетом определенной последовательности кинематической схемы процесса обтяжки с разгрузками [3, 4].

Автоматизированное формообразование деталей на прессе поперечной обтяжки FET требует разработки управляющей программы и электронной модели обтяжного пуансона. Программное обеспечение S3F-FET, поставляемое к данному оборудованию, предоставляет информацию только о параметрах рабочих элементов пресса. Метод сечений, реализованный в программе S3F фирмы АСВ, позволяет получить следующие данные: рекомендуемое положение пуансона на столе пресса; программу для работы пресса (траектория движения зажимов); количество переходов; предварительно рассчитанные максимальные деформации в заготовке. Развитие САЕ-систем позволяет моделировать различные схемы процессов обтяжки и выбрать наилучшие [5–8]. Для сложных форм используются промежуточные термообработки, моделирование которых проводится так же с помощью метода конечных элементов [9].

Технологические возможности процесса обтяжки, точность полученной формы детали зависят от точности вычисленной и изготовленной формы оснастки, задающей упреждающую форму панели, и траектории движения краев листовой заготовки. Упреждающая форма панели должна обеспечивать заданную остаточную кривизну панели после освобождения ее от силовой оснастки. Методы решения таких обратных задач представлены в работах [10, 11]. В настоящей статье в качестве критериев выбора оптимальной траектории перемещения рассматриваются остаточные отклонения разгруженной заготовки после процесса деформирования от необходимой формы и работа рассеяния в пластичности [12].

¹ Комсомольский-на-Амуре государственный университет (ФГБОУ ВО «КнАГУ»), Институт компьютерного проектирования машиностроительных технологий и оборудования, просп. Ленина, 27, 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре; профессор, e-mail: cvmi@knastu.ru

² Комсомольский-на-Амуре государственный университет (ФГБОУ ВО «КнАГУ»), факультет компьютерных технологий, просп. Ленина, 27, 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре; аспирант, e-mail: cvmi@knastu.ru

Таким образом, для обеспечения высокой точности в определении параметров формообразования обтяжкой необходимым является выполнение максимально полного анализа полноразмерных теоретических моделей. В этом случае новые решения обусловлены возможностями численного анализа на высокопроизводительных вычислительных системах.

1. Формулировка задачи оптимального управления в процессах формообразования обтяжкой. Пусть $V \subset R^3$ — область панели с границей S . Контактная поверхность пуансона с деформируемым телом обозначается через S_c . Область задания краевых смещений — S_b . Обозначим через $u = (u_1, u_2, u_3)$, $\tilde{u} = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2 \text{ и } \tilde{u}_3)$ — векторы текущих и остаточных перемещений деформируемого тела, $u, \tilde{u} \in [W_2^1(Q)]^3$, $Q = V \times [0 \leq t \leq T]$, t — параметр деформирования. Точкой сверху обозначаются скорости перемещений $\dot{u}, \dot{\tilde{u}}$.

Пусть форма пуансона задана. В этом случае задача кинематического формообразования будет включать задачу деформирования в пластичности и упругую разгрузку. Задачи механики формулируются вариационными принципами с функционалами

$$J_l(\dot{u}) = W_c + a(\dot{u}, \dot{u}), \quad \dot{u}|_{S_b} = \dot{u}^*, \tag{1}$$

$$J_u(\dot{\tilde{u}}) = a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{u}}), \tag{2}$$

где W_c — контактный потенциал, полученный наложением контактных условий на формулировку уравнений движения тел методом множителей Лагранжа или методом штрафных функций [13, 14]; потенциальные формы определяются в виде

$$a(\dot{u}, \dot{v}) = \int_V \frac{\partial E(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} \dot{v}_{i,j} dV, \quad a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}}) = \int_V \frac{\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} \dot{\tilde{v}}_{i,j} dV,$$

$$E(\dot{u}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijpl} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{pl}^p + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \dot{u}_{p,i} \dot{u}_{p,j}, \quad \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijpl} \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\epsilon}}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\epsilon}}_{pl}^p + \frac{1}{2} \rho_{ij} \dot{\tilde{u}}_{p,i} \dot{\tilde{u}}_{p,j},$$

где c_{ijpl} — компоненты симметричного тензора упругих констант; $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ — компоненты скоростей пластических деформаций: $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma_{ij}}$; $\lambda > 0$ — функция, требующая определения; $\frac{\partial \hat{f}}{\partial \sigma_{ij}}$ — вектор в пространстве компонент девiatorа тензора напряжений, направленный по нормали к поверхности текучести; уравнение $\hat{f} = 0$ определяет поверхность в пространстве компонент девiatorа тензора напряжений [14]; σ_{ij}, ρ_{ij} — компоненты текущего и остаточного второго тензора напряжений Пиола-Кирхгофа; $\dot{\epsilon}_{ij}, \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}$ — компоненты скоростей текущих и остаточных деформаций Грина-Лагранжа;

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + \dot{u}_{p,i} u_{k,j} + u_{p,i} \dot{u}_{p,j}),$$

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{\tilde{u}}_{i,j} + \dot{\tilde{u}}_{j,i} + \dot{\tilde{u}}_{p,i} \tilde{u}_{p,j} + \tilde{u}_{p,i} \dot{\tilde{u}}_{p,j}),$$

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad i, j, p, l = 1, 2, 3.$$

Условие стационарности функционала приводит к уравнениям равновесия для скоростей текущих и остаточных напряжений в объеме V и к граничным условиям.

Задача оптимального деформирования формулируется в следующем виде: каким образом следует деформировать панель в процессе обтяжки на пуансоне, чтобы в конечный момент нагружения $t = T$ получить максимальные значения пластических деформаций (значения остаточных перемещений), обеспечивающих необходимую остаточную форму, или минимальное значение поврежденности материала в пластичности?

Таким образом, математическая формулировка задачи оптимального управления включает уравнения механики деформируемого твердого тела, полученные из условий стационарности (1), (2), и функционала оптимизации

$$J_1 = \int_S \tilde{u}_\alpha(T) dS \rightarrow \inf. \tag{3}$$

В данном случае $\alpha = z$ ($\alpha = x_3$) выбирается в зависимости от расположения панели в системе координат

(рис. 1). Кроме того, рассмотрим вариант задачи оптимального управления с функционалом

$$J_2 = \int_0^T \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p dV dt \rightarrow \inf. \quad (4)$$

В первом случае будет определяться путь, при котором обеспечиваются минимальные остаточные перемещения (3) (значения перемещений по нормали к исходной панели предполагаются отрицательными, рис. 1), а во втором случае — будет определяться путь с минимальной поврежденностью материала в пластичности (4) (функционал представляет работу рассеяния [12]).

Для вычисления функционала (3) необходимо решить задачу деформирования панели на пуансоне и задачу разгрузки. Предполагается, что известна некоторая форма пуансона, задающая необходимое упреждение панели, иначе можно воспользоваться итерационным методом для вычисления геометрии поверхности пуансона, обеспечивающей необходимую остаточную кривизну панели [10].

2. Дискретная задача оптимального управления и метод решения. С учетом дискретизации вариационных уравнений механики образуются стандартные конечно-элементные уравнения для решения контактной задачи деформирования и разгрузки [13–15]:

$${}^{t+\Delta t'} \mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t'} \mathbf{R}^{(i-1)}, \quad (5)$$

$${}^{t+\Delta t'} \tilde{\mathbf{K}}^{(i-1)} \Delta \hat{\mathbf{U}}^{(i)} = {}^{t+\Delta t'} \tilde{\mathbf{R}}^{(i-1)}. \quad (6)$$

Здесь ${}^{t+\Delta t'} \mathbf{K}^{(i-1)}$, ${}^{t+\Delta t'} \tilde{\mathbf{K}}^{(i-1)}$ — симметричные матрицы касательной жесткости при параметре нагружения t (в матрицах уже включены дополнительные элементы, образующиеся от контактных ограничений); ${}^{t+\Delta t'} \mathbf{R}^{(i-1)}$, ${}^{t+\Delta t'} \tilde{\mathbf{R}}^{(i-1)}$ — векторы внутренних и внешних сил. Верхние индексы величины $t + \Delta t'$ указывают значение параметра нагружения, для которого она вычисляется. Верхние индексы величины $(i - 1)$ указывают на номер итерации при уточнении решения методом Ньютона–Рафсона. Вектор узловых перемещений следующего шага определяется по формуле ${}^{t+\Delta t'} \mathbf{U} = {}^t \mathbf{U} + \Delta \mathbf{U}$, ${}^{t+\Delta t'} \hat{\mathbf{U}} = {}^t \hat{\mathbf{U}} + \Delta \hat{\mathbf{U}}$. Решения задач завершаются при достижении параметром деформирования значения T . Вторая задача на основе данных о начальных напряжениях и деформациях определяет перемещения разгрузки, которые необходимы для вычисления остаточных узловых перемещений $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U} + \hat{\mathbf{U}}$.

Предполагается, что при значении параметра нагружения t все искомые величины определены. Для обеспечения устойчивого процесса интегрирования в системе MSC.Marc используется схема адаптивного пошагового выбора — AUTO STEP. Управление шагом нагружения $\Delta t'$ в данной схеме связано с количеством повторений, необходимых для достижения сходимости. На каждом шаге по времени и на каждой итерации процедуры Ньютона–Рафсона проводится проверка вектора перехлеста, определяющего проникновение узла одного тела в другое [13, 14]. В случае возникновения контакта с жестким телом в системе MSC.Marc применяется процедура, при которой узлы деформируемого тела принимают значения узлов жесткого контактного тела [16], т.е. контактные условия преобразуются в кинематические: $\Delta \mathbf{U}_{\text{normal}} = \Delta \tilde{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{n}$ на S_c .

Используя закон Гука и ассоциированный закон пластического течения, определяющие соотношения можно записать в приращениях в следующем виде (при условии равенства приращений деформаций сумме приращений упругих и пластических деформаций) [14]:

$$\Delta \sigma_{ij} = C_{ijpl}^{EP} \Delta \varepsilon_{pl}.$$

При вычислении компонент C_{ijpl}^{EP} используются компоненты напряжений при параметре нагружения t . Компоненты приращения тензора деформаций Грина–Лагранжа определяются по компонентам приращения перемещений.

Наряду с дискретизацией по параметру t , вызванной решением нелинейных задач механики методом конечных элементов, для приближенного решения задачи оптимального управления вводится дополнительная сетка $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_N = T$. Используя дискретные по параметру t уравнения пошаговой процедуры интегрирования (5), (6) при условии $\Delta t' \leq t_{k+1} - t_k$, вычисляются напряжения, деформации и перемещения. Функционалы (3), (4) в этом случае могут быть представлены в виде

$$J_1 = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \sum_S \Delta \tilde{\mathbf{U}}_\alpha(t) \rightarrow \inf, \quad (7)$$

$$J_2 = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \sum_V^t \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^p \rightarrow \inf, \tag{8}$$

где $\Delta \tilde{U}_\alpha(t)$, α — компоненты приращения остаточных перемещений узлов, вызванных от приращения текущих перемещений.

Уравнения (5), (6) и критерии оптимизации (7), (8) образуют дискретные задачи оптимального управления. В такой постановке строится функция Беллмана, и задача решается методом динамического программирования [17, 18].

Вектор-функция $U(t)$ перемещений узлов, расположенных на торцах панели (граница S_b , рис. 1), задается компонентами в виде $U_x(t) = f_1(t)U_x^*$, $U_z(t) = f_3(t)U_z^*$ ($U(t) = (U_x(t), U_y(t), U_z(t))$), где U_x^* , U_z^* — некоторое решение, обеспечивающее необходимую остаточную форму панели; граница S_b в конечно-элементном аналоге представляет собой набор узлов, расположенных на торцах панели; $U(t)$ — вектор узловых перемещений (согласно принципам построения конечно-элементных уравнений), в который включены все компоненты перемещений для каждого узла из данного набора. Необходимо найти оптимальную функциональную зависимость компонент перемещений $U_\alpha = f(U_\beta)$, $\beta = x$ ($\beta = x_1$).

На множестве $G_k \equiv G(U_{\beta,k})$ возьмем некоторую дискретную сетку точек $U_{\alpha,k,g} \in G_k$; множество всех точек выбранной сетки будем обозначать через H_k ($k = 0, 1, \dots, N$) [17]. Пусть количество точек в H_k равно M ($g = 0, 1, \dots, M$). На двух соседних шкалах H_k и H_{k+1} возьмем точки $a \in H_k$ и $b \in H_{k+1}$. Здесь в качестве $U_{\alpha,k,g} \in G_k$ приняты возможные положения зажимов или краев пластины по координате α в зависимости от положения по координате β , которые задают перемещения пластинки при обтяжке. Граница допустимой области имеет вид $G = \sum_k G_k$.

Функции $f_1(t)$, $f_3(t)$ выбраны так, чтобы выполнялся закон $U_\alpha = f(U_\beta)$. При решении задачи деформирования пластинки по перемещениям краев из положения $a \in H_k$ в $b \in H_{k+1}$ по некоторой функции $U_\alpha = f(U_\beta)$ с помощью уравнений (5) определяются на отрезке $[t_k, t_{k+1}]$ перемещения, деформации и напряжения. Таким образом, задача

$$A(a, b, U, t_{k+1}) = \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \sum_S \Delta \tilde{U}_\alpha(t) \rightarrow \inf \tag{9}$$

или

$$A(a, b, U(t), t_{k+1}) = \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \sum_V^t \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^p \rightarrow \inf, \tag{10}$$

$$a = U(t_k), \quad b = U(t_{k+1}), \quad \Delta t' \leq t_{k+1} - t_k \tag{11}$$

будет определять элементарную операцию, соединяющую точки a и b . Через $\Delta_{k+1}(a, b)$ обозначается множество всех управлений $U(t)$ (функций, связывающих точки a и b), для которых выполняется (5), (6) и (11).

Если все ближайшие точки всех соседних шкал попарно соединены элементарными операциями, а (9) и (10) выполняются для каждого k , то величина

$$\sum_{k=0}^{N-1} M_{k+1}(U_{\alpha,kg_k}, U_{\alpha,k+1,g_{k+1}}) \tag{12}$$

представляет собой значение функции, заданной соответственно в (3) и (4), на управлении $U(t) = U_{k+1}(t)$, $U(0) = 0$, $t_k \leq t \leq t_{k+1}$, $k = 0, 1, \dots, N - 1$, где $M_{k+1}(a, b) = \inf_{U \in \Delta_{k+1}(a,b)} A(a, b, U(t), t_{k+1})$. Таким образом,

по всевозможным наборам точек ($U_{\alpha,0g_0}, U_{\alpha,1g_1}, \dots, U_{\alpha,Ng_N}$), $U_{\alpha,kg_k} \in H_k$, $k = 0, 1, \dots, N$, необходимо отыскать минимум (12).

Пусть

$$C_s(a) = \inf \left[\sum_{k=1}^s M_k(U_{\alpha,(k-1)g_{k-1}}, U_{\alpha,kg_k}) \right], \tag{13}$$

где нижняя грань берется по всем наборам точек ($U_{\alpha,0g_0}, U_{\alpha,1g_1}, \dots, U_{\alpha,kg_k}$), $a = U_{\alpha,sg_s}$. Иначе говоря, $C_s(a)$ выражает собой кратчайшее расстояние между точкой $a \in H_s$ и шкалой H_0 . Функция $C_s(a)$ в (13) удовлетворяет следующим рекуррентным соотношениям:

$$C_s(b) = \inf_{a \in H_{s-1}} [M_s(a, b) + C_{s-1}(a)], \quad s = 1, \dots, N, \quad C_0(a) = 0. \tag{14}$$

Справедливость (14) и доказательство оптимальности пути, полученного по данному алгоритму, можно показать, основываясь на [17, 19]. Так как расчет физически и геометрически нелинейных задач методом конечных элементов проводится пошаговым интегрированием уравнений, т.е. решением уравнений (5), (6), то необходим алгоритм задания на итерациях оптимизации компонент перемещений как функций от параметра t .

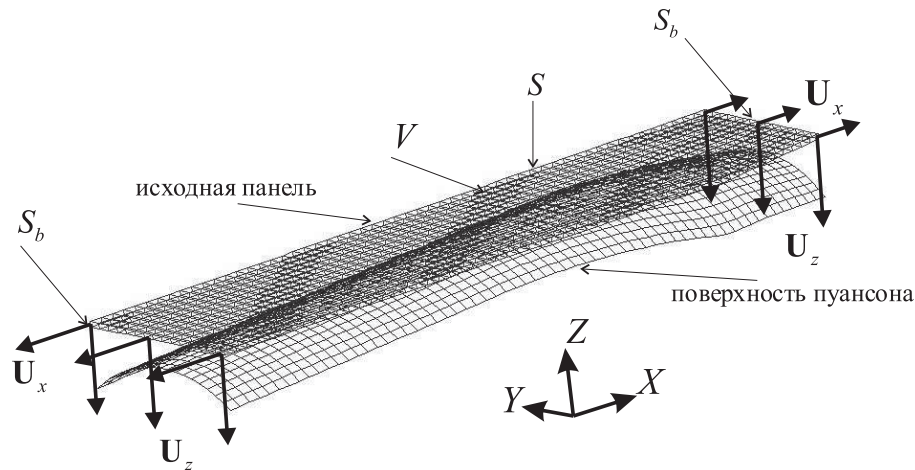


Рис. 1. Конечно-элементная модель исходной панели и поверхность пуансона

3. Программная реализация метода и численные результаты. Аппроксимируя путь деформирования системой прямолинейных отрезков, мы сведем элементарные операции (9), (10) к сравнению значений на разных маршрутах, соединяющих точки a и b . В результате задача оптимального деформирования сводится поиску линии с наименьшей длиной среди всех ломаных, соединяющих шкалы состояний H_0 и H_N (каждая шкала состояний H_k , $k \neq 0$, $k \neq N$, имеет M значений) и лежащих в допустимой области.

Рассмотрим случаи при $N = M = 3$, $N = M = 6$, $N = M = 10$. Возможные варианты функций перемещений в направлениях осей координат x , z для правого края панели представляют собой ломаные, проходящие от точки O к точке B (рис. 1, рис. 2а). Такие же функции принимаются для перемещений левого края панели.

Для программной реализации метода динамического программирования и построения функций $f_1(t)$, $f_3(t)$, обеспечивающих зависимость $U_z = f(U_x)$, предлагается следующий алгоритм для рассматриваемой сетки. Шаги метода динамического программирования вычисляются по формуле $t_{k+1} - t_k = \frac{T}{N+M}$. На каждом интервале $[t_k, t_{k+1}]$ при решении задачи уравнениями (5) задается один из вариантов граничных условий на перемещения:

- 1) $(0, 0)$ — перемещения отсутствуют,
- 2) $(\Delta U_x, 0)$,
- 3) $(0, \Delta U_z)$,
- 4) $(\Delta U_x, \Delta U_z)$, где $\Delta U_x = \frac{U_x^*}{N}$, $\Delta U_z = \frac{U_z^*}{M}$.

Граничные условия на всех интервалах $[t_k, t_{k+1}]$ ($k = 1, \dots, N+M-1$) могут быть представлены в виде вектор-строки

$$(\gamma_{x_1}, \gamma_{z_1}, \gamma_{x_2}, \gamma_{z_2}, \dots, \gamma_{x_{N+M}}, \gamma_{z_{N+M}}), \quad (15)$$

где γ_{x_k} , γ_{z_k} принимают значения либо 0, либо 1.

Если в (15) для какого-нибудь значения k берется элемент $(1, 1)$, то следующий должен быть установлен в $(0, 0)$. В решении задачи методом конечных элементов (5) шаг интегрирования задается в системе MSC.Marc с учетом условия $\Delta t' \leq t_{k+1} - t_k$, $T = 1$. Количество шагов $\Delta t'$ зависит от выбранной инкрементальной процедуры и условий сходимости. Таким образом, на каждом интервале $[t_k, t_{k+1}]$ граничные условия для перемещений в направлениях осей координат x , z задаются соответственно в виде $\gamma_{x_k} \Delta U_x \Delta t' (N+M)$, $\gamma_{z_k} \Delta U_z \Delta t' (N+M)$, $k = 1, \dots, N+M$.

При обтяжке растяжение должно проходить по касательной к краю пуансона (рис. 2а; нижняя кри-

вая описывает геометрию пуансона). В силу этого, приращения перемещений по z должны увеличиваться в зависимости от приращения перемещений по x . Для этого вычисляется уравнение касательной плоскости к пуансону $z = \mu x + z_0$. В конечном итоге на каждом интервале $[t_k, t_{k+1}]$ граничные условия для перемещений в направлениях осей координат x, z должны определяться в виде $\gamma_{x_k} \Delta U_x \Delta t'(N + M)$, $(\mu U_x^t + \gamma_{z_k} \Delta U_z) \Delta t'(N + M)$, $k = 1, \dots, N + M$. Здесь $U_x^t = \sum_{q=1}^k \sum_{t=t_k}^{t_{k+1}} \gamma_{x_q} \Delta U_x \Delta t'(N + M)$, где внутренняя сумма вычисляется по количеству шагов интегрирования $\Delta t'$ в пределах интервала $[t_k, t_{k+1}]$.

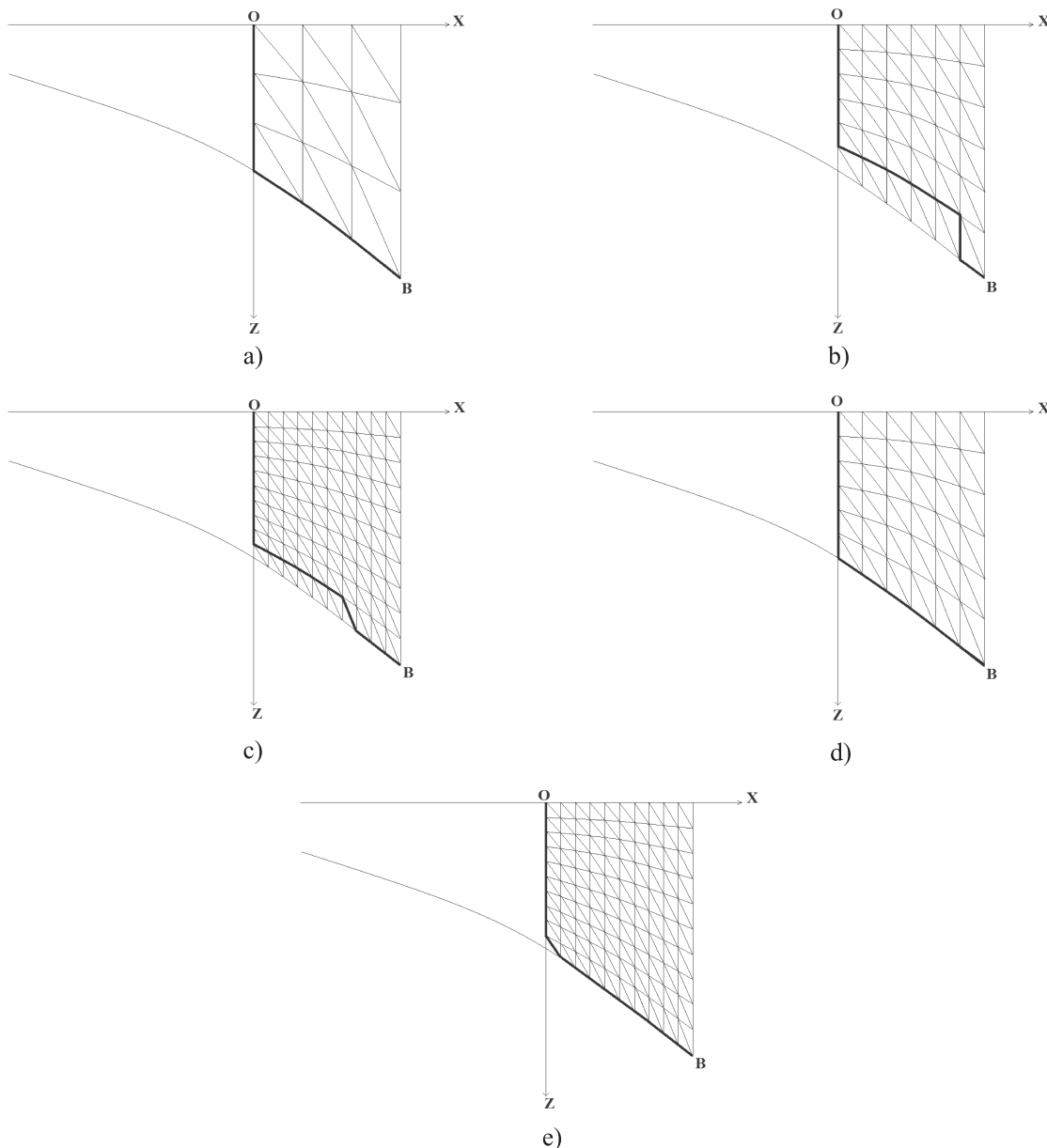


Рис. 2. Возможные варианты и оптимальный путь деформирования по технологии обтяжки на прессе по критерию J_1 : а) $N = M = 3$, б) $N = M = 6$, с) $N = M = 10$. Возможные варианты и оптимальный путь деформирования по технологии обтяжки на прессе по критерию J_2 : д) $N = M = 6$, е) $N = M = 10$

Ввод таких граничных условий в системе MSC.Marc обеспечивается путем создания пользовательских программ. Для каждой точки каждой шкалы вычисляются рекуррентные соотношения (14) путем построения итераций с различными наборами (15) и расчета задач (5) в системе MSC.Marc. Вывод необходимых результатов для вычисления критерия оптимизации выполняется с помощью создания пользовательских программ. Управление процессом расчета методом динамического программирования выпол-

няется созданной внешней программой, которая производит запуск задач в системе MSC.Marc, сравнение полученных значений критериев для разных наборов (15) и сохранение данных.

Моделирование формообразования панели двойной кривизны толщиной 2 мм проводится методом конечных элементов в MSC.Marc. Размеры заготовки 309×83 мм (рис. 1). Заготовка имеет свойства материала 1163T. Материал изотропен, и его характеристики равны следующим значениям: модуль Юнга $= 7454 \text{кГ/мм}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.34$, предел текучести $\sigma_T = 29.85 \text{кГ/мм}^2$, модуль линейного упрочнения $E_T = 200.75 \text{кГ/мм}^2$ (для упрощения задачи рассматривается линейное упрочнение). Для применения предлагаемого метода оптимизации находятся такие значения U_x^* , U_z^* , при которых процесс деформирования выполняется при условии утончения листа менее 20% в исследуемой зоне. Контактные условия учитывают скольжение без трения. По выбранным параметрам инкрементальной процедуры величина всех шагов $\Delta t' = 0.01$ одинакова для всех задач.

На рис. 2а, рис. 2б и рис. 2с представлены оптимальные пути деформирования в пластичности при обтяжке с разными сетками по критерию (3), на рис. 2д, рис. 2е — по критерию (4). На рисунках горизонтальная линия — исходная панель, нижняя кривая — форма пуансона, функции перемещения обеспечивают обтягивание пуансона и растяжение панели (оптимальные пути выделены). Для сетки при $N = M = 3$ результаты расчета по двум критериям совпадают.

Как видно из рис. 2а–2е, решения, полученные данным методом при увеличении параметров дискретизации ($N, M \rightarrow \infty$), сходятся к определенной кривой, т.е. грубое решение уточняется с уменьшением сетки. Численный анализ всех вариантов схем деформирования обтяжкой для крупной сетки совпадает с полученными результатами.

Остаточная конфигурация панели после деформирования обтяжкой по вычисленному оптимальному закону по двум критериям для сетки $N = M = 10$ практически совпадает и представлена на рис. 3 (края панели обрезаны).

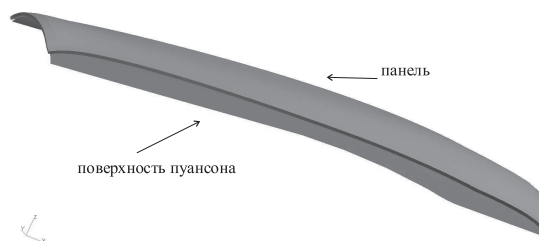


Рис. 3. Панель после обтяжки и разгрузки в сравнении с поверхностью пуансона

Сравнения времени работы последовательного и параллельного алгоритмов

Число машин	T_m , с	S_m	E_m
1	25309	—	—
2	15097	1,68	0,84

В силу большого объема вычислений однотипных времязатратных задач разработан алгоритм параллельного конечно-элементного анализа на кластере вычислительных машин. Возможности MSC.Marc позволяют выполнять распределенные расчеты каждой задачи [16], но здесь выбран вариант, при котором задача решается только на одной из машин для каждого набора (15) построенного метода. Удаленная связь устанавливается с помощью протокола распределенной модели COM (Distributed COM), который использует удаленный вызов процедур (Remote Procedure Call) для передачи информации между машинами. Вычислительный кластер состоит из двух высокопроизводительных ноутбуков на базе процессора Intel Core i5-8300 с оперативной памятью 8Gb. Для сравнения времени работы последовательного и параллельного алгоритмов были вычислены коэффициенты ускорения $S_m = \frac{T_1}{T_m}$ и эффективности $E_m = \frac{S_m}{m}$ (T_m — время параллельного алгоритма на кластере из m рабочих станций, равное времени счета и накладных расходов на подготовку и пересылку данных, T_1 — время выполнения последовательного алгоритма на одной машине, см. таблицу).

Фактические значения времени расчета свидетельствуют о перспективности увеличения вычислительных узлов данного кластера.

4. Заключение. В рассмотренном методе исходная задача сводится к последовательности вспомогательных более простых задач минимизации. Данный метод уменьшает объем вычислений по сравнению с простым перебором всевозможных путей деформирования, так как в процессе расчета неоптимальные траектории исключаются. Так, по предложенному алгоритму для $N = M = 3$ требуется провести $9 \times 3 = 27$ выборов для нахождения оптимального пути, а общее количество путей от начальной точки 0

до конечной B по отрезкам будет составлять 63 варианта.

Разработанный численный метод, реализованный в САЕ-системе, позволяет учитывать сложную геометрию модели, свойства материала и дает возможность еще на стадии подготовки производства оптимизировать параметры формообразования для сокращения цикла отработки технологического процесса.

Как видно из результатов, предварительное растяжение в кинематической схеме формообразования обтяжкой, как предлагалось в [3, 4], не будет оптимальным по данным критериям. Предложенный метод может быть модифицирован за счет выбора другой сетки, учитывающей немонотонность траектории перемещения, введения новых критериев оптимальности и/или ограничений на утончение, учета дополнительных процессов в обтяжке, например термообработки.

Работа выполнена при финансовой поддержке совета по грантам Президента РФ (МД-4117.2018.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Молод М.В. Управление процессом формообразования обшивок на оборудовании с ЧПУ // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. 7, № 12. 62–64.
2. Бельх С.В., Кривенок А.А., Мироненко В.В., Мишагин В.А. Определение положения пуансона в рабочем пространстве обтяжного прессы FET в процессе технологической подготовки производства // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2013. № 12. 36–40.
3. Михеев В.А., Гречников Ф.В., Дементьев С.Г., Самохвалов В.П., Савин Д.В., Сурудин С.В. Моделирование кинематической схемы последовательной обтяжки оболочек двояковыпуклой формы на обтяжном прессе FEKD // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. 16, № 6. 172–179.
4. Михеев В.А., Клочков Ю.С., Кузина А.А., Гречникова А.Ф., Савин Д.В. Выбор кинематической схемы формообразования обтяжкой обводообразующих оболочек сложной пространственной формы // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2012. № 5. 239–245.
5. Колесников А.В., Мироненко В.В., Чеславская А.А., Шмаков А.К. Оптимизация технологических процессов изготовления деталей из листа средствами виртуального технологического моделирования // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2013. № 12. 73–77.
6. Крупский Р.Ф., Кривенок А.А., Станкевич А.В., Бельх С.В., Мироненко В.В. Моделирование кинематики движения рабочих элементов обтяжного прессы FET // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2014. № 9. 40–44.
7. Мироненко В.В., Чеславская А.А., Бельх С.В. Моделирование обтяжки летательных аппаратов с учетом эффектов, возникающих в зонах зажатия губками // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2014. 1, № 2. 13–18.
8. Peng J., Li W., Han J., Wan M., Meng B. Kinetic locus design for longitudinal stretch forming of aircraft skin components // Int. J. Adv. Manuf. Technol. 2016. 86, N 9–12. 3571–3582.
9. Kurukuri S., Miroux A., Wisselink H., van den Boogaard T. Simulation of stretch forming with intermediate heat treatments of aircraft skins // Int. J. Mater. Form. 2011. 4, N 2. 129–140.
10. Бормотин К.С., Вин Аунг. Метод решения обратной задачи в процессе обтяжки панели // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2018. № 3. 48–58.
11. Бормотин К.С. Метод решения обратных задач неупругого деформирования тонкостенных панелей // Вычислительные методы и программирование. 2017. 18. 359–370.
12. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005.
13. Wriggers P. Computational contact mechanics. Heidelberg: Springer, 2006.
14. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
15. Bathe K.-J. Finite element procedures. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1982.
16. Marc 2016. Vol. A: Theory and User Information, MSC.Software Corporation (<http://www.mssoftware.com/product/marc>).
17. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002.
18. Мoiseев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: Наука, 1975.
19. Бормотин К.С., Вин Аунг. Метод динамического программирования в задачах оптимального деформирования панели в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. 2018. 19. 470–478.

Поступила в редакцию
19.07.2019

A Numerical Method of Optimizing the Stretch Forming Process for the Production of Panels

K. S. Bormotin¹ and Win Aung²

¹ *Komsomol'sk-na-Amure State University, Computer Design of Machine-Building Technologies and Equipment School; prospekt Lenina 27, Komsomol'sk-na-Amure, 681013, Russia; Dr. Sci., Professor, e-mail: cvmi@knastu.ru*

² *Komsomol'sk-na-Amure State University, Faculty of Computer Technologies; prospekt Lenina 27, Komsomol'sk-na-Amure, 681013, Russia; Graduate Student, e-mail: cvmi@knastu.ru*

Received July 19, 2019

Abstract: We analyze the stretch-forming technology using a press to manufacture the double-curvature shells. The automated shaping of parts requires the development of a control program and an electronic model of a punch. The quality of the part obtained depends on the accuracy of the calculated and manufactured tools that specify the anticipated shape of the panel and on the deformation path of the sheet. Under the condition of a given tooling, an optimal control problem is formulated to find the best trajectory of movement of the clamps in the equipment. Some criteria for deformation optimization processes are introduced to ensure a minimum damage and maximum residual deformations. The calculation of the criteria is performed with the aid of modeling and analyzing the panel nonlinear deformation with contact constraints by the finite element method. The problems of inelastic deformation are solved by the finite element method. A discrete optimal control problem is formulated and solved by the methods of dynamic programming. The algorithms are implemented using the MSC.Marc package and allow us to calculate the optimal parameters of the stretch-forming press in serial and parallel modes. The obtained numerical results show the efficiency of parallel implementations on a cluster of computers.

Keywords: elasticity, plasticity, stretch-forming, variational principles, finite element method, damage, discrete optimal control problem, dynamic programming method.

References

1. M. V. Molod, "Control of a Shell-Forming Process Using the NC-Machining Technique," *Vestn. Voronezh Gos. Tekh. Univ.* **7** (12), 62–64 (2011).
2. S. V. Belykh, A. A. Krivenok, V. V. Mironenko, and V. A. Mishagin, "Stretch Die Position Determination in Fet-Type Sheet Stretch Press Workspace during Preproduction Engineering," *Vestn. Irkutsk Gos. Tekh. Univ.*, No. 12, 36–40 (2013).
3. V. A. Miheev, F. V. Grechnikov, S. G. Dementyev, et al., "Simulation of Kinematic Scheme Serial of Shells Stretch-Forming Double-Convex Form on Stretch-Forming Press FEKD," *Izv. Samara Nauch. Tsentra Ross. Akad. Nauk* **16** (6), 172–179 (2014).
4. V. A. Miheev, Y. S. Klochkov, A. A. Kuzina, et al., "The Choice of the Kinematic Forming Scheme by Stretch Forming of Contour Shells of Complex Spatial Shape," *Vestn. Samara Gos. Aerokosm. Univ.*, No. 5, 239–245 (2012).
5. A. V. Kolesnikov, V. V. Mironenko, A. A. Cheslavskaya, and A. K. Shmakov, "Optimization of Technological Processes of Manufacturing Parts from Sheets by Virtual Technological Simulation Tools," *Vestn. Irkutsk Gos. Tekh. Univ.*, No. 12, 73–77 (2013).
6. R. F. Krupskiy, A. A. Krivenok, A. V. Stankevich, et al., "Modeling Motion Kinematics of FET Stretch Forming Press Working Elements," *Vestn. Irkutsk Gos. Tekh. Univ.*, No. 9, 40–44 (2014).
7. V. V. Mironenko, A. A. Cheslavskaya, and S. V. Belykh, "Simulation of Stretch-Forming of Airborne Vehicle Skin with Regard to the Effects Arising in the Zones of the Workpiece Blank Clamping by Jaws," *Uchen. Zap. Komsomolsk-on-Amur Gos. Tekh. Univ.* **1** (2), 13–18 (2014).
8. J. Peng, W. Li, J. Han, et al., "Kinetic Locus Design for Longitudinal Stretch Forming of Aircraft Skin Components," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* **86** (9–12), 3571–3582 (2016).
9. S. Kurukuri, A. Miroux, H. Wisselink, and T. van den Boogaard, "Simulation of Stretch Forming with Intermediate Heat Treatments of Aircraft Skins," *Int. J. Mater. Form.* **4** (2), 129–140 (2011).
10. K. S. Bormotin and Win Aung, "Method of Solving the Inverse Problem in the Process of Panel Stretch-Forming," *Vestn. Chuvash Gos. Univ., Ser. Mekh.*, No. 3, 48–58 (2018).
11. K. S. Bormotin, "A Method for Solving Inverse Problems of Inelastic Deformation of Thin-Walled Panels," *Vychisl. Metody Programm.* **18**, 359–370 (2017).
12. V. P. Radchenko and M. N. Saushkin, *Creep and Relaxation of Residual Stresses in Hardened Structures* (Mashinostroenie-1, Moscow, 2005) [in Russian].

13. P. Wriggers, *Computational Contact Mechanics* (Springer, Heidelberg, 2006).
14. S. N. Korobeinikov, *Nonlinear Deformation of Solids* (Izd. Ross. Akad. Nauk, Novosibirsk, 2000) [in Russian].
15. K.-J. Bathe, *Finite Element Procedures* (Prentice Hall, Upper Saddle River, 1982).
16. Marc 2016, Vol. A: Theory and User Information, MSC.Software Corporation.
<http://www.mssoftware.com/product/marc>. Cited September 30, 2019.
17. F. P. Vasil'ev, *Methods of Optimization* (Faktorial Press, Moscow, 2002) [in Russian].
18. N. N. Moiseev, *Elements of the Theory of Optimal Systems* (Nauka, Moscow, 1975) [in Russian].
19. K. S. Bormotin and Win Aung, "A Method of Dynamic Programming in the Problems of Optimal Panel Deformation in the Creep Mode," *Vychisl. Metody Programm.* **19**, 470–478 (2018).