

УДК 532.529

doi 10.26089/NumMet.v20r322

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ РАЗРЫВОВ В СВЕРХЗВУКОВЫХ ПОТОКАХ

П. В. Булат¹, К. Н. Волков²

Рассматриваются подходы к выделению особенностей газодинамических полей, полученных при помощи методов сквозного счета. Для определения положения и типа разрыва из численного решения привлекаются идеи и методы цифровой обработки изображений, в частности методы выделения контуров объектов, основанные на разрывах яркости изображения. Для классификации газодинамических разрывов (нормальные ударные волны, косые ударные волны, тангенциальные разрывы, контактные разрывы) используются условия динамической совместности. Разработанный подход применим к результатам расчетов, полученных любым методом сквозного счета, облегчая и ускоряя обработку результатов численного моделирования, а также повышая объективность интерпретации полученных результатов. Приводятся примеры визуализации газодинамических разрывов, возникающих при дифракции и рефракции ударных волн.

Ключевые слова: научная визуализация, вычислительная газовая динамика, течение, ударная волна, контактный разрыв, дифракция, рефракция.

1. Введение. Газодинамические разрывы представляют собой некоторую идеализацию области с резким изменением параметров, заменяя ее линиями или поверхностями, на которых газодинамические переменные изменяются скачком [1]. В сверхзвуковых течениях возникают разрывы нулевого порядка (центр волны разрежения/сжатия, скачок уплотнения и поверхность скольжения), на которых терпят разрыв газодинамические параметры течения, а также разрывы первого порядка, называемые слабыми разрывами (разрывные характеристики, слабые тангенциальные разрывы), на которых терпят разрыв первые производные газодинамических переменных. Отличие волн от разрывов заключается в том, что волны имеют конечную ширину и занимают область изменения газодинамических переменных, заключенную между передним и задним фронтами волны.

Разностные методы с выделением разрывов (shock-fitting method) основаны на прямом выделении или улавливании разрывов искомым функциям, возникающим в численном решении. В случае течений со сложными взаимодействиями газодинамических разрывов, возникающих и исчезающих с течением времени, вычислительный алгоритм значительно усложняется.

При использовании методов сквозного счета (shock capturing scheme) возникает необходимость выделения скачков уплотнения и контактных разрывов [2, 3]. Одним из способов выделения этих особенностей является расчет первых и вторых производных плотности и выделение областей максимумов этих величин [4–6]. Достоинства и недостатки различных подходов осуждаются в работе [6], а их возможности для визуализации различных сверхзвуковых потоков демонстрируются в работах [7–10].

Решения прикладных задач газовой динамики представляются многомерными объемами данных, имеющими размерность более чем три измерения. Эти массивы нуждаются в обработке и визуальном представлении для их последующего анализа и выявления внутренних взаимосвязей между определяющими параметрами.

Функция, соответствующая какому-либо параметру течения, например плотности, рассматривается как интенсивность изображения, а значения этой функции в каждой точке — как элементы изображения (пиксели). В каждой точке используется детектор перепадов яркости и вычисляются дискретные свертки данного окна изображения [5] (edge detection technique). Затем вычисляется среднее значение градиента по всему расчетному полю и выбираются те точки, в которых градиент превышает среднее значение.

¹ Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д. Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; зав. лабораторией, e-mail: pavelbulat@mail.ru

² Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д. Ф. Устинова, факультет ракетно-космической техники, 1-я Красноармейская ул., д. 1, 190005, Санкт-Петербург; вед. науч. сотр., e-mail: dsci@mail.ru

Низкой пространственной частоте сигнала соответствуют визуально однородные области с плавными изменениями яркости, а высокой пространственной частоте — неоднородные участки с резкими изменениями яркости.

В численном решении разрывы размазываются, поэтому в множество точек разрыва попадают не только пиксели истинных перепадов яркости изображения, но и близлежащие точки [11, 15]. Для их исключения применяется метод подавления немаксимумов [12], в котором исключается конкуренция между собой соседних точек, расположенных вдоль перепада яркости. Ряд подходов к выделению (определению положения разрыва) и классификации (определению типа разрыва) газодинамических разрывов из результатов численного моделирования предлагается в работе [11].

В расчетах присутствуют эффекты, соответствующие разным масштабам, такие как разрывы разных интенсивностей, шумы разных частот и амплитуд, структуры, обусловленные типом и свойствами разностной схемы, и другие [13]. Перед решением задачи о выделении и классификации особенностей газодинамического поля решается задача о разложении исходных данных по уровням, когда на каждом уровне разложения остаются только структуры соответствующего масштаба. Переход от анализа исходного поля к анализу его вейвлет-разложения позволяет исключить часть шумовых эффектов, но приводит к проявлению слабых структур, соответствующих перегибам [14]. Эти структуры удаляются либо при помощи совместного анализа исходного поля и вейвлет-разложения, либо за счет использования корректора.

Для повышения наглядности результирующего образа методы визуализации газодинамических разрывов комбинируются с топологическими подходами, позволяющими выявить положение критических точек, линий отрыва и присоединения потока [3, 15, 16].

Возможности идентификации газодинамических разрывов при помощи цифровых методов обработки в существенной степени опираются на качество численных расчетов (порядок точности разностной схемы, разрешение сетки) и выбранных параметров для визуализации структуры потока. Вопросы, связанные с улучшением качества численного моделирования, являются предметом активных исследований в литературе, что привело к созданию огромного семейства численных методов и конечно-разностных схем. В то же время, выбору газодинамических переменных и влиянию этого выбора на обработку и визуализацию результатов численного моделирования уделяется меньшее внимание. В частности, опыт визуализации широкого спектра задач газовой динамики показывает, что выбор давления для визуализации тонких особенностей газодинамического поля является более предпочтительным, чем использование плотности [6]. Однако методы экспериментального исследования газодинамических полей (теневые картины, шпирен-образы) основаны на фиксации поля плотности и производных полей (например, поля градиента плотности), что накладывает определенный отпечаток на выбор переменных, используемых для визуализации в численных исследованиях.

В настоящей статье обсуждаются подходы к выделению газодинамических разрывов из результатов численных расчетов, полученных при помощи методов сквозного счета. Возможности подхода демонстрируются на примере моделирования дифракции ударной волны на плоском прямом угле и рефракции ударной волны на наклонном контактном разрыве. Приводятся примеры использования методов фильтрации и сегментации цифровых изображений для улучшения визуального представления и выделения контуров газодинамических разрывов. Результаты расчетов сравниваются с данными физического эксперимента, и делаются выводы о структуре формирующихся течений.

2. Классификация газодинамических разрывов. Имеются две основные группы признаков: газодинамические и кинематические, по которым производится классификация волн [17].

2.1. Газодинамические разрывы. Ударно-волновыми процессами называются процессы преобразования газодинамической системы, имеющей параметры f , в систему с параметрами \hat{f} , где f и \hat{f} — множества газодинамических переменных до и после разрыва [17]. Множества переменных, характеризующих параметры потока, содержат кинематические переменные (скорость, ускорение), термодинамические переменные (давление, плотность, температура), изменение энтропии, изменение энтальпии, а также теплофизические параметры (теплоемкость, показатель адиабаты, вязкость), которые могут изменяться в ходе ударно-волновых процессов.

Интенсивность ударно-волновых процессов, как правило, характеризуется отношением статических давлений $J = p_2/p_1$ после и до разрыва. Значения $J > 1$ характеризуют уплотнение потока, а значения $J < 1$ — его расширение (разрежение).

Отличие волн от разрывов заключается в том, что волны имеют конечную ширину и занимают область изменения газодинамических переменных от значений f до \hat{f} , заключенную между передним и задним фронтами волны.

Все волны и разрывы могут быть разделены на две большие группы [18]. В первую группу входят

контактные (поверхность, разделяющая среды с разной плотностью, но равным давлением и скоростью потока) и тангенциальные разрывы (поверхности скольжения, разделяющие потоки с равным давлением, но разной скоростью). Через такие поверхности газ не протекает, и они не могут считаться ударно-волновыми процессами. Остальные волны и разрывы называются нормальными.

2.2. Газодинамические признаки. По поведению энтропии волны делятся на два типа: изоэнтропные волны ($\Delta s = 0$) и газодинамические разрывы ($\Delta s \neq 0$). Появление газодинамических разрывов связано с моделированием областей течения с большими градиентами параметров с помощью математических разрывов первого рода. Анализ условий динамической совместности на разрывах показывает, что разрывы бывают двух родов: нормальные, через которые среда перетекает, и контактные, которые разделяют среды с различными свойствами без перетекания через поверхность разрыва.

К нормальным разрывам относятся ударные волны (D) и скачки уплотнения (σ), которые являются частным случаем ударных волн (стоячие волны) в сверхзвуковом потоке газа. Контактные разрывы представляют тангенциальные разрывы (τ) и энтропийные волны (K). Все изоэнтропные волны являются нормальными, поскольку через них среда перетекает.

Деление волн на классы осуществляет временной признак. Стационарные волны σ , τ и ω (волны Прандтля–Майера) не изменяют своего положения во времени, а волны Римана (R), ударные волны и энтропийные волны в общем случае являются бегущими. С точки зрения термодинамики, отличительными признаками этих классов волн служит поведение удельного полного теплосодержания на нормальных волнах: в нестационарных волнах оно изменяется ($\Delta h_0 \neq 0$), а в стационарных волнах — нет ($\Delta h_0 = 0$).

Изоэнтропные волны делятся на два вида в зависимости от величины интенсивности: значения $J > 1$ соответствуют волнам сжатия (ω_c и R_c), а значения $J < 1$ — волнам разрежения (ω_r и R_r). Поскольку $J > 1$ на волнах сжатия и ударных волнах, то волны ω_c , R_c и D называют волнами уплотнения. На контактных и слабых (ν) разрывах величина J равняется 1.

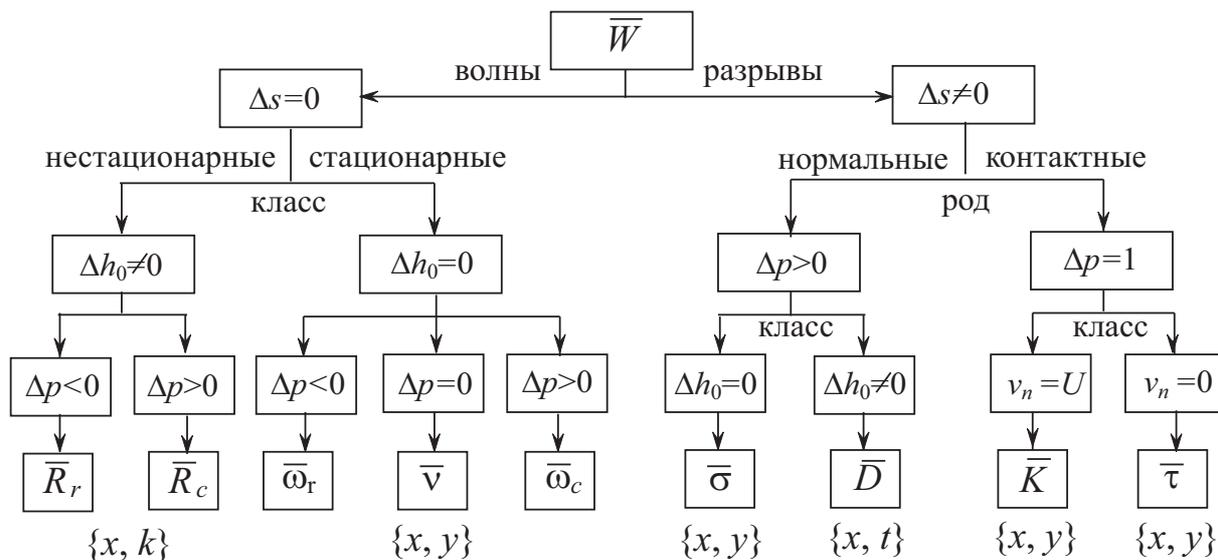


Рис. 1. Классификация разрывов по газодинамическому признаку

По газодинамическим признакам выделяется девять видов волн, приведенных на рис. 1 и в таблице, взятых из работы [17].

2.3. Кинематические признаки. По кинематическому признаку (направлению движения волны в потоке) выделяется два семейства нестационарных волн — спутные ($\chi = +1$) и встречные ($\chi = -1$). Передние фронты встречных R - и D -волн встречают частицы газа, а спутных — перегоняют их, распространяясь со звуковой (R -волны) или сверхзвуковой (D -волны) скоростью относительно частиц газа. Среди встречных ударных волн, распространяющихся навстречу сверхзвуковому потоку ($M > 1$), выделяются дрейфующие D -волны, в передние фронты которых входят частицы газа, но фронты сносятся вниз по потоку с небольшой скоростью. Частным случаем дрейфующей D -волны является прямой скачок уплотне-

Деление волн на классы по временному признаку

h_0	$\Delta s = 0$			$\Delta s \neq 0$		
	$J < 1$	$J = 1$	$J > 1$	$J < 1$	$J = 1$	$J > 1$
$\Delta h_0 = 0$	ω_r	ν	ω_c	—	—	σ
$\Delta h_0 \neq 0$	R_r	—	R_c	—	K, τ	D

ния (σ_m), который называется стоячей ударной волной. Передние фронты дрейфующих R -волн сносятся сверхзвуковым потоком и имеют отрицательную скорость ($v = u - a$).

Классификацию газодинамических волн по кинематическому признаку показывает рис. 2, взятый из работы [17].

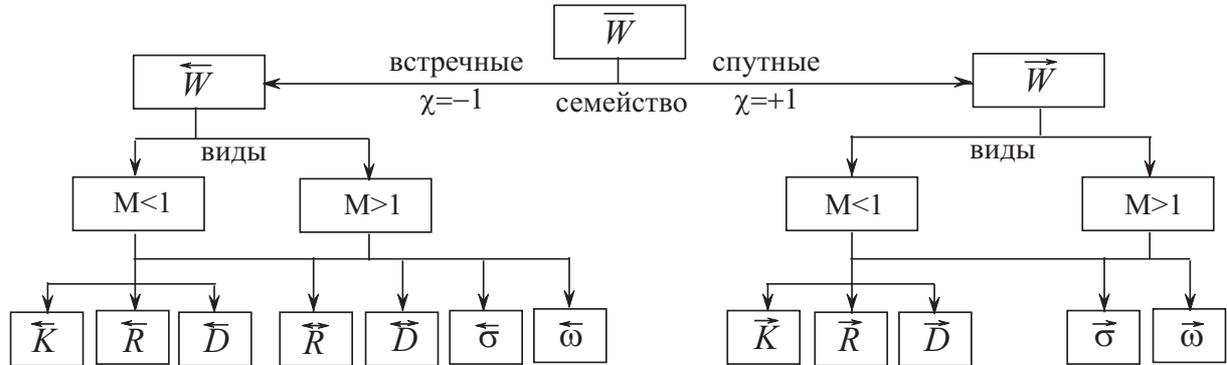


Рис. 2. Классификация разрывов по кинематическому признаку

2.4. Взаимодействие разрывов. Волны и разрывы могут взаимодействовать между собой. В задачах интерференции волн появляется дополнительный признак, по которому волны делятся на приходящие в точку (линию) взаимодействия и исходящие (уходящие) из нее [18]. В приходящих волнах возмущения направлены в точку взаимодействия, лежащую на фронте волны, а в исходящих — от нее. Следовательно, приходящие волны являются причиной интерференции, а исходящие — следствием.

Можно выделить три типа взаимодействия волн [18]:

- пересечение газодинамических разрывов (ударных волн и контактных разрывов) между собой;
- взаимодействие изоэнтропных волн Римана между собой;
- взаимодействие изоэнтропных волн с газодинамическими разрывами.

Кроме того, волны и разрывы могут взаимодействовать с твердыми поверхностями.

Контактные и тангенциальные разрывы между собой пересекаться не могут. Процесс взаимодействия ударной или изоэнтропной волны с контактным или тангенциальным разрывом называется рефракцией. Данный процесс сопровождается преломлением и отражением волн на контактном (тангенциальном) разрыве. Остальные случаи взаимодействия волн называются интерференцией.

3. Обработка исходных данных. В двумерном случае уравнение, описывающее нестационарное течение идеального сжимаемого газа, в консервативной форме имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0. \tag{1}$$

Вектор консервативных переменных \mathbf{U} и векторы потоков \mathbf{F} и \mathbf{G} имеют следующий вид:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ \rho u v \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v v + p \\ (e + p)v \end{pmatrix}.$$

Уравнение (1) дополняется уравнением состояния совершенного газа

$$p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon. \tag{2}$$

Полная энергия единицы объема находится из соотношения

$$e = \rho\varepsilon + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2).$$

Здесь ρ — плотность, u и v — компоненты скорости в координатных направлениях x и y , p — давление, e — полная энергия единицы объема, ε — удельная внутренняя энергия, γ — отношение удельных теплоемкостей.

Результатом численного решения краевой задачи для уравнения (1), дополненного уравнением состояния (2), в фиксированный момент времени являются двумерные массивы плотности, компонент скорости

и давления. Полученные распределения искомых функций используются для построения цифровых образов, представляющих собой распределения параметров потока в фиксированный момент времени (шаг 1). Предварительная обработка цифровых образов (шаг 2) заключается в применении процедуры сглаживания (smoothing), исключения шума (noise filtration), восстановлении (restoration). На заключительном этапе (шаг 3) проводится сегментация изображения.

Сглаживание позволяет уменьшить или исключить влияние нефизических осцилляций решения, возникающих при использовании некоторых конечно-разностных схем. В частности, процедура сглаживания заключается в вычислении свертки в каждой точке результирующего образа

$$\tilde{U}_{ij} = H * F(U_{ij}).$$

Под F понимается окно изображения (image window), соответствующее шаблону разностной схемы, центрированному относительно точки (i, j) и имеющему размер 3×3 . Гильда служит для обозначения вектора искомых функций после сглаживания. Индексы i и j используются для обозначения ячейки (контрольного объема) разностной сетки. Маска (smoothing mask) имеет вид [19]

$$H = \frac{1}{\varphi + 4} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & \varphi & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Постоянный положительный параметр φ подбирается эмпирическим путем.

Реализация процедуры восстановления цифрового образа требует использования ряда ограничений, накладываемых уравнениями сохранения массы, количества движения и энергии, и связанных с неотрицательностью плотности, давления и энергии, а также с условием невозрастания энтропии на фронте ударной волны.

Сегментация представляет собой процесс разделения цифрового изображения на составляющие части или объекты (группы пикселей, имеющие одинаковый цвет, текстуру или интенсивность). Результатом сегментации является набор областей, покрывающих вместе все изображение, и набор контуров, извлеченных из изображения. Метод разрывов яркости опирается на резкие изменения значений интенсивности, а метод подобия — на разделение изображения на области, подобные согласно ряду заранее определенных критериев.

4. Методы выделения границ. Границы объектов на изображении уменьшают количество данных, подлежащих обработке, сохраняя в то же время важную информацию о форме, размере и количестве объектов. Основная особенность техники обнаружения границ состоит в возможности извлечения точной линии с правильной ориентацией.

4.1. Основные подходы. Подвижные контактные границы на эйлеровых сетках либо выделяются явно как совокупность поверхностных ячеек или узлов, либо отслеживаются неявно с помощью некоей пространственной функции-идентификатора (например, контактная граница совпадает с линией определенного уровня этой функции или находится в области ее максимального градиента), значения которой сохраняются вдоль траекторий частиц среды. При явном выделении контактной границы в процессе расчета требуется дополнительно определять скорость перемещения узлов, составляющих эту границу. При неявном отслеживании контактной границы распределение функции-идентификатора определяется уравнением переноса с локальной скоростью среды.

Методы с явным выделением контактной границы, в которых она всегда остается четкой поверхностью раздела сред, характеризуются относительно высокой эффективностью, но при обобщении на многомерный случай или при изменении топологии границ их алгоритмы значительно усложняются.

В начальный момент времени функция-идентификатор может иметь близкий к ступенчатому профиль на границе контакта. В ходе расчетов вследствие численной диффузии этот профиль постепенно размывается и точное положение контактной границы становится неопределенным.

В случае необходимости (например, для визуализации) граница контакта определяется либо как область больших градиентов функции-идентификатора, либо как изоповерхность ее среднего значения. Обусловленная численной диффузией ширина переходной области может быть ограничена при использовании определенных подходов [20]. Методы с размыванием контактной границы являются с точки зрения описания ее положения менее точными, чем методы с четким определением ее положения, но в то же время они гораздо более просты в применении. Они легко обобщаются на многомерный случай и без дополнительных сложностей позволяют описывать контактные границы сложной топологии.

4.2. Детекторы границ. Изображение рассматривается как набор точек, а признаки объектов формируются на основе пространственного сочетания определенных значений яркости. Математические моде-

ли обработки и анализа изображения строятся в системе координат плоскости изображения, где яркостью пиксела является функция $f(x_1, x_2)$.

Одним из наиболее простых способов обнаружения границ является дифференцирование яркости, рассматриваемой как функция пространственных координат. Значения яркости $f(x_1, x_2)$, перпендикулярные к оси x_1 , обеспечивает взятие частной производной $\partial f/\partial x_1$, а значения яркости $f(x_1, x_2)$, перпендикулярные к оси x_2 , — взятие частной производной $\partial f/\partial x_2$. Наибольшее изменение функции происходит в направлении ее градиента

$$\nabla f(x_1, x_2) = \left\{ \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right\}.$$

Модуль градиента рассчитывается по формуле

$$|\nabla f(x_1, x_2)| = \left\{ \left[\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right]^2 + \left[\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right]^2 \right\}^{1/2}.$$

На практике используется приближенное вычисление градиента

$$|\nabla f(x_1, x_2)| = \left| \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right| + \left| \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right|.$$

Для увеличения быстродействия алгоритмов обработки цифровых изображений находит применение также другая приближенная формула

$$|\nabla f(x_1, x_2)| = \max \left\{ \left| \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right|, \left| \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right| \right\}.$$

Примеры использования некоторых операторов для визуализации сверхзвуковых течений с разрывами приводятся в работе [15].

4.3. Оператор Робертса. Фильтр Робертса (Roberts edge detector) использует для определения градиента яркости минимальное число пикселей [21]. Фильтр Робертса представляет собой нелинейную операцию двумерного дискретного дифференцирования с окном размером 2×2 . Маски свертки для оператора Робертса имеют вид

$$H_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Метод Робертса представляется наиболее простым и эффективным с вычислительной точки зрения. К его недостаткам относятся высокая чувствительность к шумам и ориентации границ областей, возможность появления разрывов в контуре и отсутствие явно выраженного центрального элемента.

4.4. Оператор Собела. Фильтр Собела (Sobel edge detector) представляет собой нелинейную операцию дискретного пространственного дифференцирования с окном размера 3×3 . Маски свертки для оператора Собела имеют вид [21]

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В операторе Собела используется весовой коэффициент 2 для средних элементов, что позволяет уменьшить эффект сглаживания за счет придания большего веса средним точкам.

4.5. Лапласиан гауссиана. Лапласиан гауссиана (Laplacian of Gaussian, LoG) относится к высокочастотным фильтрам, но, в отличие от фильтра Лапласа, выделяет более резкие перепады. На первом шаге производится сглаживание изображения при помощи фильтра Гаусса, а затем вычисляется функция Лапласа, что приводит к образованию двойных контуров. При этом $\nabla^2(f * G) = f * \nabla^2 G$, причем [22]

$$\nabla^2 G(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} G(x, y).$$

Параметр σ задает среднеквадратическое отклонение распределения Гаусса, которое используется при формировании маски.

4.6. Метод функции уровня. Для распознавания и извлечения контактных разрывов находит применение метод функции уровня (level-set method) [24]. Функция уровня удовлетворяет уравнению переноса, которое по форме совпадает с уравнением переноса вихря скорости, имеет нулевой уровень на

интерфейсе и противоположные по знаку значения в областях по разные стороны от разрыва, что позволяет описывать изменение положения интерфейса. Условие на контактном разрыве $\zeta(t) = 0$ позволяет отслеживать его положение во времени (слева и справа от разрыва полагается, что $\zeta = \pm 1$).

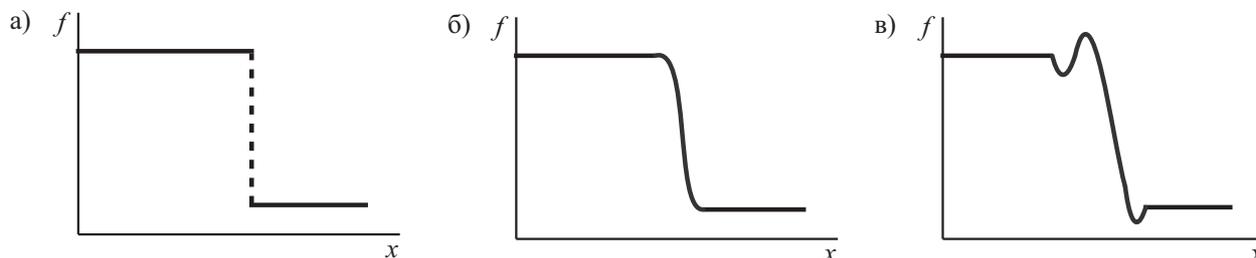


Рис. 3. Вид газодинамического разрыва: идеальный ступенчатый перепад функции (а); разрыв, полученный в результате численного решения (б); разрыв, полученный в результате численного решения по немонотонной схеме (в)

5. Выделение разрывов. При использовании методов сквозного счета разрывы решения размываются, причем размер области размывания по нормали к поверхности разрыва составляет несколько ячеек сетки (рис. 3). Некоторые разностные схемы являются немонотонными, приводя к возникновению нефизических осцилляций решения. Такой вид решения затрудняет интерпретацию полученных результатов, поскольку точность численного моделирования зависит от того, с какой точностью передается поведение ее разрывов [21]. Процедура выделения разрывов следует работам [4, 11].

Рассмотрим функцию $f(x_1, x_2)$, соответствующую какому-либо параметру течения, например плотности или давлению, на сетке из $M_1 \times M_2$ узлов, как яркость изображения s . Значения элементов маски являются постоянными, а маска рассматривается как функция $g(s_1, s_2)$, где s_1 и s_2 — пространственные координаты маски. Для непрерывных функций новое значения пиксела находится как результат операции свертки

$$F(x_1, x_2) = \int_s \int_t f(x_1 - s_1, x_2 - s_2)g(s_1, s_2) ds_1 ds_2,$$

где $g(s_1, s_2)$ — ядро свертки (kernel of convolution). Фильтры обычно записываются как свертка с маской H ($F = f * H$), где H обозначает матрицу размером $(2m_1 + 1) \times (2m_2 + 1)$, описывающую конкретные значения функции g . На практике употребляются маски размером 3×3 ($m_1 = m_2 = 1$), 5×5 ($m_1 = m_2 = 2$) и 7×7 ($m_1 = m_2 = 7$).

В каждой точке (i, j) воспользуемся детектором перепадов Собела для окна изображения 3×3 , окно которого имеет вид

$$F_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} f_{i-1,j-1} & f_{i,j+1} & f_{i+1,j+1} \\ f_{i-1,j} & f_{i,j} & f_{i+1,j} \\ f_{i-1,j-1} & f_{i,j-1} & f_{i+1,j-1} \end{pmatrix}.$$

Используя шаги сетки по координатным направлениям x_1 и x_2 , вычислим дискретные свертки данного окна изображения с масками H_1 и H_2 , что дает

$$S_1 = H_1 * F, \quad S_2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right) H_1 * F.$$

В разностном виде имеем

$$S_1 = (f_{i-1,j+1} + 2f_{i,j+1} + f_{i+1,j+1}) - (f_{i-1,j-1} + 2f_{i,j-1} + f_{i+1,j-1});$$

$$S_2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right) [(f_{i+1,j+1} + 2f_{i+1,j} + f_{i+1,j-1}) - (f_{i-1,j+1} + 2f_{i-1,j} + f_{i-1,j-1})].$$

Под h_1 и h_2 понимаются шаги разностной сетки в координатных направлениях x_1 и x_2 .

Величина градиента функции f в точке (i, j) находится из соотношения

$$g_{i,j} = \frac{1}{8h_2} (S_1^2 + S_2^2)^{1/2}.$$

Для простоты вычислений также полагается, что $g_{i,j} = |S_1| + |S_2|$. Ориентация градиента в центре ячейки (i, j) определяется углом

$$\alpha_{i,j} = \operatorname{arctg} \left(\frac{S_1}{S_2} \right).$$

На шаге 1 рассчитывается величина градиента $g_{i,j}$ и его ориентация $\alpha_{i,j}$ во всех точках (i, j) , формирующих изображение.

На шаге 2 вычисляется среднее значение градиента по всему расчетному полю

$$T = \frac{1}{M_1 M_2} \sum_{i,j} g_{i,j}.$$

Из множества всех точек ($i = 1, \dots, M_1$ и $j = 1, \dots, M_2$) выбираются те точки, в которых градиент превышает среднее значение ($g_{i,j} > T$). Полученное множество точек обозначается через N_1 . Итерационный вариант данного шага реализуется в работе [11].

Поскольку при решении по схеме сквозного счета разрывы размазываются, то в множество N_1 попадают не только пиксели истинных перепадов, но и близлежащие пиксели. Для их исключения на шаге 3 применяется метод подавления немаксимумов [12] (non-maximum suppression method), который исключает конкуренцию между собой соседних точек, расположенных вдоль перепада яркости. Принимая во внимание, что $\alpha_{i,j}$ определяет направление, нормальное к поверхности разрыва, определим две соседние с ячейкой (i, j) ячейки (i_1, j_1) и (i_2, j_2) , задающие ближайшее к этой нормали направление и находящиеся по разные стороны от поверхности разрыва. Обозначим $A = p/\rho^\gamma$. При этом, если $A_1 < A_2$, то (i_1, j_1) и (i_2, j_2) меняются местами (такое упорядочивание, отвечающее закону неубывания энтропии на скачке уплотнения, используется на этапе классификации разрывов). Из точек множества N_1 оставляются такие, в которых одновременно выполняются условия $g_{i,j} > g_{i_1,j_1}$ и $g_{i,j} > g_{i_2,j_2}$. Полученное множество точек обозначается через N_2 . Такой подход позволяет исключить из рассмотрения точки, лежащие на поверхности разрыва.

На практике значение $\alpha_{i,j}$ аппроксимируется одним из восьми направлений из центра пиксела (i, j) на центры соседних ячеек, а углы $\alpha_{i,j} < 0$ заменяются на $2\pi + \alpha_{i,j}$.

Рассмотрим максимальную разность между значениями углов, характеризующих направления на центры соседних ячеек

$$\Delta\alpha = \max \left\{ \operatorname{arctg} \left(\frac{h_2}{h_1} \right), \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) \right\}.$$

Для сохранения свойства линейной протяженности перепада исключим изолированные выбросы интенсивности изображения. Из точек множества N_2 оставляются те, в которых одновременно выполняются условия

$$|\alpha_{i_1,j_1} - \alpha_{i,j}| < \Delta\alpha, \quad |\alpha_{i_2,j_2} - \alpha_{i,j}| < \Delta\alpha.$$

На шаге 4 поиск изолированных особенностей осуществляется при помощи рассмотрения круговой окрестности каждой точки с радиусом

$$R = \vartheta (h_1^2 + h_2^2)^{1/2}.$$

Точка удаляется из множества в том случае, если в этой окрестности нет других точек перепада яркости [11] (обычно используется значение $\vartheta = 1.5$). Множество оставшихся точек обозначается через N_3 .

6. Условия динамической совместности и их реализация. Наряду с положением разрыва необходимо определить его тип, извлекая не только геометрическую, но и физическую информацию. Распознавание типа разрыва основывается на сходстве образов, принадлежащих к одному и тому же классу, и на различии между образами, принадлежащим к различным классам [21].

На любом газодинамическом разрыве выполняются условия динамической совместности, представляющие собой интегральные уравнения сохранения массы, количества движения и энергии, которые связывают параметры потока до и после разрыва [1]. Обозначая через $[f] = f_1 - f_2$ скачок искомой функции на разрыве (индексы 1 и 2 соответствуют состоянию потока до и после от разрыва), запишем условия динамической совместности в виде

$$[\rho(u_n - D)u_\tau] = 0; \tag{3}$$

$$[\rho]D - [\rho u_n] = 0; \tag{4}$$

$$[\rho u_n]D - [p + \rho u_n^2] = 0; \tag{5}$$

$$[\rho(u_n - D)(e + p/\rho + u_\tau^2)] = 0. \tag{6}$$

Здесь ρ — плотность, p — давление, e — удельная внутренняя энергия. Вектор скорости имеет нормальную и тангенциальную компоненты $\mathbf{u} = \{u_\tau, u_n\}$. Под D понимается скорость разрыва, а относительная скорость находится как $u_\tau = u - D$. При $D = 0$ условия (3)–(6) соответствуют условиям Рэнкина–Гюгонио на скачке уплотнения [1].

Соотношения (3)–(6) выполняются как в области непрерывного течения (например, на волнах разрежения и волнах сжатия), так и на ударных волнах.

На ударных волнах существует поток вещества через разрыв, поэтому $[\rho(u_n - D)] = J \neq 0$, а разрыв тангенциальной скорости отсутствует: $[u_\tau] = 0$. Согласно теореме Цемплена, запрещающей появление скачков разрежения в идеальном газе, выполняется неравенство $[u_n] > 0$.

На ударной волне выполняется условие $\left[e + p/\rho + \frac{1}{2}(u_n - D)^2 \right] = 0$. При $[u_\tau] = 0$ имеется нормальная, а при $[u_\tau] \neq 0$ — косая ударная волна.

На контактном разрыве нет потока газа через поверхность разрыва ($J = 0$). При этом скачок статического давления отсутствует ($[p] = 0$) и выполняются условия $[\rho]^2 + [e]^2 \neq 0$ и $[u_n] = 0$. В случае чисто контактного разрыва выполняется соотношение $[u_\tau] = 0$, а в случае тангенциального разрыва — $[u_\tau] \neq 0$.

Точки разрыва (x_i, y_j) являются объектами, подлежащими классификации. В каждой точке множества N_3 вычислим выражения для параметров a_k , где $k = 1, \dots, 7$, которые представляют собой дискретные аналоги признаков типов разрывов. Под Δt понимается шаг по времени.

1. Признак 1:

$$a_1(i, j) = 1 - \text{sign} \left(\frac{\partial u_n}{\partial n} \right)_{ij}. \tag{7}$$

В зоне размазанной ударной волны и в зоне волны сжатия выполняется условие $u_{n2} - u_{n1} < 0$ или $\partial u_n / \partial n < 0$ (предполагается, что параметры потока являются непрерывными в области, занимаемой разрывом). Производная $\partial u_n / \partial n$ в (7) находится из соотношения

$$\left(\frac{\partial u_n}{\partial n} \right)_{ij} = \left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)_{ij} \cos \alpha_{ij} + \left(\frac{\partial u_n}{\partial y} \right)_{ij} \sin \alpha_{ij},$$

где

$$\left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)_{ij} = \frac{1}{2h_1} H_1 * F_{2 \times 2}(u_n, i, j), \quad \left(\frac{\partial u_n}{\partial y} \right)_{ij} = \frac{1}{2h_2} H_2 * F_{2 \times 2}(u_n, i, j).$$

Под α_{ij} понимается угол между нормалью к поверхности разрыва в точке $(x_{i,j}, y_{i,j})$ и положительным направлением оси x . Маски оператора имеют вид (Mero–Vassy mask)

$$H_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Окно изображения 2×2 имеет вид

$$F_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} f_{i,j+1} & f_{i+1,j+1} \\ f_{i,j} & f_{i+1,j} \end{pmatrix}.$$

Другой подход заключается в использовании односторонних конечно-разностных формул

$$\left(\frac{\partial u_n}{\partial x} \right)_{ij} = \frac{1}{h_1} [(u_n)_{i+1,j} - (u_n)_{i,j}], \quad \left(\frac{\partial u_n}{\partial y} \right)_{ij} = \frac{1}{h_2} [(u_n)_{i,j+1} - (u_n)_{i,j}].$$

Здесь $u_n = u \cos \alpha + v \sin \alpha$.

2. Признак 2:

$$a_2(i, j) = \text{sign} [\bar{\rho}_{ij}] + \text{sign} [\bar{\varepsilon}_{ij}]. \tag{8}$$

На ударной волне $\text{sign} [\bar{\rho}] + \text{sign} [\bar{\varepsilon}] = 2$, а на контактном разрыве $\text{sign} [\bar{\rho}] + \text{sign} [\bar{\varepsilon}] = 0$, где $\varepsilon = p / [\rho(\gamma - 1)]$. Черта в соотношении (8) используется для обозначения осредненных параметров

$$\bar{f}_{ij} = H * F_{2 \times 2}(i, j), \quad \text{где} \quad H = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ситуации $\text{sign} [\bar{\rho}_{ij}] = 0$ и $\text{sign} [\bar{\varepsilon}_{ij}] = 0$ исключаются на этапе сегментации.

3. Признак 3:

$$a_3(i, j) = \frac{b_3(i, j)}{B_3}, \quad \text{где } b_3(i, j) = \frac{h_1}{\bar{p}_{i,j}} \left| \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{i,j}^{-1}, \quad B_3 = \max_{i,j \in N_3} b_3. \quad (9)$$

Давление на фронте ударной волны терпит разрыв, а на контактном разрыве остается непрерывным. Давление $\bar{p}_{i,j}$ в точке (i, j) в соотношении (9) вычисляется при помощи осреднения по 4 соседним точкам. Для расчета производной используется оператор Собела

$$\left| \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{i,j}^{-1} = \frac{1}{8} \left\{ [H_1 * F(p)] \frac{h_1}{h_2} \sin \alpha_{i,j} + [H_2 * F(p)] \cos \alpha_{i,j} \right\},$$

где $F(p)$ — окно изображения 3×3 .

4. Признак 4:

$$a_4(i, j) = \frac{b_4(i, j)}{B_4}, \quad \text{где } b_4(i, j) = \Delta t \left| \frac{\partial u_n}{\partial n} \right|_{ij}, \quad B_4 = \max_{i,j \in N_3} b_4. \quad (10)$$

Нормальная скорость на фронте ударной волны терпит разрыв, но остается непрерывной на контактном разрыве.

5. Признак 5:

$$a_5(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{если } |A_1 - A_2| / \max(A_1, A_2) > \delta_1, \\ 0, & \text{если } |A_1 - A_2| / \max(A_1, A_2) \leq \delta_1. \end{cases} \quad (11)$$

Условие (11) позволяет отличить точки разрыва от точек, принадлежащих подобластям непрерывного течения (например, волнам сжатия). На фронте ударной волны и на контактном разрыве конечной интенсивности получим $|A_1 - A_2| = O(1)$. В области непрерывного течения имеем $|A_1 - A_2| = O(\Delta n)$, где Δn — расстояние между точками (i_1, j_1) и (i_2, j_2) . Для квадратной сетки $h_1 = h_2 = h$, поэтому $\Delta n \leq 2\sqrt{2}h$.

6. Признак 6:

$$a_6(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\Delta t / \Delta x_1) |u_{\tau 1} - u_{\tau 2}| > \delta_2, \\ 0, & \text{если } (\Delta t / \Delta x_1) |u_{\tau 1} - u_{\tau 2}| \leq \delta_2. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $u_\tau = v \cos \alpha - u \sin \alpha$. Условие (12) позволяет отличить чисто контактные разрывы от тангенциальных разрывов.

7. Признак 7:

$$a_7(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\Delta t / h_1) (|u_{\tau 1}| - |u_{\tau 2}|) > \delta_3, \\ 0, & \text{если } (\Delta t / h_1) (|u_{\tau 1}| - |u_{\tau 2}|) \leq \delta_3. \end{cases} \quad (13)$$

Условие (13) позволяет отличить прямые ударные волны от косых ударных волн.

В соотношениях (11)–(13) δ_1 , δ_2 и δ_3 — некоторые задаваемые положительные константы. В соответствии с рекомендациями работы [11], для многих задач подходят значения $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0.01$.

Для классификации по минимуму расстояния (minimum distance method) вводятся классы [11]: C_1 — нормальные ударные волны, C_2 — косые ударные волны, C_3 — тангенциальные разрывы, C_4 — чисто контактные разрывы, C_5 — волны сжатия, C_6 — волны разрежения, C_7 — другие подобласти непрерывного течения. Общие свойства классов C_1 и C_2 позволяют объединить их в класс более высокого уровня, точно так же как и классы C_3 и C_4 объединяются в более крупный класс. Классы C_5 , C_6 и C_7 относятся к областям непрерывного течения, что позволяет их тоже отнести к классу более высокого уровня. Задаются эталонные векторы классов (для одного класса может быть несколько эталонных векторов)

$$z_k = \{z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7\}_k.$$

Точка (i, j) принадлежит классу C_{k_0} , если

$$\text{dist}(\bar{a}_{ij}, \bar{z}_{k_0}) = \min_k (\bar{a}_{ij}, \bar{z}_k),$$

где $\bar{a} = (a_1, \dots, a_7)_{ij}$. Расстояние в семимерном пространстве признаков находится из соотношения

$$\text{dist}^2 = \sum_{m=1}^7 (a_m - z_m)^2.$$

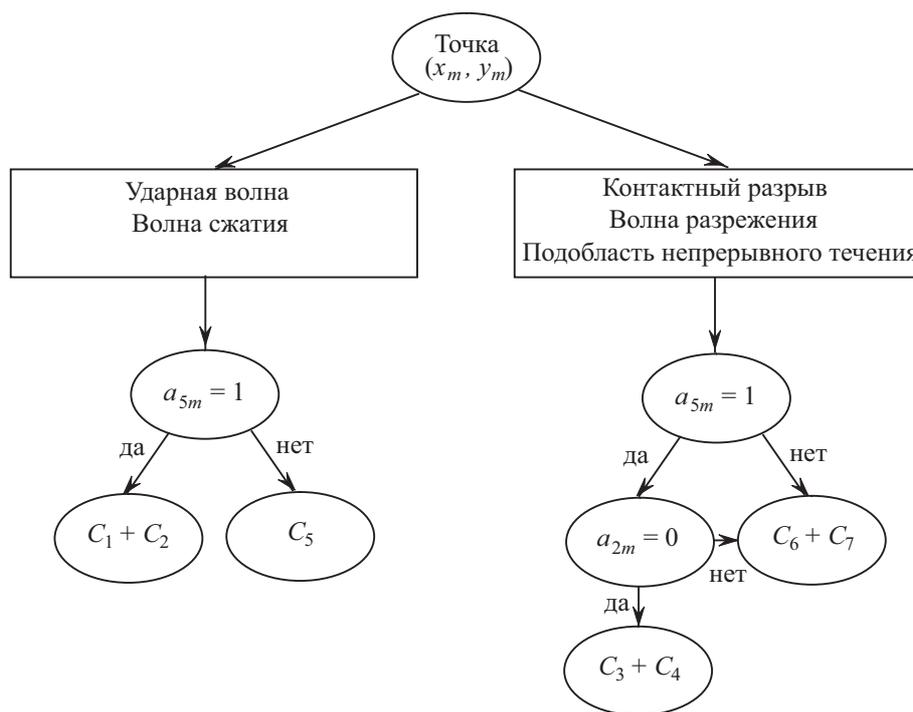


Рис. 4. Иерархическая классификация газодинамических разрывов

Иерархическую классификацию газодинамических разрывов поясняет рис. 4. Для классификации разрывов используются признаки, описываемые соотношениями (7)–(13). Условие $a_{1m} = 2$ удовлетворяется как на фронте ударной волны, так и на контактном разрыве. Условие $a_{2m} = 2$ имеет место как на фронте ударной волны, так и в некоторых областях непрерывного течения.

7. Результаты расчетов. Возможности методов выделения газодинамических разрывов демонстрируются на примере решения ряда задач газовой динамики, связанных с дифракцией и рефракцией ударных волн.

7.1. Численный метод. Численная модель строится на основе решения нестационарных уравнений Эйлера для невязкого сжимаемого газа в двумерной постановке на структурированной сетке.

Для дискретизации основных уравнений применяется явная квазимонотонная схема повышенного порядка точности, основанная на модификации метода Годунова [23]. Конвективные потоки рассчитываются независимо по каждому координатному направлению с помощью приближенного решения задачи Римана. Повышение пространственного порядка точности схемы без потери ее монотонности достигается при помощи ограничителя `minmod`. Интегрирование по времени проводится методом Рунге–Кутты третьего порядка. Используется модель совершенного газа с постоянным отношением удельных теплоемкостей.

Для выделения газодинамических разрывов в центре каждой ячейки сетки вычисляется градиент плотности и его ориентация. Точки с градиентом плотности, большим среднего значения градиентов плотности во всей области, являются точками разрыва. Производится классификация газодинамических разрывов, рассматривая в ближайших точках дискретные аналоги условий динамической совместности на сильных и слабых разрывах. В результате каждая точка относится к одному из видов разрывов: ударной волне (нормальной или косой), тангенциальному разрыву, чисто контактному разрыву, волне сжатия [4]. Для распознавания и извлечения контактных разрывов используется также метод функции уровня [24].

7.2. Дифракция ударной волны на прямом угле. Дифракция ударной волны на плоском прямом угле относится к одной из тестовых и хорошо исследованных задач нестационарной газовой динамики, получившей широкое распространение в практике численных расчетов после появления работы [25].

Рассматривается плоский канал, состоящий из узкой и широкой частей, симметричный относительно оси x . По узкой части канала слева направо распространяется плоская ударная волна с числом Маха, равным M_1 . Исследуется процесс перехода ударной волны из узкой части канала в широкую часть и ее последующее распространение по широкой части канала. Начало декартовой системы координат располагается в левом нижнем углу. Длина узкой части канала полагается равной L . Поперечный размер узкой части канала составляет L , а поперечный размер широкой части канала — $2.3L$ (уступ имеет ширину и высоту, равные L и $1.3L$). В начальный момент времени фронт ударной волны располагается при $x_s = 0.1L$.

На фронте ударной волны используются условия Рэнкина–Гюгонио. Расчетная сетка содержит около 1 миллиона ячеек. Подробное описание задачи и ее постановка приводятся в работе [26].

На входной (левой) границе задаются условия поддерживающего поршня для ударной волны (параметры для конечного равновесного состояния). На выходной (правой) границе ставятся условия гладкого продолжения течения, заключающиеся в приравнивании нулю производных искомых функций по нормали к границе. На нижней границе расчетной области используются условия отражения. Расчет проводится до достижения фронтом ударной волны правой границы области ($t_f = 2$), поэтому условия на правой границе отвечают невозмущенному течению. Рабочей средой является вычислительный газ с отношением удельных теплоемкостей, равным $\gamma = 1.4$. В качестве характерного масштаба длины выбирается ширина ступеньки, а в качестве характерной скорости — скорость звука в невозмущенной области потока.

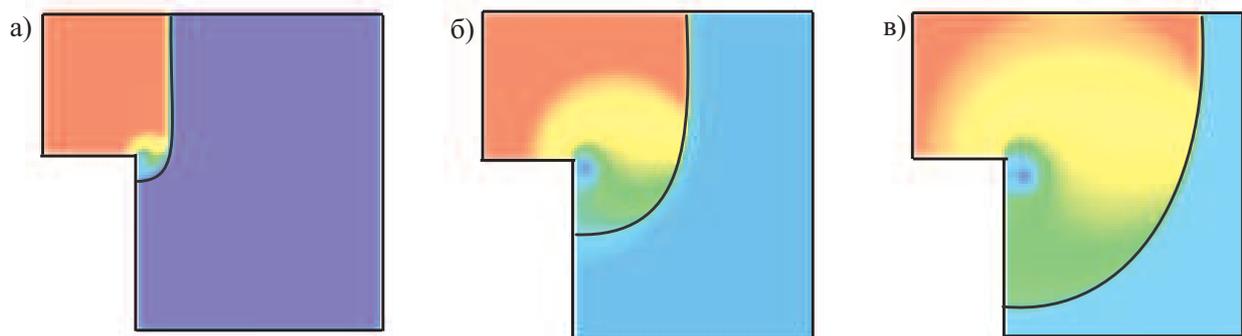


Рис. 5. Линии уровня плотности при $M_1 = 1.3$ в моменты времени $t = 0.415$ (а), 1.115 (б), 1.875 (в)

Расчетные картины течения, обработанные в виде линий уровня плотности, показывает рис. 5 в различные моменты времени (приводится примерно 30 линий уровня, плотность изменяется от 0.792 до 1.52). Сгущение линий уровня соответствует местоположению фронта дифрагированной ударной волны. Дифракция слабой ударной волны приводит к формированию волны разрежения и вихря в окрестности угловой точки. Фронт изначально плоской ударной волны после внезапного расширения канала в результате взаимодействия с веером волны разрежения искривляется, а интенсивность ударной волны уменьшается. Число Маха дифрагированной волны на уровне вертикальной стенки прямого угла составляет $M = 1.13$, что хорошо согласуется с данными физического эксперимента [27], которые дают значение $M = 1.15$. Фронт падающей и дифрагированной ударной волны размывается приблизительно на 4 ячейки сетки.

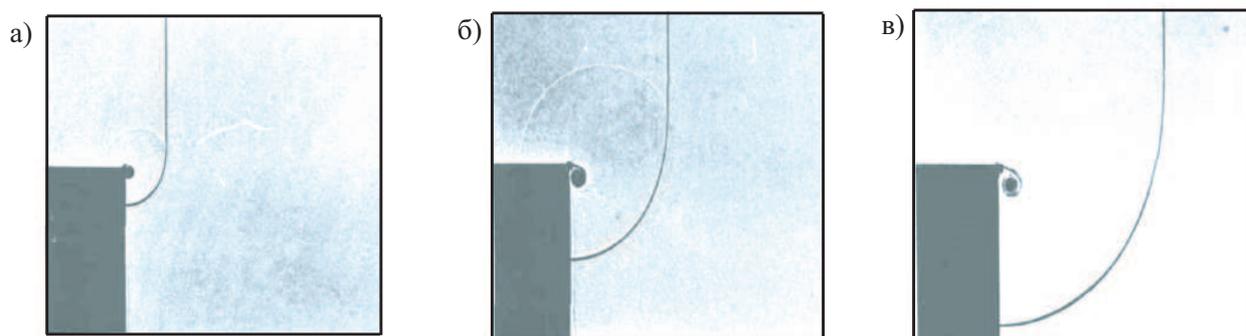


Рис. 6. Теневые фотографии дифракции слабой ударной волны при $M_1 = 1.3$ в моменты времени $t = 0.415$ (а), 1.115 (б), 1.875 (в) из работы [28]

Теневые фотографии дифракции слабой ударной волны, спускающейся по ступеньке, показывает рис. 6 (фрагменты соответствуют различным моментам времени), взятый из работы [28]. При $M_1 = 1.3$ ударно-волновая структура потока, состоящая из вертикальной падающей ударной волны, искривленной дифрагированной волны, а также круговой волны разрежения, увеличивает свои размеры линейно со временем. Вязкий отрыв на углу порождает закручивающуюся вихревую пелену.

Использование методов распознавания цифрового образа позволяет выделить следующие газодинами-

ческие разрывы: дифрагированная ударная волна (косая), падающая ударная волна (прямая), тангенциальные разрывы, вторичная ударная волна (косая), чисто контактный разрыв, маховская волна (прямая). После выхода начальной ударной волны из узкой части канала она с течением времени полностью дифрагирует, и в затопленном пространстве распространяется головная ударная волна. Другими элементами течения являются контактная поверхность, отделяющая газ, приведенный в движение ударной волной до дифракции, от газа, приведенного в движение дифрагированной ударной волной, и вторичная ударная волна (волна торможения), обращенная вверх по потоку, в которой газ, ускоренный в волне разрежения, тормозится до скорости, соответствующей скорости потока за дифрагированной волной.

7.3. Рефракция ударной волны на контактном разрыве. При падении ударной волны на контактный разрыв, расположенный под некоторым углом к горизонтали и разделяющий газы с различными плотностями, возникают различные режимы рефракции, характеризующиеся фронтом преломленной волны, формированием волны разрежения или отраженной ударной волны. Ряд возникающих конфигураций обсуждается в работе [29].

Рассмотрим взаимодействие плоской ударной волны, движущейся слева направо и имеющей число Маха, равное $M_1 = 2$, с контактными разрывом, расположенным под углом $\alpha = 45^\circ$ к направлению потока. Контактный разрыв разделяет два газа с отношением плотностей $\rho = 3$. Расчеты проводятся в области $[0, 1] \times [0, 5]$ на сетке, содержащей около 1.1×10^6 узлов или имеющей сгущение узлов вблизи линии раздела сред. В расчетах используется вычислительный газ с показателем адиабаты $\gamma = 1.667$. Расчеты проводятся до момента времени $t = 0.72$ (за это время звуковая волна в невозмущенном газе проходит ширину ударной трубы). При заданных параметрах задачи реализуется регулярный режим рефракции с образованием отраженной ударной волны [29].

В начальный момент времени газы, разделенные контактными разрывом, считаются неподвижными. Фронт ударной волны в начальный момент времени располагается при $x_s = 0.1$ (вблизи левой границы расчетной области). На фронте ударной волны используются условия Рэнкина-Гюгонио. На входной, выходной и верхней границах расчетной области используются неотражающие граничные условия. На нижней границе применяются условия симметрии (твердая стенка). Подробное описание задачи и ее постановка приводятся в работе [30].

Численная теневая картина течения приводится на рис. 7 в момент времени $t = 0.72$. Для выделения разрывов из решения используется фильтр Собела. Несмотря на то что метод Собела оказывается менее чувствительным к численному шуму, в данной задаче использование операторов Робертса и Собела приводит к практически одинаковым изображениям. Линии 1, 3, 5, 6 и 7 соответствуют ударным волнам, а линии 2, 4 и 8 — контактными разрывам. Точки T1 и T2 являются тройными точками, в которых имеет место пересечение двух ударных волн с контактными разрывом.

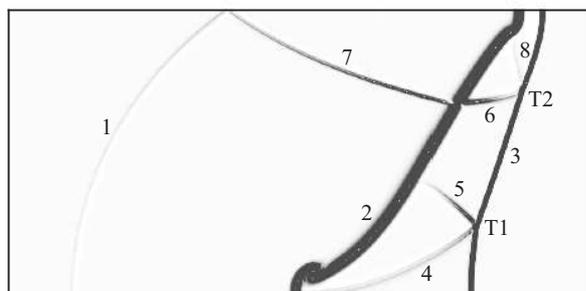


Рис. 7. Численная теневая картина и ударно-волновая структура, формирующаяся в результате взаимодействия ударной волны с контактными разрывом

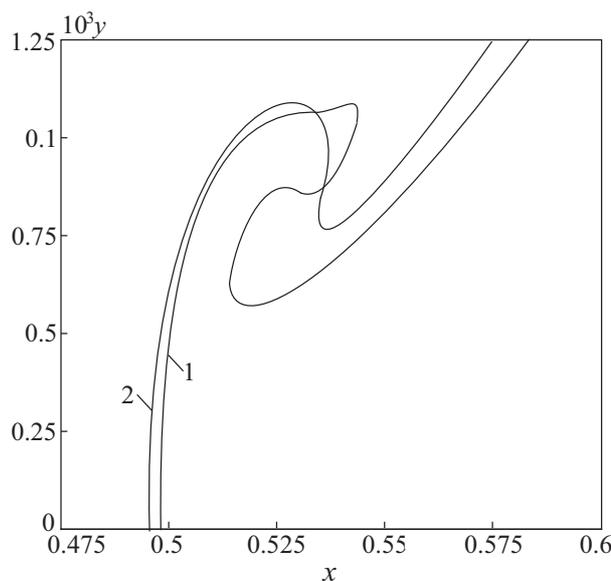


Рис. 8. Положение фронта контактного разрыва, найденное при помощи лапласиана плотности (линия 1) и метода функции уровня (линия 2)

Положения фронта контактного разрыва, найденные при помощи лапласиана плотности ($\nabla^2 \rho = 0$) и метода функции уровня (level-set method), показывает рис. 8 (приводится часть расчетной области). Существенное различие формы контактного разрыва, найденное при помощи различных подходов, имеет место лишь в области его наибольшей кривизны. В отличие от контактного разрыва, положение фронта ударной волны сравнительно слабо зависит от используемого подхода к выделению разрывов.

8. Заключение. Разработан подход к визуализации сверхзвуковых течений с ударными волнами и другими газодинамическими разрывами, использующий методы цифровой обработки изображений. Метод идентификации и классификации газодинамических разрывов основан на использовании условий динамической совместности. Обработка результатов численных расчетов позволяет определить тип и положение газодинамических разрывов, упрощая интерпретацию данных численного моделирования. Возможности разработанного подхода показаны на примере решения ряда задач газовой динамики.

Процедура идентификации газодинамических разрывов (их тип и положение) занимает значительную часть времени исследования и не лишена субъективности. Развиваемый подход позволяет ускорить время обработки результатов численного моделирования и повысить достоверность исследования. Потенциальное применение системы извлечения информации о положении и структуре газодинамических разрывов состоит в непосредственном управлении процессом расчета, являясь, в частности, полезным для сгущения ячеек разностной сетки в окрестностях разрывов (адаптация сетки).

Сравнительный анализ имеющихся методов визуализации показывает, что универсального подхода не существует. Каждый из разработанных подходов направлен на анализ определенной особенности движения жидкости или газа. Цифровые методы обработки должны использоваться в сочетании с топологическими и текстурными методами визуализации, что позволит не только выделить тип и положение разрывов, но установить также тип и координаты сингулярных особенностей векторного поля скорости (критические точки, линии отрыва и присоединения потока).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.577.21.0277 (ЭБ 075-02-2018-1139), уникальный идентификатор проекта RFMEFI57717X0277).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Усков В.Н. Одномерная теория сопла Лавала. СПб: Изд-во БГТУ, 2005.
2. Wu Z., Xu Y., Wang W., Hu R. Review of shock wave detection method in CFD post-processing // Chinese Journal of Aeronautics. 2013. **26**, N 3. 501–513.
3. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Тетерина И.В., Яковчук М.С. Методы и концепции визуализации вихревых течений в задачах вычислительной газовой динамики // Вычислительные методы и программирование. 2016. **17**. 81–100.
4. Ворожцов Е.В. Классификация разрывов течения газа как задача распознавания образов. Препринт № 23-86. Новосибирск: Ин-т теоретической и прикладной механики, 1986.
5. Базаров С.Б. Применение цифровой обработки изображений для визуализации результатов газодинамических расчетов // Применение методов научной визуализации в прикладных задачах. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2000. 39–42.
6. Hadjadj A., Kudryavtsev A. Computation and flow visualization in high-speed aerodynamics // Journal of Turbulence. 2005. **6**, N 16. doi 10.1080/14685240500209775.
7. Lovely D., Haimes R. Shock detection from computational fluid dynamics results // AIAA Paper. 1999. doi: 10.2514/6.1999-3285.
8. Samtaney R., Zabusky N.J. Visualization, feature extraction and quantification of numerical visualization of high gradient compressible flows // Flow Visualization Techniques and Examples. London: Imperial College Press, 2000. 317–344.
9. Kanamori M., Suzuki K. Shock wave detection based on the theory of characteristics for CFD results // AIAA Paper. 2012. doi 10.2514/6.2011-3681.
10. Kanamori M., Suzuki K. Shock wave detection in two-dimensional flow based on the theory of characteristics from CFD data // Journal of Computational Physics. 2011. **230**, N 8. 3085–3092.
11. Vorozhtsov E. V. On the classification of discontinuities by the pattern recognition method // Computers and Fluids. 1990. **18**, N 1. 35–74.
12. Rosenfeld A., Kak A.C. Digital picture processing. New York: Academic Press, 1976.
13. Меженгин А.В. Методы и средства распознавания образов и визуализации. СПб: Изд-во ИТМО, 2012.
14. Афондииков А.Л., Луцкий А.Е., Плёнкин А.В. Вейвлетный анализ локализованных структур в идеальной и вязкой моделях // Математическое моделирование. 2011. **23**, № 1. 41–50.
15. Булат П.В., Волков К.Н., Яковчук М.С. Визуализация течений с сильными и слабыми газодинамическими разрывами в вычислительной газовой динамике // Вычислительные методы и программирование. 2016. **17**.

- 245–257.
16. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Тетерина И.В., Яковчук М.С. Визуализация вихревых течений в вычислительной газовой динамике // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. **57**, № 8. 1374–1391.
 17. Усков В.Н. Бегущие одномерные волны. Санкт-Петербург: Изд-во БГТУ, 2000.
 18. Адрианов А.Л., Старых А.Л., Усков В.Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. Новосибирск: Наука, 1995.
 19. Habashi W.G., Kotiuga P.L. Numerical solution of subsonic and transonic cascade flows // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 1982. **2**, N 4. 317–330.
 20. Yabe T., Xiao F., Utsumi T. The constrained interpolation profile method for multiphase analysis // Journal of Computational Physics. 2001. **169**, N 2. 556–593.
 21. Ечкина Е.Ю., Базаров С.Б., Иновенков И.Н. Визуализация в научных исследованиях. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2006.
 22. Cui S., Wang Y., Qian X., Deng Z. Image processing techniques in shockwave detection and modeling // Journal of Signal and Information Processing. 2013. **4**, N 3B. 109–113.
 23. Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н., Козелков А.С., Тетерина И.В. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. Москва: Физматлит, 2015.
 24. Osher S., Fedkiw R. Level set methods and dynamic implicit surfaces. New York: Springer, 2003.
 25. Takayama K., Inoue O. Shock wave diffraction over a 90 degree sharp corner // Shock Waves. 1991. **1**, N 4. 301–312.
 26. Булат П.В., Волков К.Н. Численное моделирование дифракции ударной волны на прямом угле на неструктурированных сетках // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. **16**, № 2. 354–362.
 27. Liang S.M., Chen H. Flow visualization of numerically simulated blast waves discharging from open-ended duct // AIAA Journal. 2003. **41**, N 12. 2420–2428.
 28. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986.
 29. Nouragiev R.R., Sushchikh S.Y., Dinh T.N., Theofanous T.G. Shock wave refraction patterns at interfaces // International Journal of Multiphase Flow. 2005. **31**, N 9. 969–995.
 30. Булат П.В., Волков К.Н. Численное моделирование рефракции ударной волны на наклонном контактном разрыве // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. **16**, № 3. 550–558.

Поступила в редакцию
21.05.2019

Visualization of Gas Dynamics Discontinuities in Supersonic Flows Using Digital Image Processing Methods

P. V. Bulat¹ and K. N. Volkov²

¹ *Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Dr. Sci., Head of Laboratory, e-mail: pavelbulat@mail.ru*

² *Ustinov Baltic State Technical University, Faculty of Rocket and Space Engineering; ulitsa Pervaya Krasnoarmeiskaya 1, St. Petersburg, 190005, Russia; Dr. Sci., Leading Scientist, e-mail: dsci@mail.ru*

Received May 21, 2019

Abstract: A number of approaches to the detection of features of gas dynamics fields obtained with shock-capturing methods are considered. In order to determine the location and type of gas dynamic discontinuities from the numerical solution, the ideas and methods of digital image processing are applied, in particular, the methods of detection of image contours based on the brightness of the image. Conditions of dynamic compatibility are used to classify gas the dynamic discontinuities, such as the normal shock waves, the oblique shock waves, the tangential discontinuities, the contact discontinuities, and the compression waves. The developed approach is not dependent on a specific type of the problem to be solved and is applicable to the calculations obtained with any shock-capturing method, facilitating and speeding up the processing of simulation results and increasing the objectivity of the interpretation of the results. Some examples of visualization of gas dynamic discontinuities arising in the diffraction and refraction of shock waves are given.

Keywords: scientific visualization, computational fluid dynamics, flow, shock wave, contact discontinuity, diffraction, refraction.

References

1. V. N. Uskov, *One-Dimensional Theory of Laval Nozzles* (Baltic Gos. Tech. Univ., St. Petersburg, 2005) [in Russian].
2. Z. Wu, Y. Xu, W. Wang, and R. Hu, "Review of Shock Wave Detection Method in CFD Post-Processing," *Chinese J. Aeronaut.* **26** (3), 501–513 (2013).
3. K. N. Volkov, V. N. Emelyanov, I. V. Teterina, and M. S. Yakovchuk, "Methods and Concepts of Vortex Flow Visualization in the Problems of Computational Fluid Dynamics," *Vychisl. Metody Programm.* **17**, 81–100 (2016).
4. E. V. Vorozhtsov, *Classification of Discontinuities in Gas Flows as the Pattern Recognition Problem*, Preprint No. 23-86 (Khristianovich Inst. Theor. Appl. Mech., Novosibirsk, 1986).
5. S. B. Bazarov, "Application of Digital Image Processing for the Visualization of Gas-Dynamic Processes," in *Application of Scientific Visualization in Applied Problems* (Mosk. Gos. Univ., Moscow, 2000), pp. 39–42.
6. A. Hadjadj and A. Kudryavtsev, "Computation and Flow Visualization in High-Speed Aerodynamics," *J. Turbul.* **6** (2005). doi 10.1080/14685240500209775.
7. D. Lovely and R. Haimes, "Shock Detection from Computational Fluid Dynamics Results," AIAA Paper (1999). doi: 10.2514/6.1999-3285
8. R. Samtaney and N. J. Zabusky, "Visualization, Feature Extraction and Quantification of Numerical Visualizations of High Gradient Compressible Flows," in *Flow Visualization Techniques and Examples* (Imperial College Press, London, 2000), pp. 317–344.
9. M. Kanamori and K. Suzuki, "Shock Wave Detection Based on the Theory of Characteristics for CFD Results," AIAA Paper (2012). doi 10.2514/6.2011-3681.
10. M. Kanamori and K. Suzuki, "Shock Wave Detection in Two-Dimensional Flow Based on the Theory of Characteristics from CFD Data," *J. Comput. Phys.* **230** (8), 3085–3092 (2011).
11. E. V. Vorozhtsov, "On the Classification of Discontinuities by the Pattern Recognition Methods," *Comput. Fluids* **18** (1), 35–74 (1990).
12. A. Rosenfeld and A. C. Kak, *Digital Picture Processing* (Academic Press, New York, 1976).
13. A. V. Mezhenin, *Methods and Means of Pattern Recognition and Visualization* (ITMO Univ., St. Petersburg, 2012).
14. A. L. Afendikov, A. E. Lutskii, and A. V. Plenkin, "Wavelet Analysis of a Localized Structure in Ideal and Viscid Models," *Mat. Model.* **23** (1), 41–50 (2011) [*Math. Models Comput. Simul.* **3** (4), 439–445 (2011)].
15. P. V. Bulat, K. N. Volkov, and M. S. Yakovchuk, "Flow Visualization with Strong and Weak Gas Dynamic Discontinuities in Computational Fluid Dynamics," *Vychisl. Metody Programm.* **17**, 245–257 (2016).
16. K. N. Volkov, V. N. Emel'yanov, I. V. Teterina, and M. S. Yakovchuk, "Visualization of Vortical Flows in Computational Fluid Dynamics," *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **57** (8), 1374–1391 (2017) [*Comput. Math. Math. Phys.* **57** (8), 1360–1375 (2017)].
17. V. N. Uskov, *Traveling One-Dimensional Waves* (Baltic Gos. Tech. Univ., St. Petersburg, 2000) [in Russian].
18. A. L. Andrianov, A. L. Starykh, and B. N. Uskov, *Interference of Stationary Gas-Dynamic Discontinuity* (Nauka, Novosibirsk, 1995) [in Russian].
19. W. G. Habashi and P. L. Kotiuga, "Numerical Solution of Subsonic and Transonic Cascade Flows," *Int. J. Numer. Meth. Fl.* **2** (4), 317–330 (1982).
20. T. Yabe, F. Xiao, and T. Utsumi, "The Constrained Interpolation Profile Method for Multiphase Analysis," *J. Comput. Phys.* **169** (2), 556–593 (2001).
21. E. Yu. Echkina, S. B. Bazarov, and I. N. Inovenkov, *Visualization in Research Studies* (Mosk. Gos. Univ., Moscow, 2006) [in Russian].
22. S. Cui, Y. Wang, X. Qian, and Z. Deng, "Image Processing Techniques in Shockwave Detection and Modeling," *J. Signal Inform. Process.* **4** (3B), 109–113 (2013).
23. K. N. Volkov, Yu. N. Deryugin, V. N. Emel'yanov, A. S. Kozelkov, and I. V. Teterina, *Difference Schemes in Gas Dynamics on Unstructured Grids* (Fizmatlit, Moscow, 2015) [in Russian].
24. S. Osher and R. Fedkiw, *The Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces* (Springer, New York, 2003).
25. K. Takayama and O. Inoue, "Shock Wave Diffraction over a 90 Degree Sharp Corner," *Shock Waves* **1** (4), 301–312 (1991).

26. P. V. Bulat and K. N. Volkov, "Numerical Simulation of Shock Wave Diffraction over Right Angle on Unstructured Meshes," *Nauchno-Tekhn. Vestn. Inform. Tekhnol. Mekhan. Optiki* **16** (2), 354–362 (2016).
27. S. M. Liang and H. Chen, "Flow Visualization of Numerically Simulated Blast Waves Discharging from Open-Ended Duct," *AIAA J.* **41** (12), 2420–2428 (2003).
28. M. Van Dyke, *An Album of Fluid Motion* (Parabolic Press, Stanford, 1988).
29. R. R. Nourgaliev, S. Y. Sushchikh, T. N. Dinh, and T. G. Theofanous, "Shock Wave Refraction Patterns at Interfaces," *Int. J. Multiph. Flow* **31** (9), 969–995 (2005).
30. P. V. Bulat and K. N. Volkov, "Numerical Simulation of Shock Wave Refraction on Inclined Contact Discontinuity," *Nauchno-Tekhn. Vestn. Inform. Tekhnol. Mekhan. Optiki* **16** (3), 550–558 (2016).